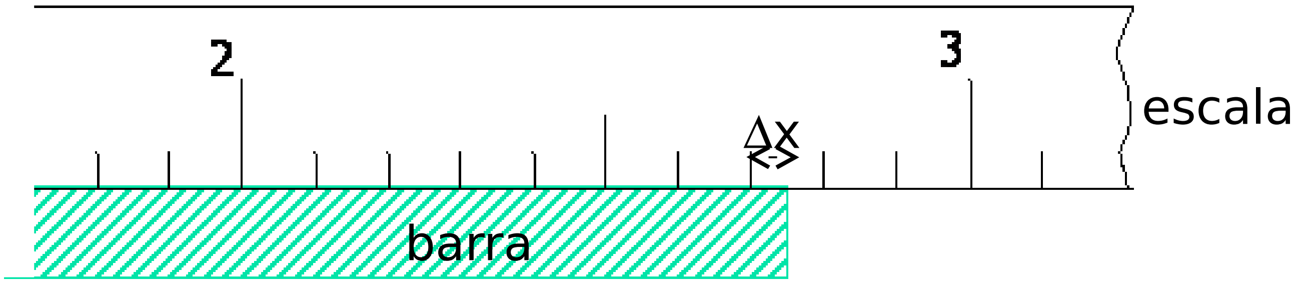
Medidas e algarismos significativos

- Como representar o resultado de uma medida, algarismos significativos
- Erros, médias e desvio padrão
- Histogramas e distribuição normal
- Propagação de erros

Medidas em física

ex. <u>medida do comprimento de uma barra</u>



O numero de algarismos significativos é o numero de algarismos exatos da medida (2 e 7) mais 1 duvidoso.

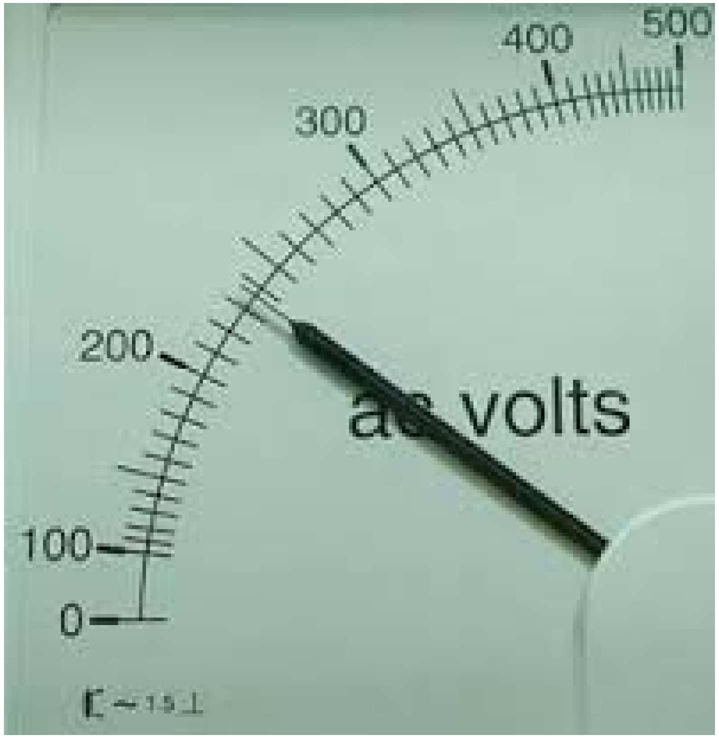
$$L=2.7 + \Delta x \qquad \Delta x = 0.03 \text{ ou } 0.04 \text{ ou } 0.05$$

algarismo duvidoso

$L=2.73$

$L=2.74$ todos têm 3 algarismos significativos

$L=2.75$ os 3 estão corretos



duvidoso ou estimado

V=236 Volts

Quantos significativos? 3

	No. de significativos
ex: 13.55 cm	4
4.2 A	2
0.000573 km	3
10. s	2
$12\ x10^{2}$ s	2
$0.6\ x10^{2}$ m	1
16 cm	2
160 mm	2 ou 3

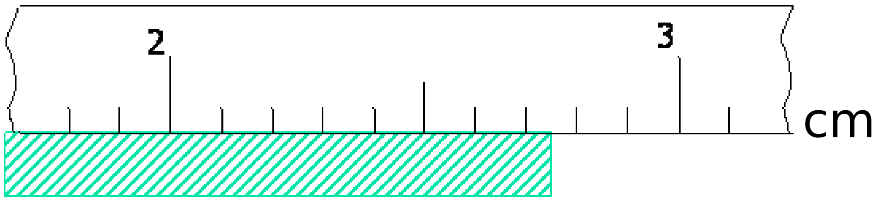
- Os nos. de 1 a 9 sempre são significativos
- Zeros à esquerda não são significativos
- Zeros à direita podem ser ou não

Como representar o resultado de uma medid

$$medida \pm desvio$$

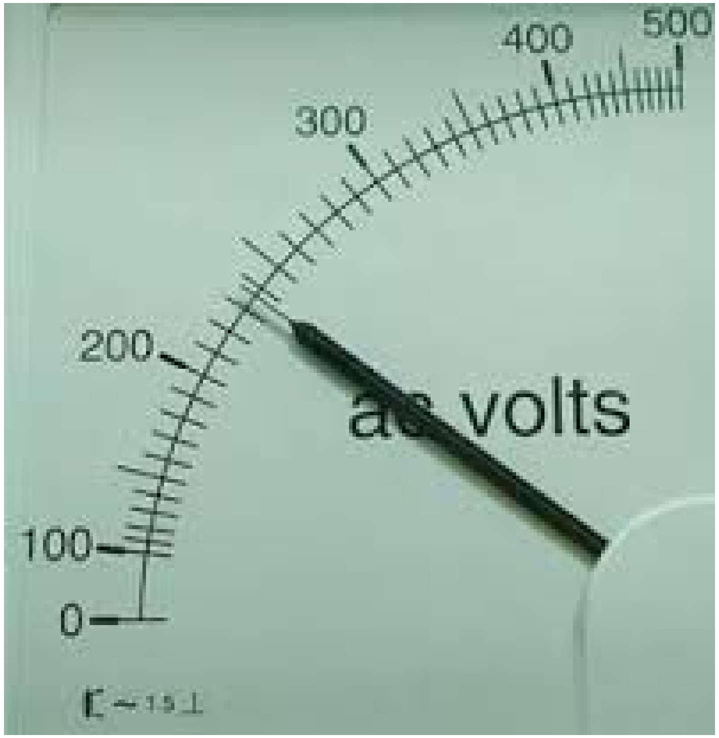
O desvio está ligado à precisão do aparelho de medida e ao processo de medida

Aparelhos com escala: desvio = metade da menor divisão



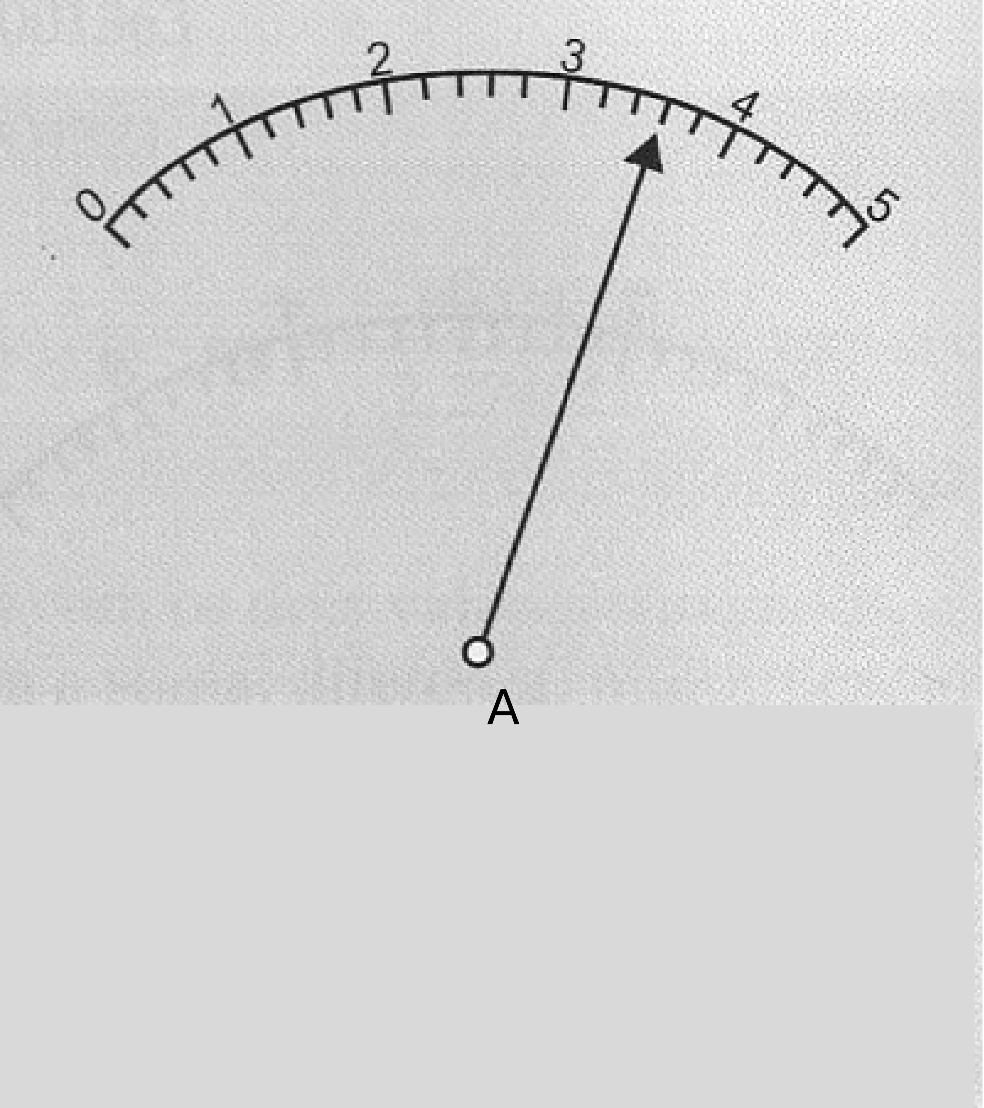
Menor divisão = 0.1 cm
Metade da menor divisão = 0.05 cm

$$L = 2.73 \pm 0.05cm$$



Menor divisão = 10 Volts
desvio = 5 Volts

$$V = 236 \pm 5 \text{Volts}$$



Menor divisão = 0.2 A
desvio = 0.1 A

3.6 +- 0.1 A

Quantos significativos? 2

ou 3.60 +- 0.05 A ?

Quantos significativos? 3

Notação :

$$2.65 \pm 0.03 \quad \text{ou} \quad 2.65(3)$$

$$121 \pm 12 \quad \text{ou} \quad 121(12)$$

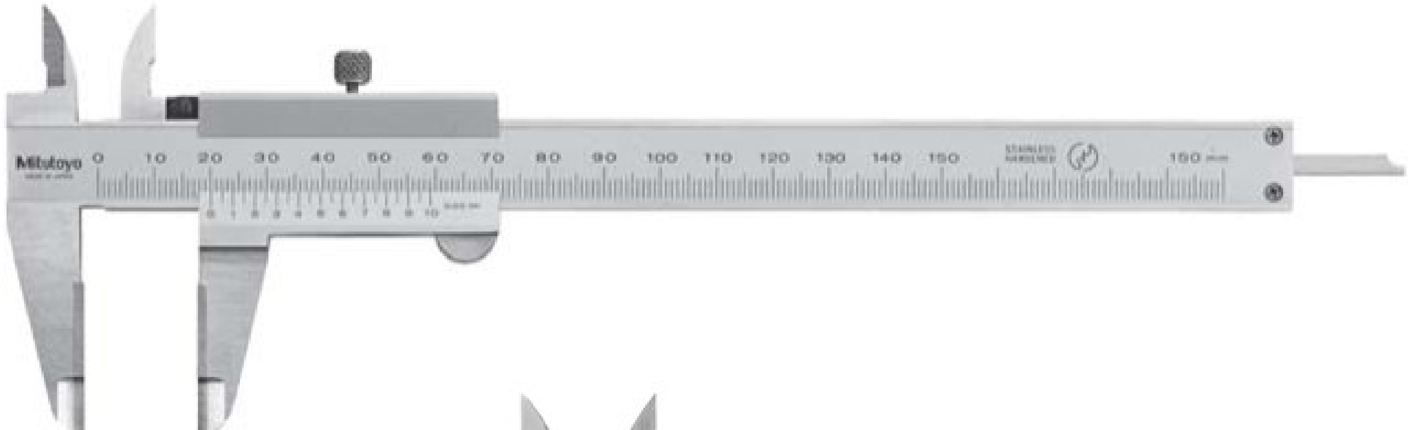
Carga do elétron = $-1{,}60217653(14)\times10^{-19}$ C

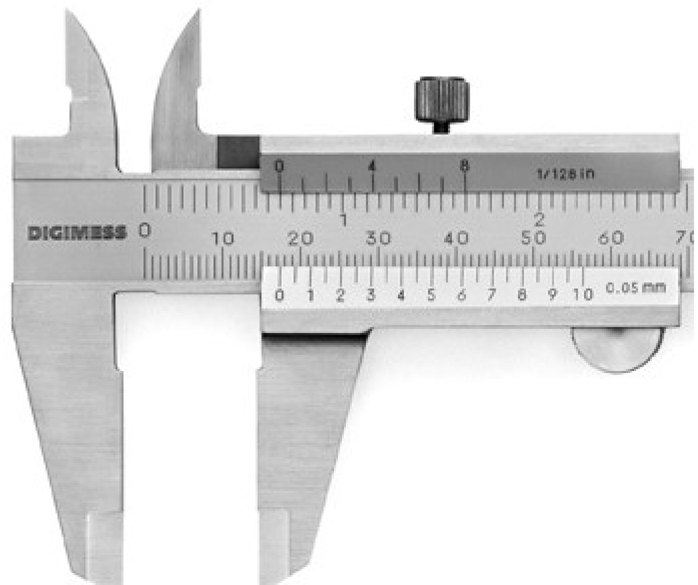
Em geral, no laboratório didático, utilizamos 1 ou 2 (no máximo) algarismos significativos nos erros

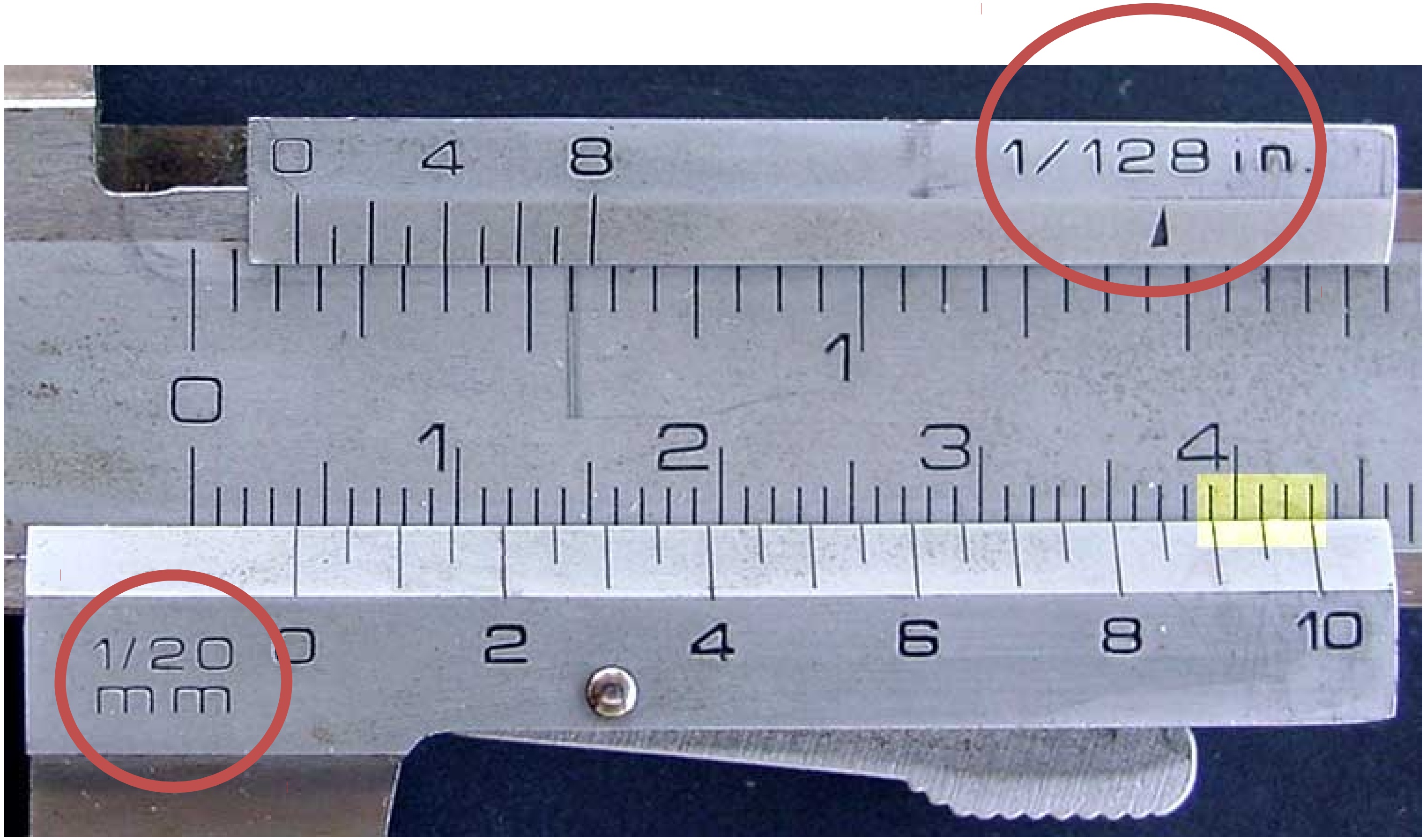
notação errada	<u>notação correta</u>
~~5,30 ± 0,0572~~	5,30 ± 0,06 ou 5.30(6)
~~124,5 ± 11~~	125 ± 11 ou 125(11)
~~0,00002 ± 0,00000050~~ **use notação científica !**	$(2{,}000 \pm 0{,}050)\mathrm{x}10^{-5}$
~~$450 \pm 2{,}6\mathrm{x}10^{1}$~~	$(45 \pm 3) \mathrm{~x~} 10^{1}$ ou $(4{,}50 \pm 0{,}26) \mathrm{~x~} 10^{2}$

Precisão de aparelhos de medida sem escala ou com nônio.

<u>paquímetro</u>







A precisão vem indicada: 1/20 mm=0.05 mm

Aparelhos digitais

A precisão está indicado no <u>manual do aparelho</u> e, em geral, é uma porcentagem da medida + no. de dígitos

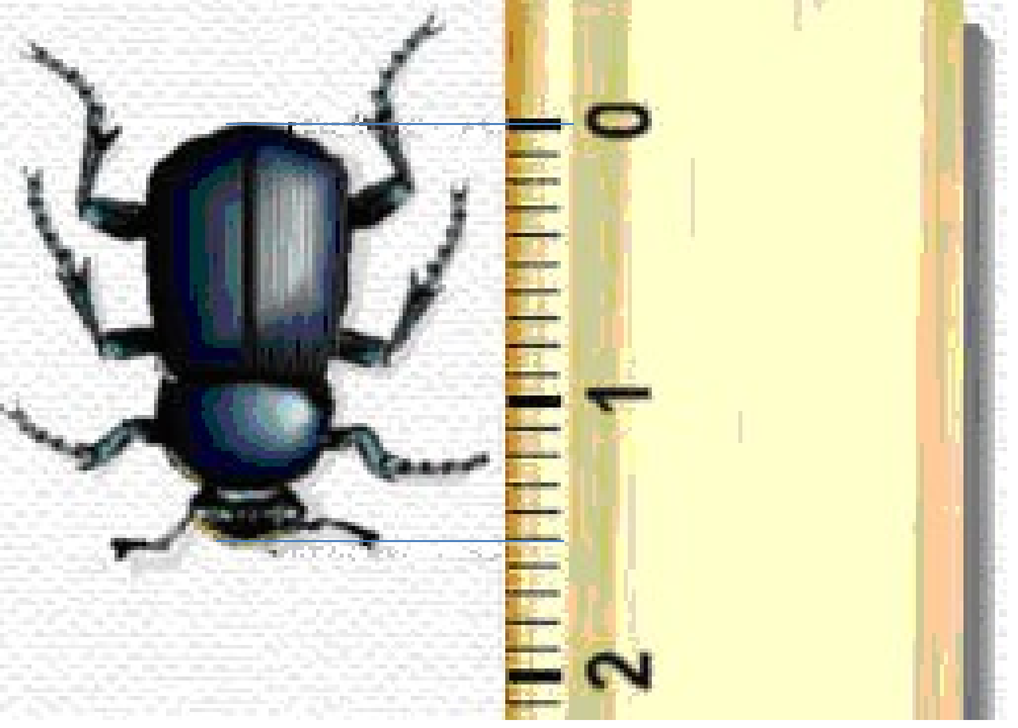
<u>Médias e desvio padrão</u>

erro de uma medida = |medida – valor verdadeiro|

o valor verdadeiro em geral é desconhecido,
então , como estimar o erro?

O desvio é uma estimativa do erro e foi definido como a metade da menor divisão do aparelho.

Entretanto, em alguns casos, o processo de medida pode ser bastante impreciso e introduzir erros que são maiores do que a menor divisão do aparelho.



$L = 1,5 \pm 0,1$ cm
$L = 1,51 \pm 0,05$ cm

O que ocorre se repetirmos as medidas?

Se varias pessoas repetirem as medidas provavelmente os resultados serão diferentes.

Processos de medida imprecisos introduzem erros na medida.

Como estimar estes erros?

Tipos de erros:

-<u>Estatísticos ou aleatórios</u>
Erros provocados por flutuações nas medidas.
Como eliminá-los? **Repeti**r as medidas um grande numero de vez
e calcular a média.

-<u>Sistemáticos</u>
Erros que causam sempre a mesma variação entre o valor medido e o valor verdadeiro.
Ex. má calibração de aparelhos, efeitos de temperatura ou pressão nos aparelhos de medida.

<u>acurácia</u> de um experimento
o quanto se aproxima do valor verdadeiro

<u>precisão</u> de um experimento
o quanto suas medidas são reprodutíveis

Histograma ou distribuição de frequências

10 medidas do tempo de queda de um corpo em segundos

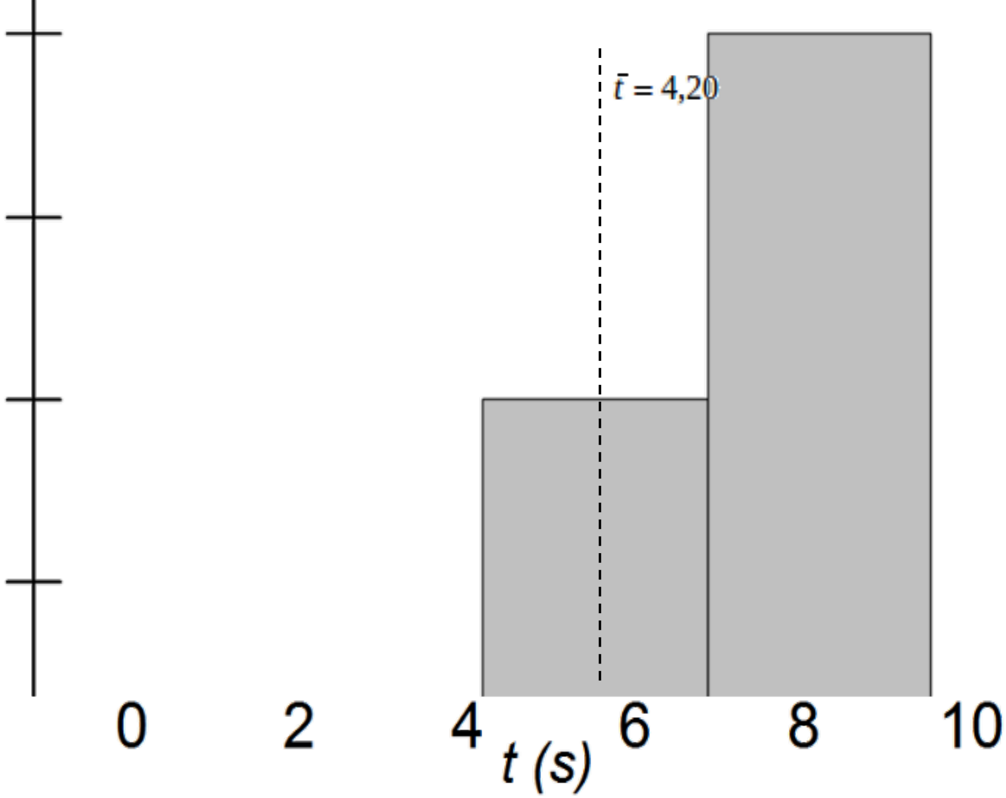
4.93	0.77	7.01	3.83	5.40
2.21	6.00	5.17	4.12	2.56

Maior valor=7.01 s
Menor valor=0.77 s

Tomemos o numero de eventos em um intervalo de 2 segundos desde zero até 8.

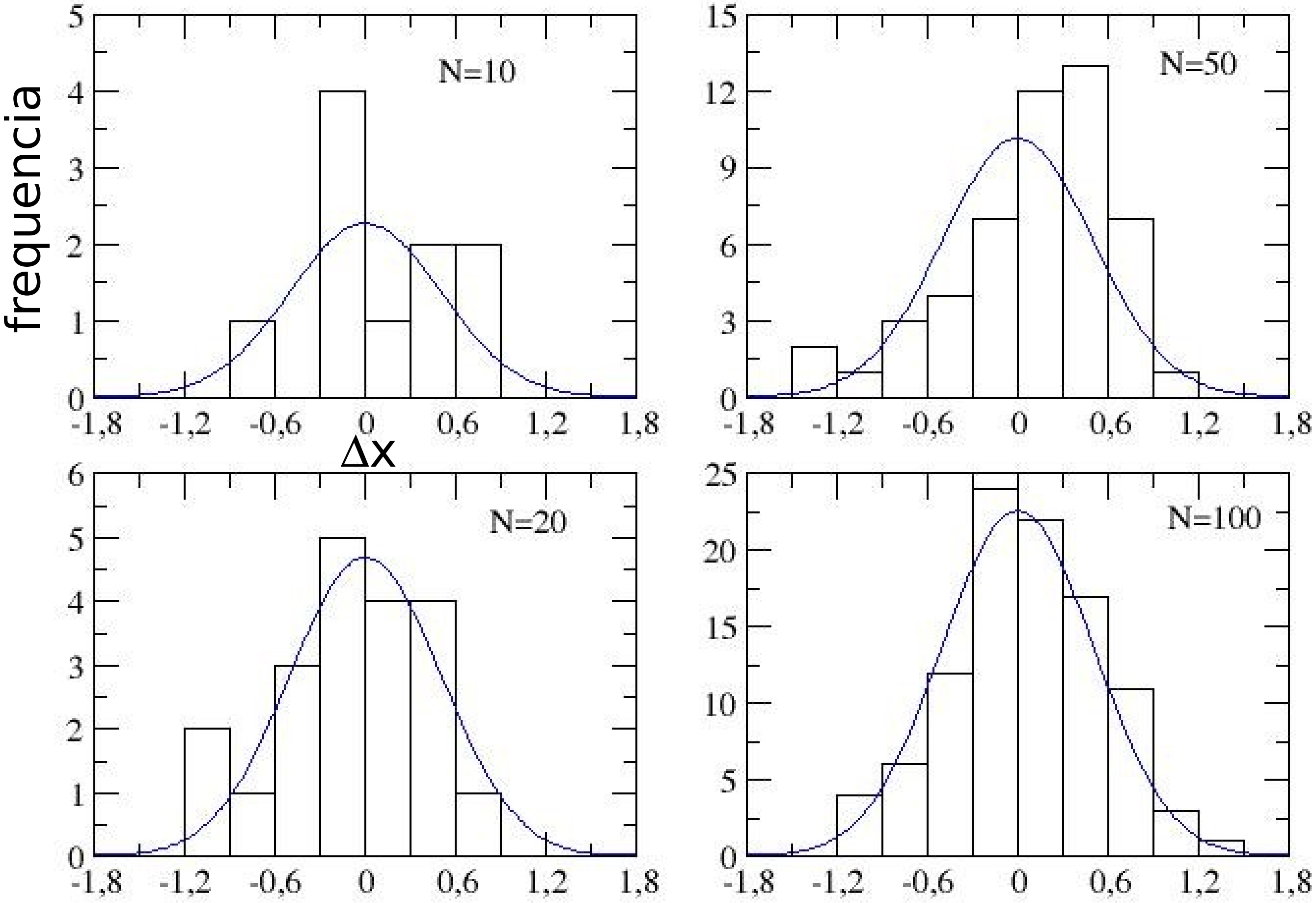
0.77 2.21 2.56 3.83 4.12 4.93 5.17 5.40 6.00 7.01

intervalo	no. de eventos
$0<t<2$	1
$2<t<4$	3
$4<t<6$	5
$6<t<8$	1

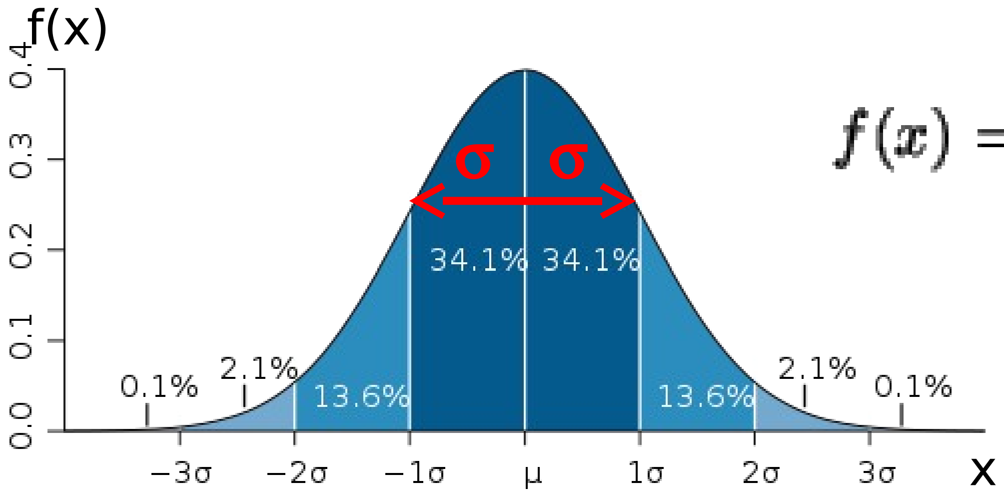


intervalo	frequencia
0<t<2 s	1
2<t<4 s	3
4<t<6 s	5
6<t<8 s	1

Histogramas para diferentes números de medidas



Quando o numero de medidas tende infinito a distribuição tende a distribuição normal



$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi\sigma^2)}} \exp\left\{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right\}.$$

média: $\mu = \frac{1}{n}\sum_n x_i$

desvio padrão $\sigma = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_n (x_i - \mu)^2}$

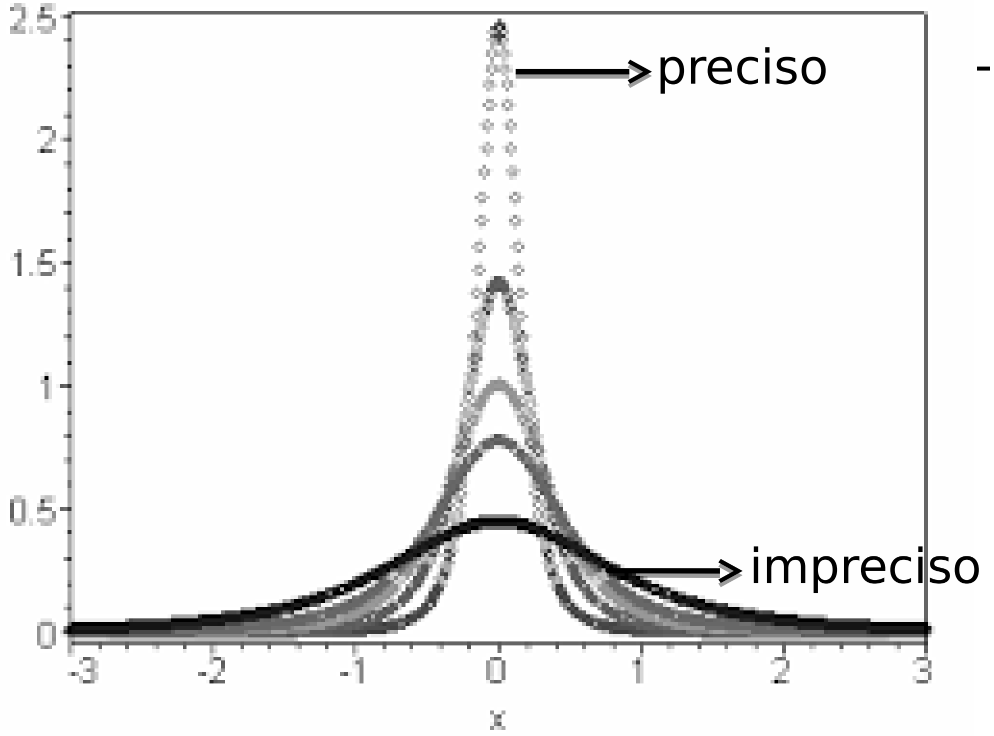
erro da média: $\sigma_m = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

medida final = $\mu \pm \sigma_m$

Note que o erro da média pode ser bem menor do que o desvio padrão !

Conclusão

Um experimento pode ser muito preciso por ter sido feito com instrumentos precisos e utilizando alta tecnologia e não ser acurado.



Carga do elétron

$-1{,}60217653(14)\times 10^{-19}$ C

Propagação de erros

medidas indiretas: são medidas derivadas de medidas de outras grandezas.

exemplos:
-mede-se o tempo de queda para obter a altura

$$h=1/2gt^2$$

-mede-se a base e a altura para obter a área: $A=b.h$

-

Regras de propagação de erros

a) Soma ou subtração: $W = x \pm y$ $\quad s_W^2 = s_x^2 + s_y^2$

b) Multiplicação ou divisão por constante $W = Ax$ $\quad s_W = As_x$

c) Multiplicação ou divisão $W = \frac{x}{y} \times z$ $\quad \left(\frac{s_W}{W}\right)^2 = \left(\frac{s_x}{x}\right)^2 + \left(\frac{s_y}{y}\right)^2 + \left(\frac{s_z}{z}\right)^2$

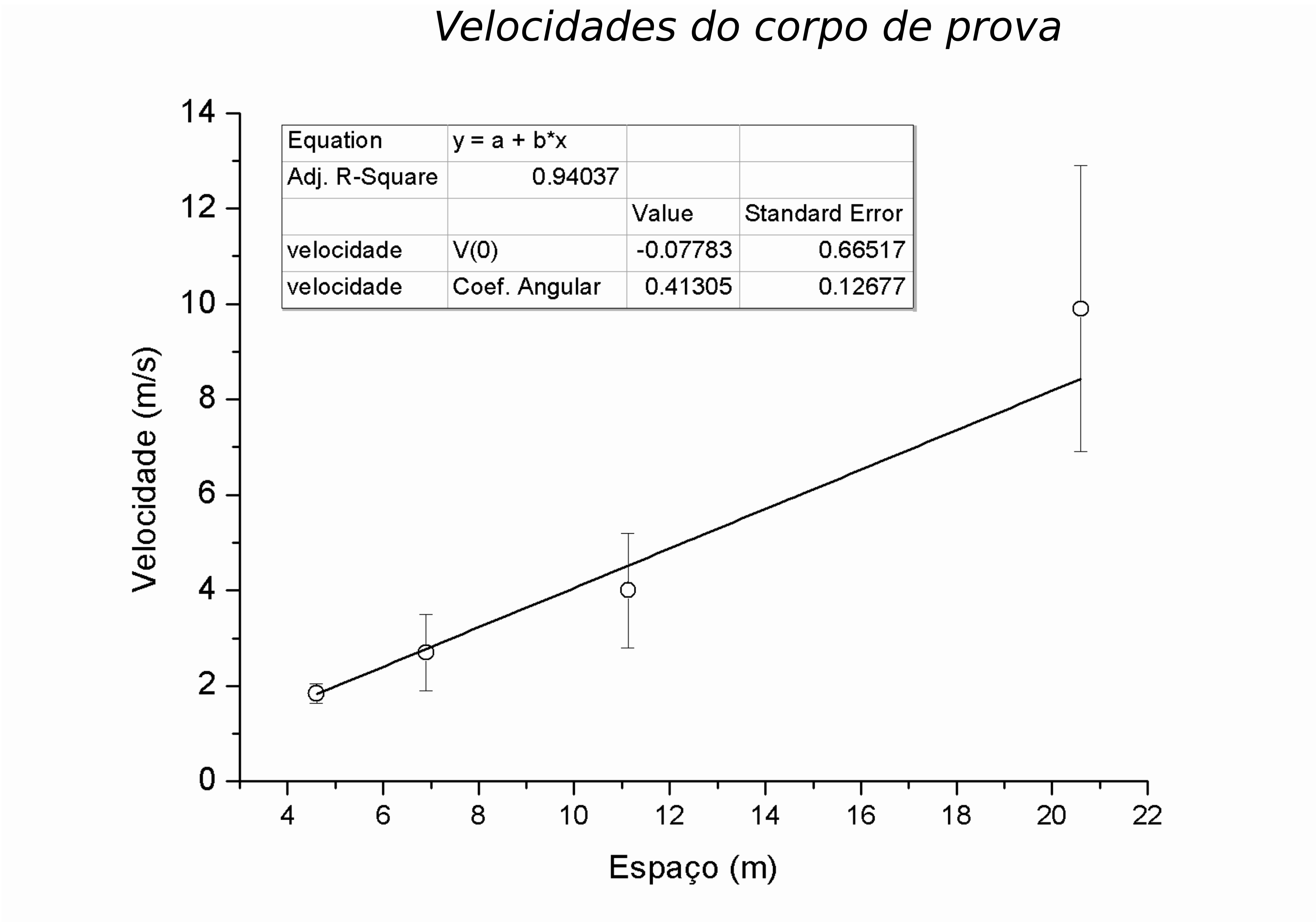
d) Potências $W = x^m$ $\quad \frac{s_W}{W} = |m| \frac{s_x}{x}$

Resumindo: na soma ou subtração somam-se as incertezas quadráticas.
Na multiplicação ou divisão somam-se as incertezas relativas ao quadrado.

Uma fórmula geral pode ser escrita para grandezas independentes entre si.

$$s_w^2 = \left(\frac{\partial W}{\partial x}\right)^2 s_x^2 + \left(\frac{\partial W}{\partial y}\right)^2 s_y^2 + \left(\frac{\partial W}{\partial z}\right)^2 s_z^2 + \ldots$$

gráficos


Velocidades do corpo de prova
Equation y = a + b*x
Adj. R-Square 0.94037
Value Standard Error
velocidade V(0) -0.07783 0.66517
velocidade Coef. Angular 0.41305 0.12677
Velocidade (m/s)
Espaço (m)
0
2
4
6
8
10
12
14
4
6
8
10
12
14
16
18
20
22