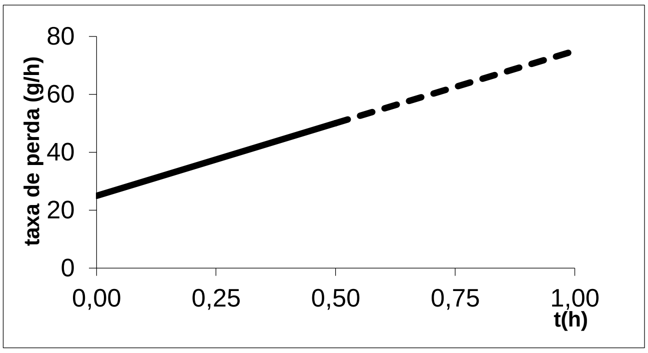
4300151 - Fundamentos de Mecânica. Abril de 2018

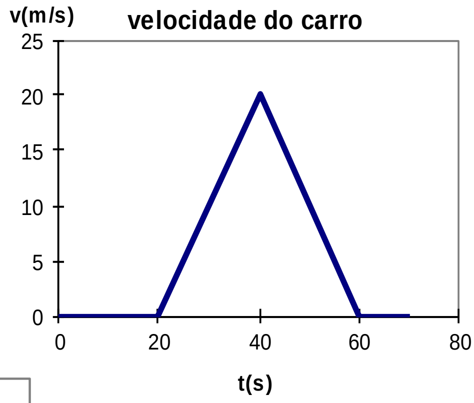
5ª Lista de EXERCÍCIOS

Integral



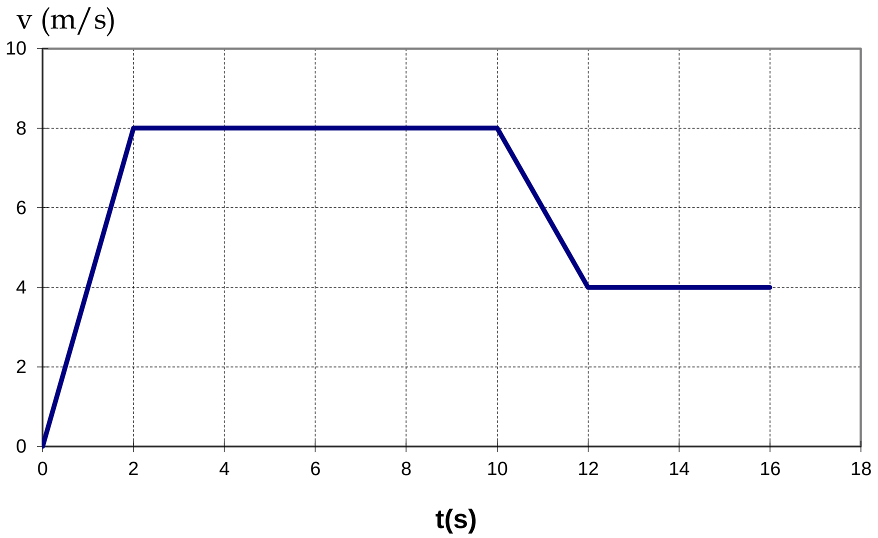
1) O pneu de um automóvel contém, no seu interior, 52 g de ar. No instante t = 0 h, um prego faz um pequeno furo por onde vaza ar, numa taxa de vazamento (ou "velocidade" com que o ar é perdido) descrita pelo gráfico abaixo. Quanto ar contém o pneu no instante t=0,50 h?

Integral: posição a partir da velocidade.

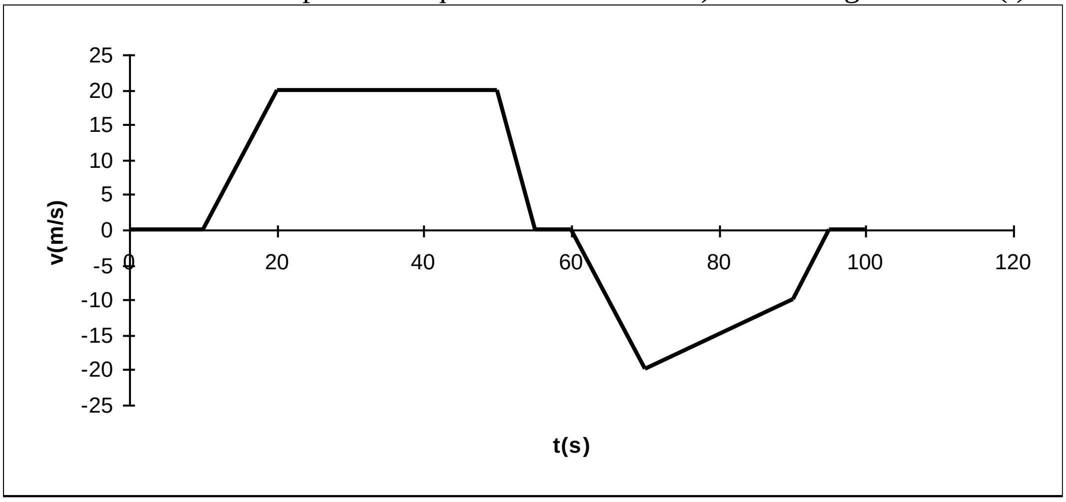


2) Determine a posição do automóvel, cujo movimento está representado no gráfico ao lado, nos instantes: t=0s; t = 20 s; t = 40 s; t = 60 s e t = 70 s . Esboce o gráfico de $x(t)$ para todo o intervalo $0 \le t \le 70$ s .

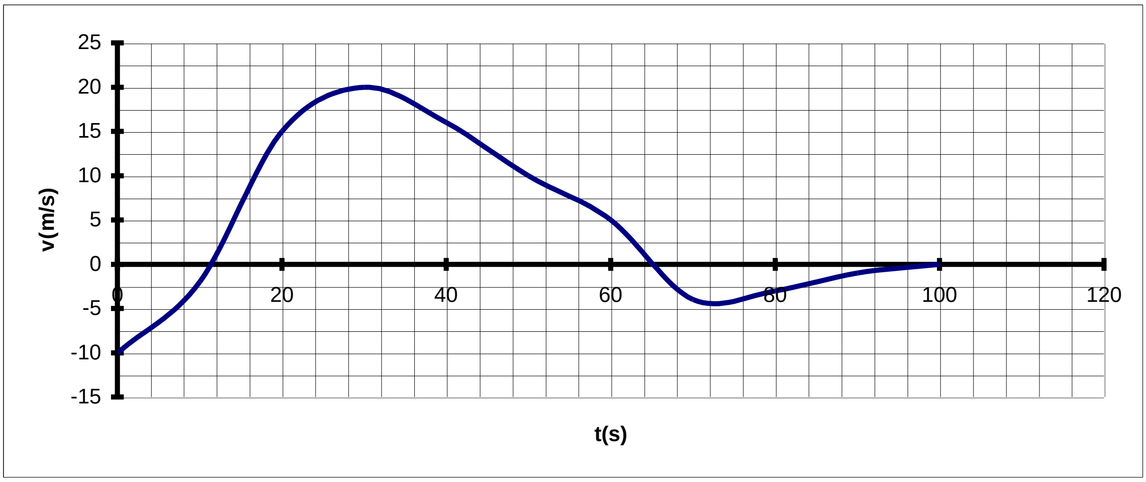
3) Que distância percorre em 16 s um corredor cujo gráfico velocidade-tempo é o da figura abaixo?



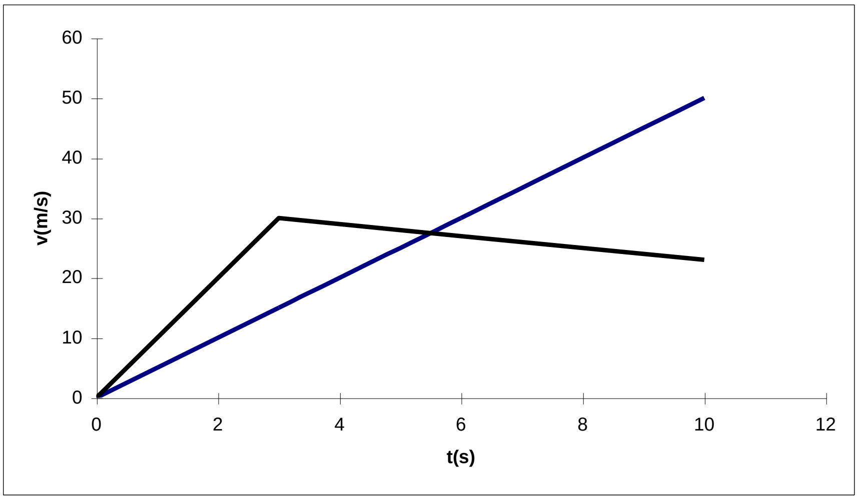
4) O gráfico de v(t) abaixo representa o movimento de um veículo numa avenida. No instante t=55 s, o veículo contorna o canteiro central e retorna pela outra pista. a) No instante t=100 s, a que distância o carro se encontra do ponto em que estava em t=0? b) Esboce o gráfico de x(t).



5) Determine aproximadamente o deslocamento entre t = 100 s e t = 0 s do carro cujo gráfico v(t) está esboçado abaixo. O método gráfico mais simples consiste em contar o número de quadrículas contidas entre o gráfico e o eixo, tomando o cuidado de estimar que fração ficou entre o gráfico e o eixo, para as quadrículas que forem cortadas pelo gráfico.

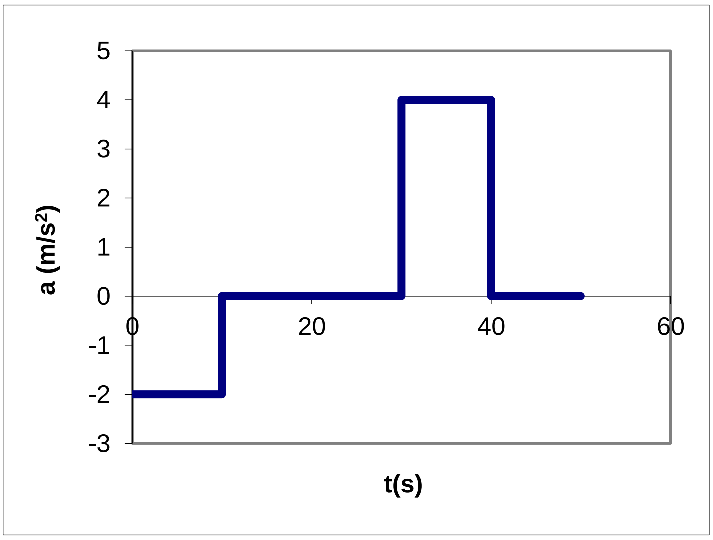


6) No desenho ao lado, estão os gráficos das velocidades de dois carros de corrida em um autódromo, que, inicialmente alinhados, arrancam simultaneamente ao sinal verde. Em que instante o carro que saiu na frente é ultrapassado pelo outro?



Integral: posição a partir da aceleração.

7) A partir do gráfico de aceleração em função do tempo abaixo, determine os gráficos de v(t) e x(t), sabendo que v(0) = 10 m/s e x(0) = 100 m. Suponha que em t = 10, 30 e 40 s, a aceleração mude de valor instantaneamente, de modo que o valor exato da aceleração nesses instantes não tem importância.



8) Os gráficos abaixo descrevem a aceleração de carros de corrida que, em t = 0s, tem velocidade 30 m/s e estão na posição –20 m no sistema de referência escolhido. Lembrando que a "área" sob a curva da aceleração dá a VARIAÇÃO da velocidade (e não a velocidade), responda as questões abaixo, sempre levando em conta as condições iniciais dadas. Nos gráficos, marque valores numéricos nas escalas e respeite as proporções.

a) Considerando o gráfico da figura A, determine a velocidade v nos instantes t = 10 s e 20 s. NÃO esqueça da velocidade inicial.

b) Considerando o gráfico da figura B, determine a velocidade nos instantes t = 10 s e 20 s. Determine a área sob a curva da velocidade contando o número de quadrículas. O traço vertical no gráfico nos instantes t=2; 10, e 20 s indica que a mudança de aceleração é tão brusca que o valor exato da aceleração nesses instantes não tem importância.

c) Esboce o gráfico v × t, correspondente à figura B, levando em conta as condições iniciais dadas.

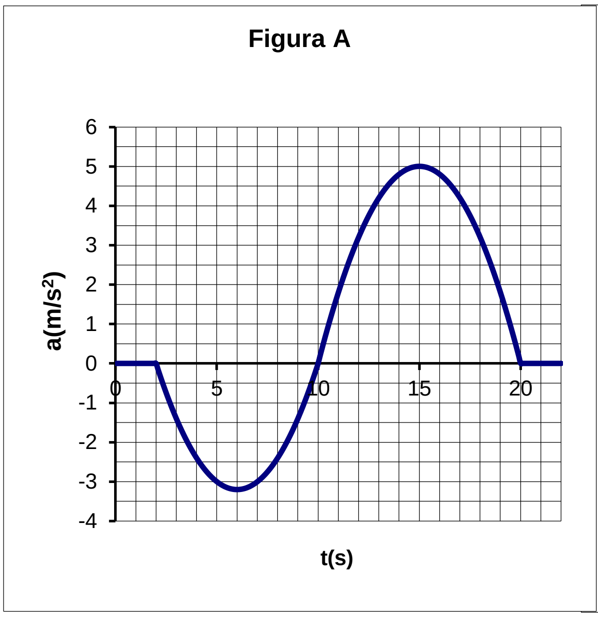
d) Mesmo que em c) tomando os dados da figura A.

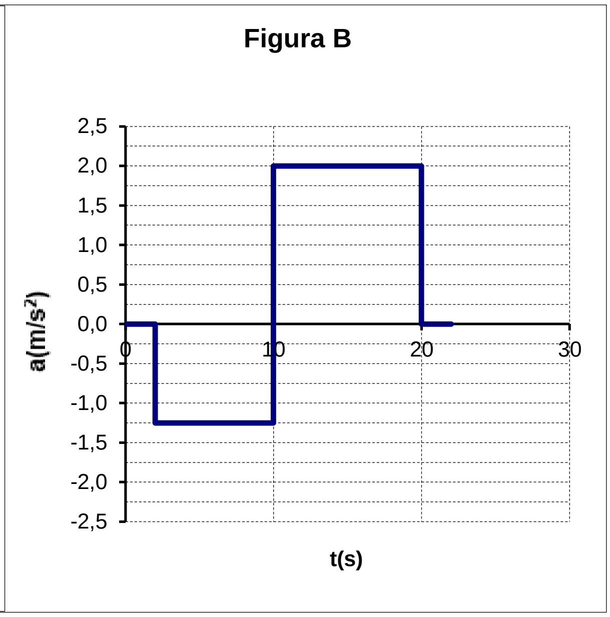
e) Determine a posição do objeto, cujo movimento está descrito pela figura B, nos instantes 2, 10 e 20 s.

f) Mesmo que em e) a partir dos dados da figura A.

g) Esboce o gráfico de posição em função do tempo, x × t, correspondente à figura B.

h) Mesmo que em e) a partir dos dados da figura A.



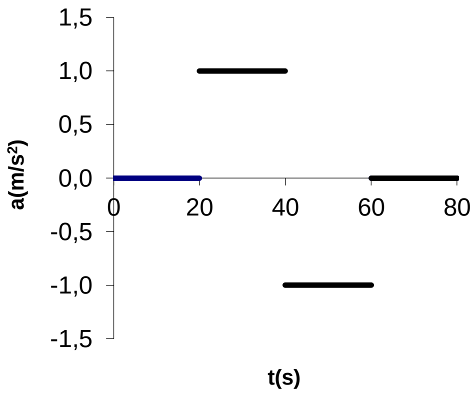


9) A partir do gráfico de aceleração em função do tempo ao lado, determine os gráficos de v(t) e x(t) para t no intervalo de 0 a 70 s, sabendo que x(0) =100 m e supondo que em t = 20, 40 e 60 s, a aceleração mude de valor instantaneamente, nas seguintes situações:

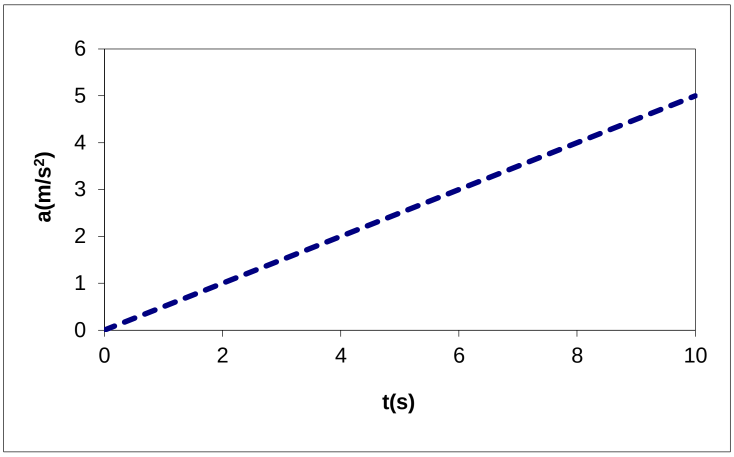
a) v(0) = 0 m/s;

b) v(0) = 10 m/s;

c) v(0) = -10 m/s.



10) Em um carro que está se movendo a 72 km/h, o motorista começa a frear, aumentando lentamente a pressão sobre os freios, de maneira que o módulo da aceleração aumenta com o tempo de acordo com o gráfico da figura ao lado. Quanto tempo o carro demora a parar? (O gráfico está desenhado em linha pontilhada porque a aceleração cai a zero quando o carro para, o que acontece antes de t = 10 s).



Descrevendo o movimento pela velocidade

11) Um motorista num automóvel viajando numa estrada plana e retilínea a **30 m/s**, avista uma placa indicando a velocidade máxima permitida de **15 m/s**. Devido a um ônibus "grudado na traseira", demora **1,0 s** para tirar o pé do acelerador e consegue reduzir a velocidade lentamente, demorando **10,0 s** para chegar à velocidade máxima permitida. Supondo que a aceleração tenha sido constante durante a redução da velocidade:

a) represente graficamente a velocidade do automóvel em função do tempo de t= **0 s** até t=**30 s**, tomando o instante que o motorista viu a placa como origem dos tempos;

b) determine a aceleração **durante a redução da velocidade**;

c) determine o deslocamento do automóvel **durante a redução da velocidade**.

Integral em um intervalo definido.

12) Determine a área exata debaixo da curva ***y=f(x)***, de ***a*** até ***b***, através da antiderivada ***F(x)*** quando $f(x)=6+x-x^2$, $a=-2$, $b=-1$.

13) Nos exercícios seguintes determine a área exata debaixo da curva ***y=f(x)***, de ***a*** a ***b***, através da antiderivada ***A(X).***

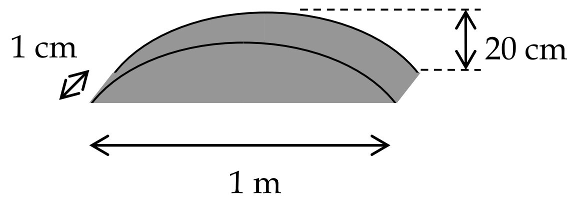
a) $f(x)=3x-x^2$, $a=1$, $b=2$;

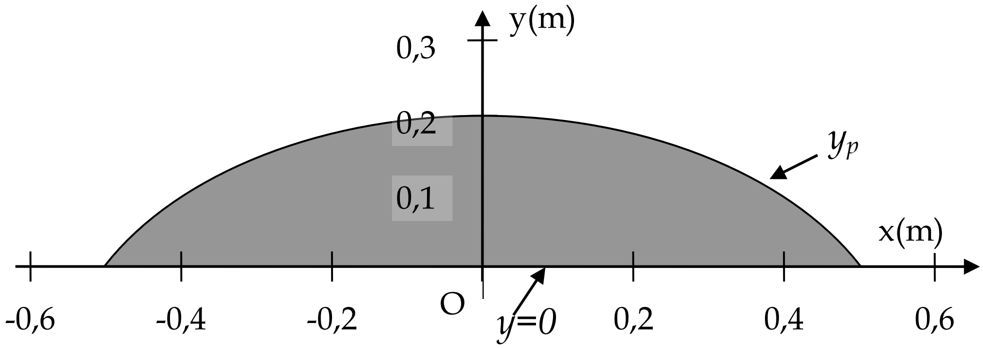
b) $f(x)=x^2+x+1$, $a=-2$, $b=1$;

c) $f(x)=6+x-x^2$, $a=-2$, $b=-1$.

14) a) Um serralheiro precisa dobrar uma tira metálica para construir uma braçadeira. Para isso, usa uma forma que é metade de um disco com 9,0 cm de raio e 1,00 cm de espessura. Calcule o volume da forma e a massa necessária para construí-la em alumínio. A densidade do Al é 2,7 g/cm^3.

b) Um técnico pretende construir um molde para dobrar as nervuras de uma antena parabólica, pensando que será fácil prepará-las simplesmente dobrando o perfil sobre um molde em forma de parábola. Este problema consiste em determinar a massa desse molde, que terá a forma representada na figura ao lado e será maciço, feito de uma chapa de Alumínio com 1,00 cm de espessura, com as dimensões: 1,00 m de largura, 0,20 m de altura. A densidade do Al é 2,7 g/cm^3. A parábola que define a forma do molde pode ser descrita pela equação $y_p = 0{,}20 - 0{,}80x^2$, em metros para x em metro, cujo gráfico está na figura abaixo; ao determinar a área das faces maiores do molde por integração, note a propriedade $y_p(x=-0{,}50) = y_p(x=0{,}50) = 0$.





Integração conhecendo as condições iniciais.

15) Determine x(t) dado que a velocidade da partícula é:

a) v(t)= $3t^2$-t+2, em m/s para t em s, sendo que a posição em t_0=0 s é x_0 = 0.

b) v(t)= t^2-4, em m/s para t em s, sendo que a posição em t_0=0 s é x_0 = 10 m.

c) v(t)=-t^2+2t+1, em m/s para t em s, sendo que a posição em t_0=2 s é x_0 = 0. Atenção, não confunda x_0 com x(t=0).

16) Determine ***x(t)*** dado que a velocidade da partícula é ***v(t)*** e ***x(t₀)=x₀:***

a) $v(t)=(3/2)t^2-3t+1,$ $\quad t_0=1s,\ x_0=3m$

b) $v(t)=t^2+t-2,$ $\quad t_0=-1s,\ x_0=2m$

c) $v(t)=-t^2+2t+1,$ $\quad t_0=2s,\ x_0=0$

17) Determine ***x(t)*** no intervalo [0 s; 10 s] dado que a aceleração da partícula é ***a(t)= –0,2 t + 1*** em m/s^2 para t em s**,** sendo que em $t_0=0$ ***s*** a posição ***x*** é ***x(0) = 10*** m e a velocidade é ***v(0) = 10*** m/s .

18) Determine ***x(t)*** no intervalo [0 s; 10 s] dado que a aceleração da partícula é

$$a(t)=\begin{cases}2{,}0t & 0\le t\le 5\\ -1{,}0t+15 & 5<t\le 15\end{cases}$$

em cm/s^2 para t em s, sendo que em $t_0=0$ ***s*** a posição ***x*** é ***x(0) = -50*** cm e a velocidade é ***v(0) = 20*** cm/s .

19) Um corpo que em t=0 está na posição x(0) = 100 m, tem aceleração em função do tempo dada pela função: $a(t)=\begin{cases}0{,}2t & 0\le t<10\\ -0{,}4t+6{,}0 & 10\le t\le 15\end{cases}$ em m/s^2 para t em s. Determine a posição em função do tempo, x(t), no intervalo $0 \le t \le 15$ s quando a velocidade em t=0 é

a) v(0) = 0;

b) v(0) = 10 m/s;

c) v(0) = -10 m/s.

Integração numérica.

20) Calcule, para as funções dos itens a até c, a integral definida $S = \int_a^b f(x)dx$ primeiramente de maneira aproximada pela soma $\sum_{i=1}^{n} f(x_i)\Delta x_i$ considerando n segmentos Δx_i todos iguais e x_i o ponto médio do i-ésimo intervalo e depois exatamente, calculando a integral definida analiticamente. Em cada item, os extremos do intervalo são dados, bem como o número de segmentos em que deve ser dividido o intervalo.

a) ***f(x)=x+1,*** ***a=1, b=3, n=1;***

b) ***f(x)=x²,*** ***a=-2, b=-1, n=5;***

c) ***f(x)=1/x²,*** ***a=1, b=2, n=5;*** considerando 4 casas decimais