Vilicio
EDM 5057
A' (capa)

Elementos de

Didática da Matemática

Bruno D'Amore

Tradução:
Maria Cristina Bonomi

Editora Livraria da Física
São Paulo – 2007

Copyright © 2007 Editora Livraria da Física

1a. Edição

Editor: JOSÉ ROBERTO MARINHO
Tradução: MARIA CRISTINA BONOMI BARUFI
Revisão: MARIA ANGELA RODRIGUES FIGUEIREDO
Projeto gráfico e diagramação: CASA EDITORIAL MALUHY & CO.
Capa: Arte Ativa

Dados Internacionais de Catalogação e Publicação (CIP)
(Câmara Brasileira do Livro, SP, Brasil)

D'AMORE, Bruno
Elementos de didática da matemática / Bruno D'Amore; [tradução Maria Cristina Bonomi] São Paulo: Editora Livraria da Física, 2007.

Título original: Elementi di didatica della matematica.
Bibliografia.

1. Matemática 2. Matemática – Estudo e ensino
I. Título.

07-7906 CDD-510.7

Índice para catálogo sistemático:
1. Matemática : Estudo e ensino 510.7

ISBN: 978-85-88325-88-3

Todos os direitos reservados. Nenhuma parte desta obra poderá ser reproduzida sejam quais forem os meios empregados sem a permissão da Editora. Aos infratores aplicam-se as sanções previstas nos artigos 102, 104, 106 e 107 da Lei nº 9.610, de 19 de fevereiro de 1998.

Impresso no Brasil

Editora Livraria da Física
Telefone 55 11 3816 7599 / Fax 55 11 3815 8688

www.livrariadafisica.com.br

1

Introdução à Didática da Matemática

Começai então estudando melhor vossos alunos, porque certamente não os conhecei em nada.

Jean-Jacques Rousseau, *Émile ou de l'éducation*.

1.1 O substantivo *didática*

Não buscai satisfazer vossa vaidade, ensinando-lhes coisas demais. Despertai neles a curiosidade. É suficiente abrir a mente, não sobrecarregá-la. Colocai apenas uma faísca. Se tiver boa matéria inflamável, o fogo surgirá.

Anatole France, *Le jardin d'Épicure*.

Parece que, tradicionalmente, o termo *didática* deva necessária e unicamente referir-se à atividade de ensino. Em uma recente edição do *Vocabolario della lingua italiana* de N. Zingarelli [Bologna, Zanichelli, 1999], no verbete *didática* encontra-se:

"Setor da pedagogia que tem por objeto o estudo dos métodos de ensino".

O termo "*didático*" aparece aí apenas como *adjetivo*, embora atualmente tenda também a ser utilizado, entre os estudiosos que pertencem à área, como *substantivo*, justamente para distin-

a da Matemática); com efeito, alguns estudiosos do assunto costumavam afirmar: "A didática não é uma ciência, mas uma arte", posição essa que, embora não sendo trivial, próxima da de Tommaseo (vista acima) ou da de outros estudiosos de Pedagogia, como Edmondo De Amicis [1848–1908], cria porém não poucos problemas de identificação cultural, precisamente na vertente científica...

Felizmente, ninguém me obrigava a fazer referência ao latim de Cícero; para mim estava bem inclusive o latim tardio do Renascimento; assim decidi que minha fonte etimológica seria, declaradamente, Comenius [Jan Amos Komenský, 1592–1670] e (precisamente) a sua *Didactica magna* (1632).

Todo o exposto foi apenas para confirmar a primeira e mais trivial dificuldade em que se encontra todo aquele que precisa utilizar o termo "didática".

Certamente, não adianta buscar verificações ou desmentidos a respeito disso em um dicionário de língua estrangeira: não há como manter-se em dia com os verbetes que podem ser encontrados (com certa estabilidade consolidada) dadas as contínuas mudanças ligadas aos êxitos no aprofundamento dos estudos das várias disciplinas. As palavras nascem e se estabilizam no interior de uma comunidade restrita que as utiliza de uma nova maneira, e, somente após anos se ampliam e se tornam comuns inclusive fora da primeira comunidade.

Por exemplo, em uma recente edição do *Dicionário inglês-italiano italiano-inglês* de G. Ragazzini [Bolonha, Zanichelli, 1999], ao verbete italiano *didattica* corresponde *didactics* e só; mas ao adjetivo *didattico* se encontra *didactic; educational; teaching*. Caberá ao culto e atento tradutor realizar a escolha entre as diferenças de significado (por demais sutis), no momento da tradução.

Outro exemplo: numa recente edição do *Dicionário francês-italiano italiano-francês* de R. Boch [Bolonha, Zanichelli, 1999], em correspondência ao vocábulo italiano *didattica* encontra-se *didactique*, assinalada, porém, como *neologismo*; o termo proposto e aceito em seu lugar é *pédagogie*; o adjetivo *didactique* é, ao invés, fornecido sem reservas e com vários exemplos. Todavia, nenhum estudioso francês desses assuntos, desde o final dos anos 70, tinha alguma dúvida a respeito do uso de tal palavra.

O "caso" da língua francesa é particularmente interessante. De fato, foi justamente na França que se desenvolveu o uso desse termo, a partir das reflexões sobre o debate a respeito das finalidades e objetivos diferentes que pareciam ter a Pedagogia geral e a Pedagogia especial. Nos anos 60, a Pedagogia geral parecia corresponder esquematicamente à teoria que trata dos problemas de organização, a partir de vários pontos de vista, mas sempre gerais, antes da classe e depois da escola, também entendidas em sentido abstrato. A Pedagogia especial, ao contrário, parecia referir-se de maneira específica a cada disciplina. Porém, dada a excessiva generalidade do sentido da Pedagogia geral e seu refugiar-se no seio da Filosofia, desenvolveu-se na França e foi sendo usado cada vez mais o termo "didática" para distinguir, no interior da Pedagogia, tudo o que concerne à instrução e de todo modo, à relação com o ensino.

Como exemplo, note-se a múltipla definição dada por P. Foulquié (1971) em seu *Dictionnaire de la langue pédagogique*, a respeito do termo "didática":

> – que diz respeito ou tem por objetivo o ensino; – técnica ou arte do ensino; – estudo dos métodos de ensino";
>
> na qual se tem o duplo aspecto de práticas de ensino e de investigação sobre tais práticas.
>
> Talvez seja desde 1700, e, sobretudo com as primeiras obras sobre o ensino do latim, que na França começa a fazer-se uso explícito do substantivo "didática" e do adjetivo "didático". Porém, é muito mais recente o debate sobre o sentido de uma didática geral e, sobretudo, sobre o que ela representa, seus conteúdos, os seus objetivos.[5] Neste ponto porém, há alguns decênios, o nome "Pedagogia especial", no mundo inteiro, passou a designar a Pedagogia que se ocupa de situações particulares (sobretudo de desvantagem, de problemas contextuais ou de deficiências) enquanto o novo nome "didáticas

Notas

[5] A respeito das relações entre a Didática geral e as didáticas das disciplinas voltarei continuamente e, de modo particular, no capítulo 13, o último não por acaso, a fim de tentar fornecer uma saída pessoal para a questão.

disciplinares" foi dado a aquelas didáticas que se ocupam de cada uma das matérias.

É preciso deixar claro que nenhuma dessas denominações é estável. É óbvio que uma reflexão crítica mais difundida só pode levar a considerações cada vez mais sutis e ressaltar sempre mais precisamente diversos aspectos. Por exemplo, há algum tempo, uma outra terminologia está sendo introduzida; a da "Matemática educativa", que parece ter todo um outro significado, qual seja o do estudo da Matemática no âmbito didático, entendida não como "disciplina que deve ser ensinada e aprendida", mas como "disciplina apta a educar". Ou seja: o interesse maior não estaria nas problemáticas relacionadas ao ensino e à aprendizagem da Matemática, mas na própria Matemática, entendida como instrumento para a educação.

1.2 Os *conteúdos* da Didática

> Lembrai sempre que o princípio de minha educação não é o de ensinar ao jovem muitas coisas, mas o de não permitir jamais que penetrem em sua cabeça idéias que não sejam claras e precisas. Mesmo que não soubesse nada, pouco me importa desde que não se engane: as verdades que inculco nele devem apenas protegê-lo do risco de acolher os erros correspondentes, já que a razão e o discernimento se formam lentamente, enquanto os preconceitos assediam o jovem por todos os lados e é desses que é preciso preservá-lo. Se, porém, olhai a ciência como um fim em si mesma, entrareis num mar sem fundo, sem margens, cheio de penhascos, do qual nunca mais saireis.
>
> Jean-Jacques Rousseau, *Émile ou de l'éducation.*

Sendo tão difícil falar do *termo*, não é diferente a situação que parece estar reservada aos *conteúdos*. Para discutir esse ponto, necessariamente preciso voltar a questões gerais sobre a Pedagogia.

É compartilhada a idéia que o termo *Pedagogia* deriva da palavra grega *paidagogós*, que indicava o escravo que tinha a tarefa de levar o aluno às aulas, carregando-lhe os objetos necessários. Mas já no século VIII a.C. o termo havia assumido a idéia metafórica de educador: o professor *acompanha* o aluno em seu crescimento, ocupando-se, sobretudo, do comportamento e da educação do próprio aluno. Entretanto, enquanto

o escravo grego desempenhava papéis bem delimitados e simples, na acepção moderna a relação entre acompanhador e acompanhado sofreu modificações substanciais: de uma relação individual tornou-se primeiro numa relação coletiva e finalmente institucional. Nos séculos XVI e (sobretudo) XVII nascem exigências que chamam a Pedagogia a se ocupar da tarefa de *instruir* no interior de *instituições*.

Parece-me possível garantir que existem duas raízes muito distintas para essas caracterizações teóricas:

- a especulação filosófica existente ao redor desse gênero de problemáticas, novas na realidade;
- a institucionalização das problemáticas do ensino (ou seja, no interior de verdadeiras e próprias escolas).

Talvez, como diz Emile Durkheim [1858–1917], é no interior dessas novas instituições que se desenvolve a idéia de "teoria prática", não apenas arte, nem somente ciência: conhecimento dos fatos educativos e reflexão sobre a prática do ensino coletivo e institucionalizado. Sem entrar em demasiados detalhes, é então óbvio que a Pedagogia tenha desenvolvido interesse em cultivar ao mesmo tempo dois tipos de aspectos que concernem à educação coletiva institucionalizada:

- aspectos descritivos (por exemplo, o conhecimento das instituições)
- aspectos normativos (por exemplo, os princípios gerais da educação: métodos e finalidades).

Aliás, ao longo do tempo, a militância contínua desse tipo de estudos levou a Pedagogia, mais do que qualquer outra disciplina, a tornar-se promotora de renovações institucionais, tanto no que concerne aos aspectos descritivos como aos normativos.

Essa dupla característica, com um espectro tão amplo, é também evidente nos casos em que o estudioso se considera essencialmente ligado aos aspectos práticos: sob o nome de Pedagogia encontra-se uma enorme quantidade de teorizações com exigências mais ou menos elaboradas e com diversas

pretensões, que vão desde a banal "receita"[6] até enunciados e regras didáticas profundas e gerais; vai-se de técnicas de estudo a metodologias de ensino; etc.; isso atesta, por um lado, a variedade imensa dos campos possíveis e, por outro, a ambição científica desse tipo de estudos, evidenciada mais ainda pelas múltiplas tentativas em criar modelos ou em realizar verificações experimentais.

Do meu ponto de vista, aqui se encontra a diferença entre os teóricos (pedagogistas) e os práticos (pedagogos)[7]: essa distinção que ainda não faz parte da prática usual é um fato muito recente em qualquer língua, tanto é que aparece apenas em alguns dicionários das línguas, não em todos (por exemplo, aparece no Zingarelli, vocabulário de italiano, mas somente em edições recentes), e não existe em certas línguas modernas, independentemente de quanto estejam difundidas.

Agora, poder-se-ia pensar que, assim como a pedagogia conseguiu finalmente libertar-se do "jugo" da Filosofia, constituindo uma disciplina autônoma, a Didática, no mesmo sentido, libertou-se do "jugo" da Pedagogia, constituindo-se também como disciplina autônoma. Aqui o assunto seria longo e complexo, mesmo porque nesse meio tempo, nasceram as ciências da educação reivindicando uma forte autonomia em relação à Pedagogia. Por uma questão de honestidade, é preciso dizer que, na verdade, há quem veja a Didática como parte das ciências da Educação, mas também os que vêem o contrário (Mialaret, 1982).[8]

Notas

[6] A "receita" hoje em dia está muito presente nas revistas de difusão (isto é, não de pesquisa) ou nos cursos para professores ministrados por pessoas com experiência didática, mas sem competências científicas em didática da disciplina (aqueles que na Itália são denominados com um eufemismo "cursos de atualização").

[7] O leitor deve ter notado que até agora fiz o esforço de não usar o substantivo "pedagogista", usando o substantivo "estudioso".

[8] Remeto o leitor interessado nesse debate a examinar os muitíssimos trabalhos que são publicados a respeito do assunto, tão em efervescência nos dias de hoje, especialmente na Itália. Sugiro Calonghi (1993) (e aí, em particular, o artigo de Cesare Scurati que justamente trata da relação entre Didática e ciências da Educação no sentido que estou tentando tornar preciso), bem como Bertolini (1994).

O que compreende, do que trata a Didática? Não é fácil responder essa pergunta, tão simples, talvez justamente devido à sua simplicidade e clareza.

De acordo com diferentes autores

- a Didática é a parte das ciências da Educação que tem por objetivo o estudo dos processos de ensino e aprendizagem em sua globalidade, independentemente da disciplina em questão, considerando porém a relação institucional;
- outros eliminariam a citação da relação institucional, mas dariam mais peso às disciplinas;
- outros insistem na peculiaridade do fato de que a relação ocorra em instituições formais;
- outros falam de Didática de todas as formas, em qualquer situação de ensino-aprendizagem;
- outros ainda dizem que a Didática seria de novo a Pedagogia, mas sem a Filosofia;
- ...

Em Braun (1996a) encontra-se que:

> A Didática, enquanto ciência da produção, organização e gestão dos bens do sistema de ensino-aprendizagem, conecta-se novamente à questão epistemológica relativa à transformação dos conhecimentos".

Em Schubauer-Leoni (1996) é feita uma dupla distinção entre:

- ciências cognitivas e Didática;
- Psicologia e Didática.

A primeira é obtida aceitando a tese de Conne (1996):

> O desafio do epistemólogo genético consiste em mostrar como o desenvolvimento dos conhecimentos de um sujeito epistêmico, que responde a mecanismos de adaptação ao ambiente e de equilíbrio das estruturas cognitivas, impõe sua marca até mesmo na construção

social dos saberes científicos mais elaborados (...); o desafio do didata, ao contrário, é o de mostrar como as formas e as normas pré-estabelecidas do saber, considerado um produto histórico-cultural, podem, por sua vez, ser adaptadas a esses mecanismos, sem alterar a natureza do conhecimento e, principalmente, sem fazer perder o sentido cultural do saber".

A segunda distinção é explicada pela própria Schubauer-Leoni (1996):

O indivíduo, sujeito da Psicologia cognitiva ou sócio-cognitiva, é, portanto estudado enquanto aluno diante de uma situação didática e, consequentemente, com um saber específico. Assistimos então a um *deslocamento da função da cognição* nos estudos de Didática comparados aos de Psicologia. Com efeito, no caso da Didática, são analisados os procedimentos cognitivos, os "gestos mentais" dos sujeitos, a emergência de concepções novas, não apenas enquanto produtos dos *controles internos* que os sujeitos exercem no problema, mas também em função dos *controles externos* provenientes da situação. Não se trata, pois, de produzir uma teoria psicológica do sujeito diante de um problema matemático pretexto; é necessário progredir na compreensão das *condições* que tornam possível o encontro do aluno com o problema e a assunção relativa por parte do próprio aluno".

A maior tentação para mim seria a de partir das didáticas disciplinares, não importando o que sejam,[9] e tentar definir a Didática geral por abstração relativamente às didáticas disciplinares; alguns estudiosos de Didática geral parecem aprovar essa maneira de pensar (Genovesi, 1996), outros são contrários porque, segundo dizem, dessa forma voltar-se-ia a dar à Didática geral (em comparação com as didáticas disciplinares) aquele papel deletério que foi exercido pela Pedagogia (justamente em comparação com a Didática).

Agora, não é tarefa minha a de definir e resolver essa questão tão espinhosa e ainda sujeita a tantos debates: penso, aliás, que permanecerá ainda em aberto por um bom tempo...

Notas

[9] Aqui poder-se-ia tomar como base o *fato* de que pelo menos há algumas centenas de anos, as disciplinas, de todo modo, são ensinadas...

Acredito, porém, que seja interessante, sobretudo, saber que, em certo sentido, esse debate foi iniciado há séculos; procurarei demonstrá-lo.

No século XVIII, apaixonaram-se pela pergunta: o que quer dizer "simples de entender"? O "simples" é um fato absoluto ou relativo? O "simples" é tal tanto para o cientista como para a criança? Ou há diferença? Se sim, qual?

Essas questões têm tentativas de resposta até mesmo na *Encyclopédie* de Jean-Baptiste Lê Rond d'Alembert [1717–1783] e Denis Diderot [1713–1784] e, sobretudo, nos artigos *Análise, Síntese, Método, Elementos das ciências*. A meu ver, trata-se já de um estudo de Didática que se diferencia dos interesses da Pedagogia. [Insisto: se, por exemplo, se tratasse de exemplos extraídos da Química, seria Didática da Química (isto é, a especificidade advém do objeto de conhecimento considerado)]. Poderia ser interessante, a fim de ter uma idéia sobre a questão, examinar como d'Alembert, autor do verbete *Elementos de ciências*, trata de fazer brotar idéias didáticas da hipótese cartesiana de síntese, do simples ao complexo, mas sendo obrigado ele mesmo a admitir que a coisa se complica imediatamente.

Estou consciente de estar forçando um pouco as coisas, começando por admitir que exista uma profunda diferença entre:

- a disciplina em si (continuando com nosso exemplo, a Química) a partir da maneira pela qual é conhecida e praticada pelos especialistas, pelos cientistas, pelos químicos;
- a didática geral em si, por como conste de asserções gerais não duvidosas, garantidas por reflexões significativas conduzidas por especialistas do setor;
- a didática da disciplina em si, que possui outros parâmetros, paradigmas e objetivos.

Evidencia-se o verdadeiro ponto em discussão quando d'Alembert procura ver o que significa que um conceito *precede* outro: de qual partir, de onde começar os primeiros movimentos, quais são os conceitos primitivos?

Por exemplo, em Matemática, o cientista costuma começar com idéias como espaço, plano, reta, ponto, número,... e algumas "conexões" entre eles; estamos totalmente certos de que em Didática da Matemática isso seja conveniente? Os elementos primitivos do cientista são, ou devem ser os elementos primitivos do aluno?

Mais do que aceitar os elementos primitivos do cientista não vale talvez a pena percorrer a geração das idéias que levaram à escolha desses objetos como primitivos? Não é o caso de aqui aprofundar, mas é singular como justamente esse debate de tipo didático faça d'Alembert passar de uma posição totalmente cartesiana a uma lockiana e depois tentar conciliar ambas:

As idéias simples podem ser reduzidas a duas categorias: umas são as idéias abstratas (...) o segundo tipo de idéias simples se encontra nas idéias primitivas que adquirimos por meio de nossas sensações".

Entretanto: os elementos que as crianças estão em condições de compreender quando se aproximam pela primeira vez do estudo das ciências, são ou não os elementos das ciências? Ou são pelo menos da mesma natureza?

- Se se responde afirmativamente, então o método didático é uma reestruturação, uma sistematização, um progressivo aparecimento dos elementos das ciências, do saber dos cientistas (Kintzler, 1989);
- se se responde negativamente, como passar das competências infantis, dos elementos cognitivos que uma criança pequena possui, ao saber entendido cientificamente?

Em qualquer caso, que ligação existe entre os elementos primários que uma criança pode adquirir e os elementos primários das ciências?

[Estas perguntas são relativamente modernas; é bem conhecida a frase atribuída a Euclides segundo a qual *não existem caminhos reais para a Matemática*. A essa frase foram atribuídos no tempo vários significados, um dos quais é o seguinte: a única maneira de aprender a Matemática é repetindo-a e

exercitando-se em seus textos, até... absorvê-la. Isso requer tempo, esforço e não se trata certamente de um processo que possa ser encurtado (por outro lado, não estamos longe da posição de G. Gentile, ainda hoje bastante compartilhada por muitos professores nesse campo, o específico da Matemática: não existe um problema da Didática da Matemática; o professor não precisa fazer outra coisa além de repetir seus teoremas e os estudantes apreendê-los)].

A meu ver, a partir dessa discussão, começa-se a delinear uma terna de conteúdos:

- os conteúdos da disciplina d, estabelecidos por ela mesma, por sua história;
- os conteúdos da didática dessa disciplina, digamos D_d; essa tem como objeto de estudo a sistematização (na ótica: ensino $\Rightarrow$ aprendizagem eficaz) dos elementos da disciplina d, mas os conteúdos específicos de D_d não são mais os conteúdos de d, são novos relativamente a d;
- os conteúdos de outra teoria mais geral, que poderia ser identificada naquela que coloca o problema de como passar, para além do caso específico, dos conteúdos de d aos conteúdos de D_d, qualquer que seja a disciplina d; poder-se-ia então começar a pensar numa espécie de didática geral, entendida nesse sentido.

Aqui, me ocuparei tão somente da Didática da Matemática, mesmo que permita várias divagações em direção à didática geral, particularmente no capítulo 13. Assim sendo, suspendo a história do nascimento da didática geral, para descrever um pouco o nascimento das didáticas das disciplinas.

Quase todos hoje em dia consideram os *Elementos* de Euclides uma obra com objetivos didáticos; mas também o conteúdo do Papiro de Rhind (em sua forma original, 1850 a.C.) poderia ser uma obra destinada à didática, uma vez que possui várias características desse tipo de obra. Isso para dizer que a questão possui milhares de anos de história. Não apenas isso, mas com o passar dos séculos foram desenvolvidas idéias e diferentes concepções relativamente à Didática da Matemática

(em particular da Geometria). Todavia, cada proposta didática sempre se traduzia em propostas concretas de percursos, modalidades, mudanças de axiomáticas, projetos, conseqüentemente diferentes perspectivas; por esse motivo é usual dizer que somente nos primeiros decênios do século XX nasceram verdadeiros e próprios estudos sobre didática entendida como disciplina em si mesma (Chervel, 1988). Por meio do estudo da história das didáticas disciplinares, aprende-se que a escola somente então tendeu a "escolarizar os saberes", dando-lhes uma aparência especial, justamente com a finalidade de torná-los ensináveis. Dito em outras palavras, o esforço do docente havia sido sempre, em precedência, aquele de *repetir* a disciplina, na língua, nas maneiras e nas formas consideradas peculiares para ela, talvez de maneira pessoal, expondo, portanto, implicitamente uma própria forma de ver as coisas. Aquele que, por alguma forma misteriosa de... osmose, aprendia, bem: podia considerar-se uma pessoa afortunada. Quem não aprendia, dava, com toda probabilidade, uma simples idéia de si mesmo de não possuir a famosa "predisposição natural" para a disciplina (e, no caso da Matemática, é fácil constatar a quantos falta a famosa "predisposição natural", uma vez que parecem ser muito poucos aqueles que estão dispostos a admitir sempre haver compreendido a Matemática!).

Chervel discute inclusive a respeito da liberdade de criação da disciplina, com fins escolares, por parte do professor:

> no quadro de uma finalidade bem definida, a liberdade teórica de criação disciplinar do professor é exercitada em um lugar e sobre um público determinados, a aula de um lado, os estudantes do outro".
>
> (Chervel, 1988)

Essa questão, uma vez mais, me leva por um lado a confirmar que somente considerações desse tipo (sobre a disciplina) permitem dizer que, a meu ver, está se desenvolvendo um discurso crítico que define os conteúdos de uma didática disciplinar; por outro lado, que existe a necessidade de reconhecer uma teoria que garanta a legitimidade de estudos gerais desse tipo, sua coerência, as fronteiras entre o possível e o correto (e isso, para mim, não diz respeito à disciplina em sentido estrito

e poderia, ao contrário, constituir uma ponte entre a Didática disciplinar e a Didática geral).

Por meio das formas do saber escolarizado (ou melhor, que deve tornar-se escolarizado) é que se concretiza a necessidade das fases de transição: quais são as chaves disponíveis de acesso ao saber? Como utilizá-las? Por quê? Com quais objetivos?

Perguntas desse tipo *devem* ter respostas disciplinares; seria um desastre se assim não fosse: teríamos uma didática vazia, inaceitável. Entretanto, não seria correto e responsável confiar a resposta a essas perguntas apenas aos expertos em didática da disciplina: é necessário ter realizado reflexões muito mais amplas, independentes inclusive de determinada disciplina. Mais terrível ainda, em certo sentido, é a pretensão de confiar a resposta a essas perguntas àqueles que são disciplinaristas, sem outra experiência em didática da sua disciplina a não ser aquela *rotineira* de si próprios enquanto estudantes ou como professores ou ainda baseada na observação dos próprios filhos em ação. O especialista da disciplina poderia não ter a sensibilidade (desenvolvida no decorrer dos anos, graças a uma investigação específica constante), ou melhor, a competência, para distinguir entre as duas formas de elementos primários, ou entre as diferentes acepções de simples, e, conseqüentemente propor soluções didáticas destinadas ao fracasso (infelizmente, a história da Didática da Matemática está repleta de exemplos desse tipo).[10]

Mais interessante ainda parece ser a perspectiva que se delineia quando se tem a coragem de aceitar a idéia de "simplicidade" e de "elementos" na fase da aprendizagem inicial, chamando *conceitos* a tudo isso e aceitar estudar o desenvolvimento dos conceitos no ensino. Esse é certamente o ponto de vista de Vigotsky que estuda a diferença entre o conceito cienti-

Notas

[10] Gosto de afirmar que, em certo sentido, todo este livro é útil apenas para tentar convencer que a Didática da Matemática é uma disciplina autônoma, nem Didática geral, nem Matemática, muito menos um receituário banal de bom senso. Nada pior do que uma didática baseada na simples experiência de ensino, mesmo que de muitos anos, ou seja, não ligada a profundos estudos específicos e principalmente à *investigação* no setor.

ficamente entendido e aquele que poderíamos chamar (e o faremos em um capítulo posterior) "*misconception*[11]" possuída pelo aluno: nesse sentido, então, pode-se dizer que *a aprendizagem escolar produz a transformação do pensamento conceitual* (Vigotsky, 1966, cap. IV)

A fim de entender plenamente os conteúdos tratados em Didática da Matemática, é necessário fazer algumas distinções e um pouco de história muito recente; é o que farei nas seções subseqüentes.

Antes de abandonar as considerações gerais e adentrar cada vez mais no domínio propriamente dito da Didática da Matemática, farei ainda algumas considerações no que segue.

A Didática geral, no sentido a que me referi antes, remete a:

- certo tipo de discussão acerca de questões de Pedagogia, que se referem à aprendizagem, ao ensino, específicas da formação dos professores;[12]
- atitudes teóricas e práticas concernentes ao "trabalho do professor"; enfrenta a questão da classe e do ensino por meio de considerações de tipos gerais, se é problematizada de modo geral; ou seja, não se dão as já citadas "receitas", mas evidenciam-se os problemas ensinando a reconhecê-los e circunscrevê-los;
- um programa que se refere à didatização da ciência da Educação; em particular, a didática reivindica para si própria a questão da formação inicial dos professores e não a remete às ciências da Educação, consideradas por demais gerais.

A pesquisa em Didática possui, portanto, objetivos requeridos por necessidades, por exigências concretas que podem

Notas

11 Ao longo de todo o texto será utilizado o termo em inglês. (N.T.)

12 Essa é uma questão de extrema delicadeza, sobre a qual voltarei criticamente várias vezes no livro inteiro.

ser expressas, por exemplo, por meio das seguintes perguntas: o que é preciso fazer e saber para tornar o ensino mais eficaz? como aprendem os alunos? quais são os instrumentos metodológicos para adaptar o ensino às capacidades individuais? como avaliar a eficácia da escolha metodológica? como e com quais instrumentos avaliar? (apenas para dar um contra-exemplo o "o que" avaliar, a meu ver, diz respeito à didática da disciplina; mas a análise dos possíveis instrumentos para a avaliação pode estar a cargo do teórico da didática geral) (Fandiño Pinilla, 2002).

Entretanto, tudo isso é banal se não estiver ancorado em bases teóricas profundas e sólidas.

Tais bases devem ser construídas a partir das pesquisas nas quais colaborem estudiosos de Didática geral e Didática disciplinar, a fim de entender a teoria e as exemplificações, úteis a ambos. Por exemplo, é óbvio e aceito por todos atualmente que a epistemologia da disciplina é o fundamento para estudar os obstáculos à aprendizagem e a natureza dos erros, o que possui fortes repercussões nas avaliações da eficácia da ação didática e nas avaliações do nível de aprendizagem alcançado. Mas a Epistemologia da disciplina deve ser estudo e objetivo não apenas dos didatas da disciplina: o estudioso de Didática geral que ignora as características peculiares fundamentais das epistemologias das disciplinas corre o risco de falar no vazio da própria Didática geral. Obviamente isso não significa que o didata geral deva saber tudo: estou apenas afirmando que necessita de informações peculiares a partir das quais possa extrair exemplos significativos, caso precise!

Isso levou ao desenvolvimento de uma longa serie de paradigmas metodológicos no campo da Didática da Matemática, e como falarei muito sobre isso mais adiante, evito aqui qualquer citação apressada; entretanto, evidenciou também estudos e papéis da pesquisa em Didática geral.

- Segundo Vergnaud
  (Vergnaud, Holbwachs, Rouchier, 1977):

> É necessário descartar todo esquema reducionista: a Didática não pode ser reduzida nem ao conhecimento da disciplina, nem à Psico-

logia, nem à Pedagogia, nem à História, nem à Epistemologia. Ela pressupõe tudo isso, mas não pode ser reduzida; ela possui uma identidade, seus problemas, seus métodos. Essa é, atualmente, uma questão aceita pelos pesquisadores que estão comprometidos nesse caminho";

- para Brun (1981):

A renovação do termo "didática" em ciências da Educação contém a vontade de voltar a dar importância à análise dos conteúdos de ensino";

- de acordo com Lacombe (1985):

A Didática diz respeito essencialmente à transmissão dos conhecimentos e das capacidades; ela constitui, conseqüentemente, o núcleo cognitivo das pesquisas sobre o ensino";

- conforme Audigier (1990):

A Didática se diferencia da Pedagogia por levar em conta de maneira sistemática os conteúdos da disciplina".

Isso pelo que se refere à Didática geral e seus interesses pelas disciplinas. Entretanto, para tentar definir, pelo menos para começar, o que é uma didática de disciplina, vejamos aquilo que afirmam outros autores:

- Douady (1984): a Didática da Matemática é

o estudo dos processos de transmissão e de aquisição dos diferentes conteúdos dessa ciência (a Matemática) [e] se propõe a descrever e explicar os fenômenos relativos às relações entre seu ensino e sua aprendizagem. Ela não se reduz a buscar uma boa maneira de ensinar uma determinada noção";

- Vergnaud (1985a):

A Didática de uma disciplina estuda os processos de transmissão e aquisição relativos ao domínio específico dessa disciplina, ou das ciências próximas com as quais ela interage".

Acredito, porém, que a melhor maneira para evidenciar o conteúdo, os objetivos, as metodologias da Didática da Matemática e, pelo menos em parte, a pesquisa atual em Didática da Matemática, seja a de aprofundar, passo a passo, alguns de seus conteúdos que se sobressaem. Mesmo porque, relativamente à especificidade da pesquisa em Didática da Matemática, a discussão foi tão forte no passado recente que foram produzidos interessantes estudos. Preliminarmente, poder-se-ia ler Brun e Conne (1990) e Boero (1992a).

Para uma história sobre a idéia de didática, como é entendida atualmente, remeto a Artigue e Douady (1986) que, embora com algumas diferenças, situam o seu nascimento em 1974, na França.

Tudo o que foi exposto acima abriu várias vezes a questão nada banal da preparação dos professores de Matemática. As diversas nações do mundo decidiram percorrer distintos caminhos, muitas vezes, inclusive, muito diferentes entre si, embora não seja aqui o caso de entrar em detalhes (Fandiño Pinilla, 2003). Este livro pretende contribuir para desmontar a idéia, ainda viva, de que para ensinar Matemática basta conhecer Matemática. Não pode ser assim; nunca foi assim: já no século XVIII se havia entendido que não é assim.

Enquanto remeto a Godino (1996) e a D'Amore e Martini (1999) para um aprofundamento, limito-me aqui a observar que o grande matemático Felix Klein [1849–1925], ao final do século XIX, lamentava a ausência de uma preparação para a profissão de professor de Matemática na Universidade (Loria, 1933).

Segundo Klein, o período dos estudos universitários constitui simplesmente um parêntese, que ele chamou de *parêntese universitário*. Primeiro, o futuro professor é um aluno de ensino médio; depois vive esse parêntese e finalmente volta, como professor, para a escola básica; não tendo tido nenhuma preparação para essa profissão, nada pode fazer além de adequar-se ao modelo pré-universitário que havia vivenciado (Bernardi, 1995a).

1.3 A Didática da Matemática como *ars*[13]

> Do que sabemos a partir dos documentos disponíveis, podemos dizer que Wittgenstein se dedicou ao ensino com uma *intensidade desconhecida* e com um senso de *dever absoluto*. Não perdoou sequer a si mesmo; e foi severo com seus estudantes. (...) Viveu pobre com os pobres; respeitou-os; fez de tal maneira que seus jovens chegassem a pensar por si mesmos; deu-lhes o que tinha: seu saber, sua abnegação, e sua cesta de laranjas.
>
> Dario Antiseri, Introdução à edição italiana de: Ludwig Wittgenstein, *Dizionario per le scuole elementari.*

A Didática da Matemática como arte produziu, como veremos, resultados interessantes. O seu objeto de trabalho é essencialmente o seguinte: o *ensino* de Matemática; o objetivo: criar situações (na forma de aulas, atividades, objetos, ambientes, jogos,...) para um *melhor* ensino de Matemática. O argumento mais ou menos explícito parecia ser o seguinte: se o ensino melhora, a aprendizagem também melhorará e a validade dessa suposição era tida como certa. O peso "artístico" da atividade de ensino, portanto, recai completamente sobre o professor. Entretanto, por detrás dessa escolha está a convicção de que a atração exercida sobre a atenção e sobre a motivação do estudante são as características essenciais para que esse último aprenda. Isso corresponde à verdade ou trata-se de uma ilusão, um pouco ingênua? A este propósito, escreve Moreno Armella (1999):

> O ensino, como simples processo de instrução, acrescido de hipóteses sobre a capacidade de o estudante absorver aquilo que se diz "bem" para ele, não é uma concepção: é uma ilusão".

Observe-se a ênfase em "bem": colocar toda a responsabilidade no ensino, mesmo que entendido como o resultado de uma reflexão artística, não fornece garantia alguma no plano das aprendizagens. Nos dias de hoje, essa é a opinião compartilhada pelos estudiosos de didática. No passado, entretanto, vários autores sustentavam que ensinar é uma arte,

Notas

[13] Arte.

fruto de características pessoais que não podem ser aprendidas nem transmitidas, com a radical conclusão de que a pesquisa didática é inútil. Trata-se de uma concepção deletéria que, com certeza, não abre caminho para reflexões interessantes e que, ao contrário, extingue qualquer esperança em melhorar as aprendizagens por meio de estudos específicos, constituindo uma involução inevitável. Felizmente, os indiscutíveis sucessos obtidos na pesquisa atual mostram que se trata de uma posição amplamente superada, em relação à qual não vale a pena perder mais tempo.

Como sempre, é necessário fazer algumas distinções para não cair em equívocos: aquilo que foi afirmado acima não significa que não existam docentes (cada um de nós, afortunadamente, tem algum na memória da própria vida escolar!) que demonstram possuir indiscutíveis dons *naturais* na comunicação e na capacidade de atrair a atenção dos estudantes. O que se quer dizer é que:

- a eficácia das aprendizagens não é exclusiva apenas desses "artistas da didática" embora, obviamente, partindo de uma situação de atenção e interesse, é provável que cresça a *motivação* e, portanto, a *volição*;
- nada garante que um professor perfeito, apenas por esse motivo, obtenha o resultado desejado no plano da qualidade da aprendizagem por parte de seus alunos.

Voltando aos resultados da didática que aposta tudo no ensino, eu disse um pouco acima que ela obteve resultados interessantes nos últimos decênios.

Como não reconhecer, por exemplo, aqueles obtidos com a *Matemática viva* de Zoltan P. Dienes (1972), que tanto sucesso obteve nos decênios passados, no mundo todo? O estudante *vive* a Matemática, não se limita a aprendê-la: o professor cria para ele *ambientes* favoráveis, adequados, perfeitamente estruturados; e *atividades*, por exemplo, jogos lógicos, jogos de movimento, até mesmo danças, cuja estrutura é matemática. Os famosos "blocos lógicos" deram a volta ao mundo, sendo mesmo considerados por muitos professores como o protótipo e o sinônimo de *lógica*; trata-se de objetos predispostos, confeccionados previamente para efetuar ativamente exercícios

de lógica de diferentes tipos; por exemplo, jogos nos quais se evidenciava uma parte proposicional e uma parte predicativa, operações sobre conectivos e sobre quantificadores, operações numa versão ingênua da teoria elementar dos conjuntos etc. O professor preordenava a atividade, o estudante sentia prazer ao realizá-la porque podia manipular objetos, dialogar de maneira ativa com o professor e os colegas, sentir-se no centro das atenções, um protagonista.

Nessa mesma categoria eu colocaria o famosíssimo trabalho de Emma Castelnuovo, à qual dediquei as atividades de um Congresso nacional, em novembro de 1990, sobre a Didática da Matemática (D'Amore, 1990). Naquela ocasião, chamando-a em primeiro lugar ao palco dos oradores, declarei que Emma certamente havia sido uma fonte de inspiração para todos os pesquisadores italianos em Didática da Matemática. Verdadeiramente, penso assim. Entre as muitas maravilhas com as quais Emma presenteou a escola e a didática, lembro aqui apenas uma das mais famosas, realmente extraordinária em sua simplicidade e genialidade: o *paralelogramo articulado* com o qual se estudam milhares de coisas, por exemplo, propriedades que ligam iso-perimetria e equi-extensão, ou certas transformações geométricas, ou retângulos e paralelogramos. Emma, ativa há décadas, possui milhares de seguidores; quase no mundo inteiro, há grupos e escolas que, em sua homenagem, têm seu nome. Algumas de suas intuições são verdadeiramente geniais e são tanto matemáticas quanto artísticas.

Com relação a ambientes artificiais criados sob medida para determinadas aprendizagens específicas, como não lembrar aqueles inspirados em Maria Montessori [1870–1952]? Tive a oportunidade de dialogar com professores que se inspiram nas idéias dessa grande personagem e admirar o trabalho deles; eles garantem que as crianças vivem com alegria essas experiências tão concretas, tão fascinantes, de exploração; e que as aprendizagens que pouco a pouco são realizadas são estáveis e profundas, nada epidérmicas.[14]

Notas

[14] Parece lícito manifestar alguma dúvida a esse respeito, não tanto pelo ambiente criado, mas devido a uma espécie de ingenuidade crítica presente entre alguns de seus adeptos.

1.4 Duas maneiras diferentes de compreender a Didática da Matemática: Didática A e Didática B

> Algumas vezes, quando crianças, atravessávamos o bosque até seu vinhedo: fingíamos roubar uvas e figos, ele fingia inquietar-se, nos ameaçava, imaginem, com o livro que estava lendo à sombra da figueira. Terminada a brincadeira, sentávamos no chão ao redor de sua poltrona de vime; e sua esposa, também uma alma tão doce, nos trazia pão para comermos com os figos. Ele acreditava que nos divertia, na realidade ele se divertia com jogos matemáticos; nós fingíamos estar interessados a fim de agradá-lo.
>
> Giulio Carlo Argan, Apresentação a: Giuseppe Peano, *Giochi di aritmetica e problemi interessanti.*

Antes de continuar com outros exemplos significativos, gostaria de tentar fornecer uma descrição geral, numa primeira aproximação, daquilo que se entende *hoje* a respeito da pesquisa em Didática da Matemática.[15]

É possível levantar a hipótese de um duplo modo de ver a Didática da Matemática:

A: como divulgação das idéias, fixando a atenção na fase do ensino (**A** de *Ars*, em referência à sua tradução latina);

B: como pesquisa empírica, fixando a atenção na fase da aprendizagem (algo que mais adiante definirei melhor e que poderíamos chamar: *epistemologia da aprendizagem da Matemática*).

Todas as experiências, que foram brevemente citadas na seção anterior, pertencem à tipologia **A**, enquanto o esforço do especialista em didática está totalmente voltado para a transformação de um discurso especializado (e, portanto, complexo, dado que utiliza uma linguagem técnica não natural) em um discurso compreensível e mais de acordo com a natureza do aluno. O especialista em didática **A** é sensível ao aluno,

Notas

[15] Estou certo, embora não tenha real competência, de que um discurso análogo possa ser feito também para algumas outras didáticas disciplinares. Note-se a ênfase que quis dar ao *hoje*: não tenho a menor idéia de como evoluirão as coisas *amanhã*...

colocando-o no centro de sua atenção; entretanto, a sua *ação didática* não é sobre o aluno, mas sobre o assunto que está em jogo.

A didática **A** pode contribuir para a colocação e às vezes para a resolução de problemas de grande importância como: melhorar a imagem da Matemática, melhorar a imagem de si próprio ao fazer Matemática, melhorar a atenção, ativar o interesse e a motivação.

A esse propósito, acredito poder afirmar que tudo isso, sempre visto e considerado como relativo aos alunos, seja, porém, transferível também para os professores. Em outras palavras: parece-me que também o professor de Matemática em qualquer nível escolar, tenha problemas com a imagem da Matemática por quanto concerne a si mesmo, aos alunos, diante dos colegas, das famílias, da sociedade.

Uma imagem ruim da Matemática é nociva para o próprio professor. Aulas não concluídas, repetitivas, enfadonhas, cansativas, têm conseqüências negativas nos alunos e, portanto, sobre todos os outros componentes do mundo da escola, contribuindo em dar, ao próprio professor, uma imagem negativa da Matemática, bem como uma imagem negativa de si mesmo enquanto professor, tornando, portanto, negativo o trabalho didático.

Pois bem: pessoalmente, vi muitas vezes como o entusiasmo pelas propostas didáticas de Dienes, Castelnuovo, Montessori, seja real e contagioso. Os professores que aplicam, com convencimento, um método de divulgação que captura a atenção e torna prazeroso fazer matemática, são mais ativos, mais positivos, mais convencidos do que fazem. Todo o mundo da escola obtém as vantagens descritas.

1.5 Didática A, como divulgação de idéias

Como se comporta um gato assustado?

Pode fugir para a direita ou para a esquerda, pode subir numa árvore, pode entrar num buraco, pode também decidir manter sua posição, eriçando o pelo e soprando. Para nós o gato parece, sem dúvida, dotado de uma faculdade de *escolha* que nos impede fazer qualquer previsão precisa.

Porém, como cai uma pedra abandonada de certa altura?

Sempre da mesma maneira; dá a impressão de não ter escolha.

Pois bem, a atitude científica não consiste em atormentar-se ao redor da pergunta – completamente irrelevante desse ponto de vista – se a pedra cai por vontade de algum espírito congênito na natureza (ou de um deus); ao invés disso, consiste em, antes de qualquer coisa, observar e descrever com exatidão a maneira segundo a qual ocorre o fenômeno e, em segundo lugar, em perguntar-se se não seria conseqüência de um comportamento mais geral da natureza, de uma *lei* à qual tal fenômeno obedece.

Maria Luisa Dalla Chiara e Giuliano Toraldo di Francia, *La scimmia allo specchio*.

A Didática **A** parece-me de importância fundamental. Nessa tipologia eu colocaria também algumas atividades que são conhecidas como "uso da História da Matemática como instrumento didático".[16] Tanto a *História* (como análise crítica da evolução das idéias), como a *história* (como desenvolvimento dos fatos), e finalmente a *história anedótica*, possuem papéis interessantes na tipologia **A**. Uma primeira distinção entre esses diferentes papéis e uma concreta valorização de cada um deles, se encontra em D'Amore e Speranza (1989, 1992, 1995) e em Furinghetti (1993).

- A primeira (análise crítica da evolução das idéias) constitui certamente uma área de interesse a ser privilegiada,

Notas

[16] Esse campo de estudos assumiu hoje um notável interesse (sobretudo em Didática B, como veremos). Os diversos congressos e seminários de estudos internacionais, como o último ICMI Study de 1998, em Luminy (Marselha, França), testemunham tal fato. Basta ver, por exemplo, Weil (1980), Fauvel (1990, 1991), Fauvel e Van Maanen (1997), Furinghetti e Somaglia (1997) e Bagni, Barbin et alii (1999). A citação seguinte é de Fauvel e Van Maanen (1997, p.8): "Como qualquer projeto educativo, aquele de considerar a História da Matemática como uma componente do ensino de Matemática acarreta uma expectativa mais ou menos explícita em termos de uma melhor aprendizagem. A investigação sobre o uso da História da Matemática no ensino é, portanto, uma parte importante da investigação em Didática da Matemática". De Furinghetti e Somaglia (1997, p.43): "Parece-nos ser possível identificar dois níveis de trabalho na introdução da história na didática: um deles que poderíamos associar a uma imagem 'social' da Matemática e um outro que concerne mais a uma parte 'interna' da mesma. O primeiro nível refere-se àquelas intervenções que objetivam fornecer motivações para o estudo da Matemática por meio da contextualização no social (geográfico, histórico, comercial, lingüístico) (...) O segundo nível é aquele que recupera (...) a dimensão cultural da Matemática como método, inclusive em estreita conexão com métodos de trabalho próprios também de outras disciplinas".

senão pelo estudante (que, às vezes, poderia revelar-se imaturo e, conseqüentemente, não preparado para enfrentar situações muito maiores que ele) pelo menos pelo professor. Parece adequado admitir que o professor, graças à análise crítica da evolução das idéias matemáticas, desenvolva convicções e reflexões científicas, epistemológicas (no sentido de Filosofia da Ciência) e, *portanto*, didáticas. Essa ênfase que coloquei em *portanto* não é imediata nem compartilhada por todos. No âmbito internacional, no que diz respeito à preparação inicial dos futuros professores de Matemática, há quem considere oportuno inserir questões de caráter histórico e epistemológico justamente devido à certeza da validade dessa conseqüência.

- A segunda (história como desenvolvimento dos fatos) explica as origens das idéias, dos problemas, das teorias que fizeram da Matemática aquilo que é hoje. Transmite, portanto, a certeza de que essa disciplina não é uma coleção anacrônica de coisas já feitas e sistematizadas desde sempre e para sempre, mas é algo em permanente evolução, feita pelo homem para o homem, portanto rica em referências à história cultural e social entendida em sentido mais amplo.

- Finalmente a terceira (que poderia ser caracterizada com uma única palavra: anedótica) fascina os jovens (e não apenas eles...); no meu modo de ver, possui uma função não banal: os matemáticos, personagens que dedicam a própria vida a algo que para a maioria é misterioso, são seres humanos que possuem uma história pessoal (que, muitas vezes, se confunde com a científica); isso os torna menos estranhos para os estudantes, criando um tipo de fascínio não mais misterioso, mas curioso ao seu redor e ao redor de sua produção cultural. A Matemática se desmistifica, justamente devido ao fato de que aquele que a cria não está fora do mundo e está próximo do mundo dos estudantes.

Um exemplo: certa vez, em um grupo de quarta série do ensino fundamental (idade dos estudantes: 9–10 anos) contei (com riqueza de detalhes narrativos completamente inventados, todavia plausíveis) a famosa história (verídica) segundo a qual em uma escola elementar alemã, uma criança de 8 anos – que, posteriormente, se converteu em um personagem tão famoso e importante, digno de merecer o título de "príncipe dos matemáticos" – Carl Friedrich Gauss [1777–1855], resolveu de modo brilhante e inesperado o problema aritmético de calcular a soma seguinte, formada por cem parcelas: $1+2+3+\cdots+98+99+100$. Ao desafio lançado à classe para encontrarem uma maneira rápida de efetuar a operação, obtive muitas respostas (entre elas a engenhosa, mas nada rápida: "Usamos a calculadora!"). Quando contei o método de Gauss criança (ou seja, reconhecer que para encontrar a soma acima se pode multiplicar 101 por 50, uma vez que $1+100$ é 101, assim como $2+99$, $3+98$ etc., justamente por 50 vezes) todos os estudantes começaram a inventar soluções pessoais (algumas das quais bem mais fantásticas e inúteis, outras engenhosas) para imitar o famoso coetâneo de dois séculos antes. A anedota induziu *interesse* pelo assunto e conseqüentemente *motivação* para a tarefa que imediatamente se transformou em volição. E desmontou a idéia segundo a qual apenas adultos engenhosos e muito inteligentes podem trabalhar com as idéias matemáticas. O mundo da Matemática, distante e mítico, de repente ficou próximo às experiências vivas e reais das crianças.

Agora, não há dúvida que a anedótica não pode ser interpretada como investigação histórica academicamente *séria*, mas também é verdade que, a meu ver, em uma visão didática **A** é desejável colocar em movimento todos os mecanismos possíveis de... sedução, a fim de conseguir o objetivo (Furinghetti, 1993).

1.6 Outros exemplos de Didática A

Que o jovem não tenha uma fé cega: nada está bem para ele, exceto aquilo que sente estar bem. Incitando-o sempre para coisas que ultrapassam sua compreensão estais iludidos de que sois previdentes e não o sois. Com o fim de fornecer-lhe algum instrumento supérfluo, que talvez nunca venha a usar, o privais daquilo que é mais universal para o homem: o bom senso; o acostumais a deixar-se guiar sempre, a ser um autômato nas mãos de outros.

Jean-Jacques Rousseau, *Émile ou de l'éducation.*

Em síntese, fazem parte da Didática do tipo **A** todos os estudos e toda elaboração de instrumentos (concretos ou não) que podem melhorar o ensino de Matemática, no sentido acima estabelecido.

Vimos o trabalho de Dienes, de Castelnuovo e os ambientes inspirados nas idéias de Montessori. Vejamos outros exemplos.

Na escola elementar, lembro os assim chamados "números em cores", pensados por Caleb Gattegno [1911–1988]. Às crianças são fornecidas barras de madeira coloridas que servem para fazer representações concretas dos valores numéricos; exercitam-se assim dois estímulos visuais na aproximação ao número natural: altura, uma vez que as barras têm base quadrada constante, mas alturas distintas, proporcionais aos números que representam; e cor, uma vez que cada barra tem uma cor diferente, conforme o número a que se refere. Existe também uma troca entre número no sentido cardinal e número como expressão de uma medida. Com efeito, a barra menor, a unitária (trata-se de um cubinho), é considerada como a unidade de medida, ou seja, corresponde ao número 1. Assim, a barra três, por exemplo, tem altura igual a três vezes a unidade de medida: para refazer a barra três, além da cor, é necessário sobrepor três cubinhos-unidade. (Perde-se algo na abordagem ordinal, mas talvez possa ser recuperado com oportunas atividades de contagem). Esse material largamente difundido no mundo inteiro nos anos setenta, ainda se encontra presente nas escolas elementares, embora seu papel didático parece-me ser sempre menos enfatizado.

Muito difundidas, principalmente nos anos 70 e 80, foram aquelas salas equipadas de maneira especial e denominadas

"laboratórios de Matemática". Tratam-se de verdadeiros laboratórios didáticos nos quais os alunos *constróem* (no verdadeiro sentido concreto da palavra) objetos que têm a ver com a Matemática: máquinas elétricas para fazer cálculos, instrumentos para estudar as transformações geométricas, máquinas lógicas para estudar os conectivos etc. (Caldelli, Amore, 1986). Houve muitos anos de trabalhos intensos ao redor dessa idéia que possui frutos, sem dúvida positivos, no plano didático-cognitivo, dado que se estabelecem mecanismos relacionais (professor-aluno) muito especiais e relações cognitivas (aluno-Matemática) de interesse teórico muito elevado (D'Amore, 1988, 1990–91).

É óbvio que essa atividade em laboratório configura-se no interior da assim chamada "pedagogia ativa": o jovem constrói e no caso não apenas metaforicamente, mas de maneira concreta, com suas próprias mãos, objetos que solicitam conhecimento. Os conceitos são o resultado da elaboração de projetos que devem ser examinados meticulosamente pela experiência. O produto deve ser pensado *a priori* porque tem um objetivo declarado e esperado, mas depois sua eficácia deve ser verificada.

Foram mesmo anos de grande interesse social por essas iniciativas, mais exatamente entre o final dos anos setenta e a metade dos anos oitenta. Eu mesmo coordenei o nascimento de algumas dezenas de laboratórios em Bolonha (escolas elementares municipais, existentes na época), em Osteria Grande (escola estadual, com designação do ministério de um docente justamente para acompanhar as atividades de laboratório), Imola (idem), Lugo de Romagna e localidades limítrofes (aonde realizamos muitos centros), e assim por diante.[17] Uma vez que o instrumento matemático não era, como normalmente ocorre, inteiramente construído por um adulto, e levado para a sala de aula já feito e pronto para o uso, mas apenas proposto pelo professor por meio da necessidade de tornar concreta uma idéia, sendo depois projetado, realizado

Notas

[17] É bom ressaltar que nos últimos anos noventa assistimos a uma volta ao interesse pela didática nos laboratórios, como é testemunhado por um número crescente de publicações sobre o assunto.

e verificado pelo aluno, poder-se-ia pensar que essa atividade constituísse uma ponte entre as tipologias A e B (que conheceremos detalhadamente daqui a pouco) da Didática.

Outro instrumento que teve repercussão mundial foi o assim chamado "minicomputador" idealizado por Georges Papy. Na realidade, apesar do nome, o instrumento nada tem a ver com a (então) nova realidade tecnológica emergente, dado que consiste apenas em um quadrado de papel subdividido em outros 4 quadrados (por meio de suas medianas). O minicomputador Papy é útil para jogos de transformação da base numérica dois para a base dez (e vice-versa), utiliza expoentes de base dois e permite cálculos de certo interesse, motivando, por meio de uma idéia lúdica simples e genial, o aluno à tarefa. Mais ainda, o aluno sempre tem a impressão de criar por si mesmo algo novo, dado que descobre continuamente vínculos curiosos e fascinantes entre números escritos nas duas diferentes bases. Também a Papy e seus seguidores é atribuído o uso maciço da "linguagem das flechas", uma espécie de ambiente lingüístico pré-formal, considerado, por quem o utiliza, "neutro" e "espontâneo", pré-cognitivo mesmo, uma vez que seu uso não requer capacidades específicas.

Como não lembrar o célebre geoplano, um quadrado de madeira, idealmente quadriculado, com pregos colocados nos vértices de cada quadradinho? Também esse muito simples e genial instrumento deu a volta ao mundo e difundiu-se rapidamente e, ainda hoje, se encontra presente em muitas realidades escolares, especialmente na escola obrigatória[18]. Ele é útil para atividades bastante elementares, por exemplo, como base de figuras geométricas tornadas visíveis com elásticos coloridos esticados ao redor dos pregos-vértices. Em geral, porém, também é útil para ilustrar de maneira muito simples resultados matemáticos mais avançados, como o teorema de Pick,[19] sendo adequado para realizar inclusive investigações muito sérias de caráter indutivo e dedutivo. Mais geralmente,

Notas

[18] Na Itália o difusor deste instrumento foi o Angelo Pescarini.

[19] Trata-se do seguinte. suponhamos que temos um polígono cujos vértices são nós de um quadriculado (por exemplo, no geoplano). Sejam então: C o número de vértices do geoplano que se encontram no Contorno do polígono; I o número de vértices do geoplano Internos ao

o plano quadriculado se presta para várias atividades matemáticas: o estudo da assim chamada geometria do taxista, da probabilidade (por meio do assim chamado *quincunce*), do triângulo de Tartaglia-Pascal etc. (Caldelli, D'Amore, 1986).

A lista poderia continuar longamente, uma vez que em tantos anos de experiências na tipologia **A**, a Didática da Matemática deu origem a muitas idéias concretas, algumas das quais verdadeiramente geniais.

Para concluir, quero apenas lembrar do ábaco multibase, um instrumento bastante difundido no que seria hoje a escola básica nos anos 70, mas que hoje em dia desapareceu, e que servia para fazer cálculos passando de uma base numérica para outra. A idéia inspiradora era a seguinte: dado que usamos sempre a base dez, o estudante podia ser induzido implicitamente a pensar que existia apenas essa base e que de alguma forma somos "obrigados" a utilizá-la. (Muito embora os cálculos sobre a duração dos intervalos de tempo e sobre as amplitudes dos ângulos constituam alguns contra-exemplos).

Consequentemente pode ser útil sugerir, na maneira mais concreta possível, que existem escritas numéricas que podem ser interpretadas de diferentes maneiras, de acordo com a base numérica escolhida. Por exemplo, a mesma escrita "11" pode dizer coisas diferentes, de acordo com o âmbito numérico escolhido: quererá dizer "três" se escolhemos a base dois; quererá dizer "onze" se escolhemos a base dez; quererá dizer "cinco" se escolhemos a base quatro, e assim por diante.

Infelizmente, esse instrumento e essa idéia foram exageradamente mal entendidos, criando uma distorção: mais do que limitar-se a dar essa visão da possível multiplicidade das bases, alguns professores entusiastas (mas um pouco ingênuos) começaram a transformar essa atividade numa série de exercícios antipáticos e cansativos, que, além de tudo, não tiveram resultados didáticos positivos... Mas isso em nada diminui, a meu ver, a idéia inicial e o instrumento em si.

Notas

polígono. Pois bem, em 1899, Georg Pick demonstrou que, assumindo como unidade de medida o quadradinho do geoplano, a área do polígono é: $C{:}2+I-1$. É possível ver o trabalho original de Georg Pick (1899) mas não é tão fácil de encontrar. Uma pesquisa didática sobre o teorema de Pick se encontra em Bagni (1996).

1.7 Limites da didática A

Que nada saiba ele apenas por tê-lo ouvido de vós, mas somente por tê-lo compreendido por si mesmo: que não aprenda a ciência, mas que a descubra. Se conseguirem substituir, em sua mente, a razão pela autoridade, não raciocinará mais; será apenas o palhaço da opinião dos outros.

Jean-Jacques Rousseau, *Émile ou de l'éducation*.

Esse destino, o do mal entendido e do exagero acrítico, da perda da evidência da motivação didática que se encontra na origem de uma idéia e de um instrumento, parece ser comum a muitas das inovações que considerei fazendo parte da didática **A**. Talvez isso seja justamente devido ao fato de tanto os proponentes como os seguidores não possuírem, como suporte, os resultados de uma pesquisa didática sobre os efeitos cognitivos em relação às modificações na aprendizagem obtida com o referido instrumento. Com efeito, a confiança no resultado cognitivo era uma conseqüência do próprio instrumento, do grau de convencimento garantido pelo proponente, do consenso existente em todos os níveis ao redor das propostas.

Assim foi para muitos dos instrumentos apresentados, para a teoria dos conjuntos (versão escolar da teoria ingênua dos conjuntos, sobre a qual voltarei explicitamente em 1.8.) e para a introdução da lógica dos enunciados (uma exasperadora coleção de tabelas verdade e conectivos; D'Amore, 1991) etc.

Um dos principais problemas didáticos que fornece uma ligação entre todo o material apresentado até agora é, sem dúvida, aquele da *transferência cognitiva*[20]. Tratarei brevemente da questão agora, mas depois a retomarei de maneira mais profunda.

Muitos dos que criaram instrumentos como os acima referidos produziram ambientes de trabalho especiais, fechados em si mesmos, que chamarei *ambientes artificiais*; neles potencializam-se os aspectos matemáticos das próprias atividades, evidenciando-os e isolando-os.

Notas

[20] Na expressão italiana *transfer cognitivo*, o primeiro termo é do Inglês. (N.T.)

Trata-se, porém, de atividades, por assim dizer, com um fim em si mesmas, isto é, "internas". A aposta pedagógica subjacente parece ser a seguinte: a motivação e o interesse que a nova atividade provocou no aluno são tais que a aprendizagem do conceito "em jogo" será não epidérmica, mas profunda. Dessa maneira, quando o aluno se encontrar diante de um problema do mesmo tipo, mas num ambiente diferente, *transferirá* o saber de uma situação para a outra, de um modo natural, implícito, espontâneo, *sem exigências cognitivas específicas para a nova situação de aprendizagem*.

Dito de uma maneira muito simplista é o fenômeno da *transferência cognitiva*: a partir de um conhecimento "artificial", construído sob medida em um ambiente adequado e específico, há a transferência ao conhecimento generalizado, isto é, à capacidade de produzir habilidades cognitivas e procedimentais em outras situações.

Entretanto, as coisas não ocorrem sempre dessa forma. Na realidade, *dificilmente* funcionam assim: as capacidades cognitivas e procedimentais permanecem freqüentemente ancoradas ao âmbito em que foram alcançadas; não se sabe *transferir* o conhecimento, a não ser em casos particulares.

Esse limite redimensionou os estudos realizados no âmbito da Didática **A**. Embora esses estudos continuem, são acompanhados, hoje em dia, acompanhados por uma pesquisa empírica séria, bem fundamentada, cada vez mais especializada. Dessa maneira, esses estudos tendem fatalmente a se tornar pesquisas em Didática **B**, ou então, não são mais levados em conta a não ser como meros exercícios retóricos, sem credibilidade didática alguma.

(Na realidade, como já mencionei, a problemática da *transferência cognitiva* não é tão banal. Deverei retomá-la adiante com detalhes muito mais profundos).

Entretanto, é possível realizar pesquisa empírica em uma Didática de tipo **A**?

É preciso esclarecer inicialmente que ao se assumir a tipologia **A** como campo de pesquisa, é necessário reconhecer que os estudiosos *não* conseguiram elaborar um estatuto epistemológico próprio global.

Alguém poderia se opor a essa afirmação apelando para o bourbakismo[21]; entretanto, a referência ao estruturalismo bourbakista não é correta, uma vez que esse *não* é, e nunca pretendeu ser, uma epistemologia da pesquisa em Didática, sendo-lhe, aliás, completamente alheio.

Também não é correto fazer referência ao estruturalismo no sentido piagetiano, que por sua vez também faz contínuas referências ao estruturalismo bourbakista: a teoria segundo a qual a aprendizagem ocorre em "estágios" hierárquicos lineares, em analogia ao modelo da epistemologia genética de Jean Piaget [1896–1980], está, há algumas décadas, no centro das discussões: trata-se de uma construção teórica elegante e fascinante, mas que dificilmente encontra verificações empíricas sérias e significativas, que a tornem aceitável. Aliás, as verificações empíricas realizadas até o momento, parecem ir a direções muito diferentes ou mesmo opostas[22].

Na ausência de uma verdadeira pesquisa empírica, qual a certeza que podemos ter sobre o fato de o uso de um instrumento qualquer, dentre os descritos na tipologia **A**, tornar *realmente* os alunos mais capazes em algo que não seja meramente específico? Por exemplo, utilizar o ábaco multibase, por muito tempo e com a assistência de um professor, torna evidentemente o aluno mais capaz na utilização... desse tipo de ábaco,

Notas

[21] Trata-se de uma corrente que poderíamos chamar hoje de Epistemologia da Matemática que teve por objetivo reescrever toda a Matemática, procurando basear-se apenas numas pouquíssimas estruturas algébricas consideradas fundamentais (D'Amore, Matteuzzi, 1975). Essa pesquisa, iniciada nos anos 40 e em curso ainda hoje (muito embora sem o vigor e as violentas motivações iniciais), influenciou profundamente não somente a Matemática, mas também outras disciplinas que a tomaram como exemplo (D'Amore, 1981, 1987a). O fenômeno estruturalista, que envolveu muitas disciplinas, tem certamente aqui sua origem; nele se inspiram, por exemplo, muitos dos mais célebres trabalhos de Jean Piaget.

[22] Sobre este ponto muitíssimo delicado, limito-me a citar apenas as primeiras pesquisas críticas (aquelas da segunda metade dos anos 70, que tiveram tanta repercussão, já que minavam as bases de teorias que pareciam indiscutíveis) e, entre as últimas, apenas aquelas que nasceram no interior do Núcleo de Pesquisa por mim coordenado. Entre os precursores é possível encontrar: Brainerd (1973), Mogdil (1974), Feldman e Toulmin (1976), Gelman e Gallistell (1978); e entre os mais recentes: Sandri (1992), Aglì, D'Amore, Martini e Sandri (1997) e Sbaragli (1999). As pesquisas desse tipo são muito numerosas. Para uma crítica mais geral às investigações sobre o estilo piagetiano, ver Gardner (1993, pp. 57 e seguintes, da edição italiana).

mas é possível afirmar que esse mesmo aluno terá se tornado mais capaz também em outras coisas, como por exemplo, na execução de uma operação, na resolução de um problema, na demonstração de um enunciado? Ou que, pelo menos, tenha se conscientizado mais profundamente a respeito do conceito aritmético de base e sobre a Matemática em geral?

Por outro lado, porém, realizando provas empíricas com dispositivos experimentais adequados e bem estudados, a respeito dos resultados cognitivos obtidos com atividades do tipo **A**, então se passa à *pesquisa* considerada *experimental*, entrando no campo da *epistemologia da aprendizagem*, ou seja, chega-se ao ponto que diferencia a tipologia **B**.

A fim de encerrar esta seção, menciono os trabalhos histórico-críticos de Angelo Pescarini (1995, 1997), que apresentam o panorama da investigação em Didática da Matemática até os anos 80, e tentam estabelecer alguns dos fundamentos de caráter epistemológico para as diversas concepções que emergiram entre os anos 50 e 80.

O trabalho de Dienes, Papy e outros "monstros sagrados" dos anos 60 e 70 foi submetido a críticas radicais por parte de alguns dos especialistas em didática nos anos 80; em particular, de modo muito lúcido e profundo, sem possibilidade de réplica, por parte de Guy Brousseau (1986) (o nome desse didata francês aparecerá citado várias vezes no que segue). Remeto a esse longo artigo de 1986, um dos pilares do novo modo de entender a Didática da Matemática, a fim de obter os detalhes de tais críticas. Veja-se também em Sarrazy (1995, na tradução italiana, pp. 136–137).

1.8 O "caso" da versão escolar (ingênua) da teoria elementar dos conjuntos e as primeiras investigações sobre a Didática da Aritmética

Qualquer um que tenha a ambição de fazer-se escutar em meio a uma multidão, deverá fazer pressão, empurrar, ir à frente e subir com muito esforço até certa altura acima dos outros. Agora, em cada assembléia, por uma propriedade particular, pode-se observar que sobre as cabeças dos que assistem, por mais que se encontrem amontoados, sempre há espaço suficiente; mas é difícil chegar

porque abrir passagem na multidão é uma fadiga dura, como sair do inferno; (...). A tal fim, em todas as épocas, a solução dos filósofos tem sido a de dar vida a construções no ar.

Jonathan Swift, *Fábula do barril*.

Menção à parte merece a história da versão escolar, às vezes chamada "ingênua", da teoria elementar dos conjuntos que apareceu no mundo da escola nos anos 60, começando nos Estados Unidos, França e Bélgica, chegando, porém, a todos os continentes.

[A respeito de denominação, é preciso dizer explicitamente que "conjunto" é, na teoria dos conjuntos e, portanto, em Matemática, um termo *abstrato*; mas quando é utilizado didaticamente nos níveis escolares primários, é semelhante aos termos "reunião", "coleção", e outros parecidos, precisamente no sentido concreto de mais... *coisas*, às vezes, verdadeiros objetos materiais, reunidos em um todo único e pensados coletivamente. Aviso pois o leitor lógico que, no que segue nesta seção, usarei o termo "conjunto" nessa acepção não-matemática, da linguagem natural e do uso que se faz há décadas em uma didática às vezes ingênua e comum].[23]

Na realidade, parece-me poder afirmar que a assim chamada "teoria dos conjuntos" era apenas a ponta emergente de uma visão estruturalista mais vasta, de inspiração bourbakista, da Matemática, que teve várias denominações: *Nova Matemática*, *Matemática Moderna* e outras mais. Outras solicitações de conteúdo e outras instâncias metodológicas quase não se notaram, porém a linguagem dos conjuntos foi uma novidade que se estendeu como uma mancha de azeite, sobre a qual se derramaram rios de tinta, e que teve uma sorte inicialmente lenta, mas depois enorme e, todavia, ainda não totalmente apagada.

A fim de evitar equívocos, é necessário dizer que o nascimento de uma teoria dos conjuntos consciente *em Matemática*

Notas

[23] Para análises críticas no plano lingüístico, fundacional e didático, pode-se ver D'Amore e Plazzi (1990b, 1992, 1998) e D'Amore (1991a, 1991b). Para um relato fortemente crítico de uma experiência a respeito desse tema na escola básica: D'Amore (1975), no que voltarei em uma nota sucessiva.

é uma questão, na verdade, recente, do século XIX,[24] e não há dúvida que, apesar de todos os limites,[25] a linguagem de uma teoria ingênua dos conjuntos, em Matemática, é cômoda e, em certos aspectos, irrenunciável.

Entretanto aqui não estou falando da vertente *matemática*, mas da vertente *didática*, que é outra coisa, uma vez que se fala de didática pré-universitária...

Talvez (mas somente *talvez*) toda essa aventura começa com o famosíssimo livro de J. Piaget e A. Szeminska, *La genèse du nombre chez l'enfant* (Piaget, Szeminska, 1941) publicado pela primeira vez em 1941 [e traduzido 27 anos depois na Itália (Florença, La Nuova Italia, 1968): o que explica porque a difusão ampla dessas idéias foi tão tardia em meu País]. É preciso dizer também que foram sobretudo psicólogos e pedagogos que se ocuparam dessa publicação e, pelo menos inicialmente, desse tipo de coisas; por esse motivo, a difusão dessas idéias em didática e sua distribuição capilar no território, não foi realizada pelos matemáticos.[26] Sucessivamente, as idéias de Jean Piaget foram repetidas diversas vezes, por ele próprio ou por seus alunos; não posso deixar de lembrar a obra coletiva de Gréco, Grize, Papert e Piaget (1960).

Notas

[24] Atenção ao adjetivo "consciente"! Denominações coletivas de entes matemáticos estão presentes também em obras precedentes.

[25] Estou pensando aos limites técnicos, sobre os quais não me estendo agora. Veja-se, por exemplo, Lolli (1985), Mangione e Bozzi (1993), D'Amore e Plazzi (1998).

[26] Nos anos 1969–70 e 1970–71 realizei um experimento de ensino dos e com os conjuntos em uma classe de primeiro ano e, em seguida, com uma de segundo ano da escola básica. Os resultados foram muito satisfatórios no plano humano, mas relativamente negativos no plano cognitivo (na vertente aritmética). Repeti então a experiência com maior conhecimento de causa, mas com resultados ainda não muito diferentes, nos anos sucessivos. Na Itália, então, todo o ambiente didático que eu conhecia parecia favorável a essa metodologia e, portanto, eu mesmo tinha dificuldades para admitir os resultados não exatamente positivos e buscar as causas. Não circulavam ainda idéias sobre a Didática B, que apresentarei daqui a pouco. Escrevi, porém, um pequeno livro no qual contava a experiência em uma espécie de diário, colocando em evidência os pontos negativos (D'Amore, 1975). O título desse livrinho (*La Matematica inventata*) é uma tentativa de explicar a metodologia didática utilizada, que então estava muito na moda: o estudante que constrói sozinho o próprio conhecimento.

É necessário também não esquecer a célebre conferência proferida por Jean Piaget em Lyon em 1949 para professores do primeiro ciclo da escola básica e que contribuiu, nos anos 50, a dar um impulso decisivo à precedente Didática da Aritmética (ou melhor, da idéia de número).

No que consiste tal impulso?

Piaget colocou em evidência algumas *supostas* dificuldades que a criança encontra na sua própria *construção* do "conceito de número", independentemente do que isso signifique. A primeira se refere ao fato que a criança não parece estar apta a perceber que o número de elementos de certa coleção de objetos não se altera, quando estes estão dispostos de maneiras perceptivamente diferentes (estou me referindo à célebre experiência sobre a chamada "conservação do número", quando os objetos de um conjunto são espalhados na mesa depois de terem sido mantidos próximos). Outra consiste no fato que diferentes disposições de objetos de mais conjuntos parecem fazer com que a criança afirme que se trata de números diferentes de objetos, embora não seja assim.

Segundo Piaget, na base de tais dificuldades, encontrar-se-ia a incapacidade da criança de perceber a "conexão um a um" entre os objetos de diferentes conjuntos. Eis então que a idéia de correspondência biunívoca entre conjuntos foi eleita como base, como pedra fundamental de toda a didática dos números, desde a fase pré-escolar. Isso acarretou a supervalorização do conceito cardinal de um número com relação ao ordinal. Tornou-se institucional um grande retardamento na introdução do número em seus aspectos usuais, para poder construí-lo por meio de procedimentos complexos de "abstração": conceito de eqüipotência entre conjuntos finitos, classes de equivalência, representante de cada classe.[27]

Notas

[27] Hoje em dia, são bem conhecidos quais os limites lógicos de tal construção (Lolli, 1985). Mas também, mesmo sob o ponto de vista puramente didático, a espera de vários meses para usar o número natural em seus vários aspectos, já tão presente na linguagem da criança, esperando uma construção formal (por outro lado em ruínas) é pelo menos bastante discutível. Além disso, é óbvio que corre o risco de tornar-se algo monstruoso se é aplicada, como alguém tentou, em crianças de 6 anos, quando iniciam sua vida escolar. Hoje em dia tende-se a mostrar o número em seus diferentes aspectos de modo totalmente informal, desde o nível pré-escolar. Sobre esse tema foram escritos numerosos artigos, tantos que me é impossível citá-los todos. Limito-me a recordar apenas Bartolini Bussi (1992), Aglì e D'Amore (1995) e Martini (1998).

Não entrarei em ulteriores detalhes técnicos, uma vez que já existe, sobre esse assunto, um trabalho muito profundo e detalhado de Michele Pellerey (1989), ao qual remeto o leitor interessado.

Gostaria apenas de lembrar brevemente o que já escrevi em outros artigos (D'Amore, 1994a; Aglí, D'Amore, 1995). Pessoalmente, refiz várias vezes uma experiência julgada probatória, na direção precedente. Para crianças com idades entre os 5 e os 5 anos e meio (último ano da pré-escola), mostrei uma fila de 5 pratinhos junto à outra fila de 5 pequenas xícaras. À pergunta: "Há mais pratos ou xícaras?", *todas* as crianças respondiam corretamente (mesmo que, obviamente, com modos lingüísticos diferentes). Deixando os pratos no mesmo lugar, redistribuía as xícaras sobre a mesa, deixando mais espaço entre elas. À mesma pergunta de antes, *todas* as crianças efetivamente respondiam, de acordo com as supostas dificuldades assinaladas por Piaget, que *agora* havia mais xícaras. Entretanto, *não* concluía aqui a prova: colocava as xícaras nos lugares anteriores, aproximando-as dos pratinhos, e recolocava a *mesma* pergunta. Novamente, *todas* as crianças respondiam corretamente. Quando de novo (e, portanto, pela segunda vez) separava as xícaras, deixando mais espaço entre elas, e fazia a *mesma* pergunta, já a metade das crianças presentes reconhecia com absoluta, surpreendente, desconcertante segurança que havia tantas xícaras quantos pratos e procurava convencer as outras, que ainda estavam ancoradas na mesma resposta anterior (há mais xícaras), com argumentos convincentes.[28]

O grande sucesso da linguagem de conjuntos está ligado também aos vários materiais predispostos que a acompanharam, os chamados "materiais estruturados", que deram a volta

Notas

[28] Dessa experiência fiz várias comprovações em diferentes localidades. Em particular, daquela realizada em Ozzano Emilia (Bolonha), tenho disponível um videocassete que mostrei ao público em várias oportunidades, por exemplo, em alguns seminários ocorridos nos Congressos Nacionais de Castel San Pietro Terme.

ao mundo (já lembrei algum anteriormente). Entretanto, também às teorizações de Zoltan Dienes e de Jerome Bruner. Se sobre o primeiro já fiz alguns comentários, o segundo foi citado apenas em uma nota. Bruner, em sua *Teoria da instrução* (1966), defende que se deve desenvolver nos alunos a própria estrutura do conhecimento; em particular, no caso da Matemática, não apontar para habilidades mecânicas ou algorítmicas nem se limitar a dar simples informações; deve-se estruturar a mente exatamente como é estruturada a própria Matemática, para depois poder "compor" cada peça no interior dessa estrutura já predisposta.

Mas, já desde 1970, começaram a circular sinais fortes de discordância com relação a todas essas hipóteses didáticas.

Em 1970 foi publicado em francês o célebre artigo do matemático René Thom (1970), *Matemática moderna: um erro educativo e filosófico?* Deve-se lembrar que, em 1958, Thom havia ganhado a Medalha Fields, o equivalente ao Prêmio Nobel para a Matemática; assim, seu ingresso nesse campo teve um peso nada desprezível. Tal artigo trazia, em pouquíssimas páginas, uma análise concisa muito crítica que despertou repentinamente o interesse dos matemáticos pelos problemas da Educação Matemática. Sucessivamente, em 1972, o mesmo Thom confirmou seu pensamento no II Congresso Internacional sobre Educação Matemática que se realizou em Exeter, Inglaterra (Thom, 1973).

Outro golpe decisivo veio de um outro célebre personagem, o famoso historiador da Matemática norte-americana, Morris Kline (1973). Seu trabalho, intitulado *Por que Johnny não sabe somar?* tinha um subtítulo explícito: *O fracasso da Nova Matemática*.

Após os ataques dos matemáticos, começou o ataque dos psicólogos que não consideravam nada convincente a teoria piagetiana do número. Começou talvez, como já mencionei, com C. J. Brainerd (1973) e depois foi a vez de S. Mogdil (1974) os que balançaram o edifício "estruturalista"; mas depois tantos outros realizaram experiências para provar ou desmentir as hipóteses piagetianas sobre a construção dos conceitos, especialmente o de número, culminando com o trabalho lembrado há

pouco de Gelman e Gallistel (1978), hoje em dia muito citado em toda parte.[29]

A fim de fazer uma breve descrição, parece ser apenas um preconceito o fato que se deva considerar a criança como incapaz de utilizar símbolos ou de pensar logicamente, e circunscrever suas habilidades e suas capacidades apenas aos processos empíricos, perceptivos e motores. O fato é que a competência lingüística se desenvolve mais lentamente do que essas habilidades e, portanto, se confiamos nas declarações verbais das crianças, obtemos informações distorcidas a respeito da realidade do que pensam e do que sabem fazer: tais declarações condicionam negativamente nossas observações [veja-se também Gardner (1993), p. 57 da ed. ital.].

Outro grave erro de avaliação é aquele relativo ao juízo; julga-se aquilo que uma criança pequena não sabe fazer, em comparação a outras crianças maiores ou a um adulto; isso falseia a leitura dos resultados das provas empíricas. Resumidamente, a unidade e, sobretudo as modalidades de medidas selecionadas, falsificam o juízo.

Não entrarei agora em detalhes desse tipo, para os quais remeto ao texto já citado de Pellerey (1989) (capítulo VII) e ao livro de Resnick e Ford (1981).

Direi apenas que nasceram sucessivamente vários projetos didáticos no mundo inteiro e, principalmente, uma nova visão de pesquisa em Didática da Aritmética e do número (como veremos, mesmo que apenas de maneira aproximada, no decorrer deste livro). Esses projetos deram vitalidade à idéia ordinal, ao número no âmbito da recursividade, como também ao número pensado como termo da linguagem para denominar, ao número nas suas acepções temporais, no uso do dinheiro etc.

Notas

[29] Uma apresentação dos princípios didáticos que se podem recuperar do trabalho de Gelman e Gallistel encontra-se em Pontecorvo e Pontecorvo (1985), páginas 289–293. Nessa apresentação, todo o capítulo VI é dedicado à *Matematização e capacidades lógicas* e fornece um quadro das pesquisas nesse campo específico entre 1972–3 e 1985. Veja-se também Resnick e Ford (1981).