<u>Texto complementar nº 4.</u>

Breves Comentários sobre a Parábola

A função do segundo grau, cujo gráfico tem a forma de uma parábola, é bastante usada nesta parte introdutória do curso de mecânica. Ela permite a representação matemática da queda livre e do lançamento de projéteis.
Dois pontos bastam para traçar uma reta, mas para caracterizar uma parábola ou outras curvas mais complexas são necessários pontos chaves e também comportamentos limites. Vejamos como obter essas características para uma função do segundo grau, cuja fórmula genérica é:

$y = ax^2 + bx + c$, onde a, b e c são constantes.

A forma genérica desta função está nas figuras 1a e 1b. Os pontos x_1 e x_2 são as raízes da equação y(x) = 0 e correspondem aos pontos de cruzamento da parábola com o eixo Ox, sendo, portanto, obtidos resolvendo essa equação do segundo grau, o que nos dá:

$$x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{2c}{-b+\sqrt{\Delta}}$$

$$x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = -\frac{2c}{b+\sqrt{\Delta}},$$

onde $\Delta = b^2 - 4ac$

é freqüentemente chamado de discriminante da equação, uma vez que é seu valor que define quantas raízes reais a equação tem.

O ponto de mínimo ou de máximo da parábola, x_m, pode ser determinado com base na simetria da figura. Ele é o ponto que fica na posição central entre x_1 e x_2 , portanto basta tirar a média entre estes dois valores para obtê-lo:

$$x_m = \frac{x_1 + x_2}{2} = -\frac{b}{2a}$$

Ele também pode ser obtido por derivação, que é um procedimento que pode ser aplicado a qualquer curva. Veja que, para qualquer função, nos pontos de mínimo ou de máximo a tangente à respectiva curva é horizontal (inclinação nula) e, portanto, a derivada nesse ponto é nula. Basta, portanto, determinar os pontos em que a derivada de uma função se anula para conhecer seus pontos de máximo ou mínimo. No caso da parábola, a função derivada é:

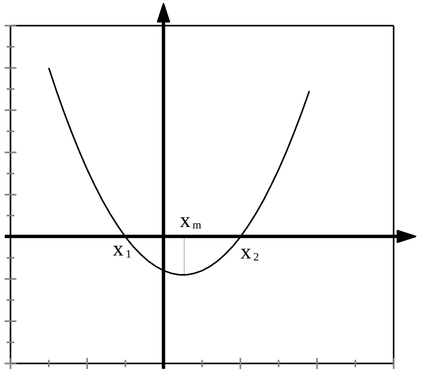
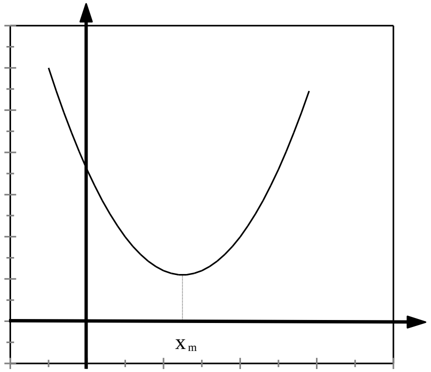
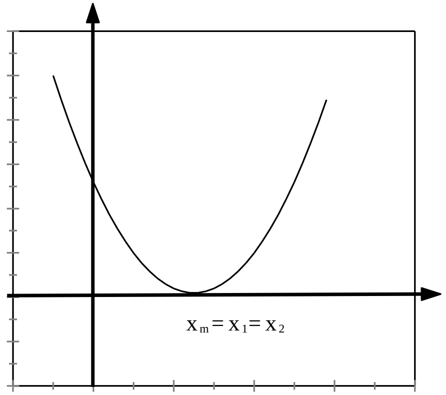
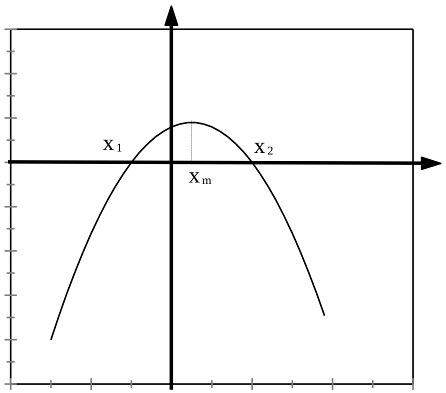
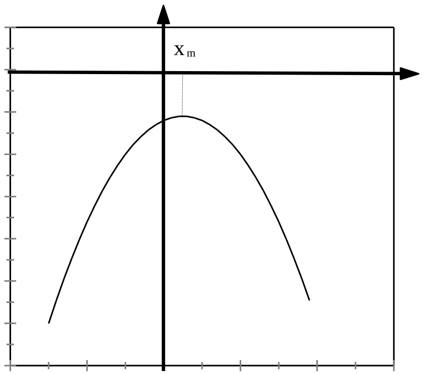
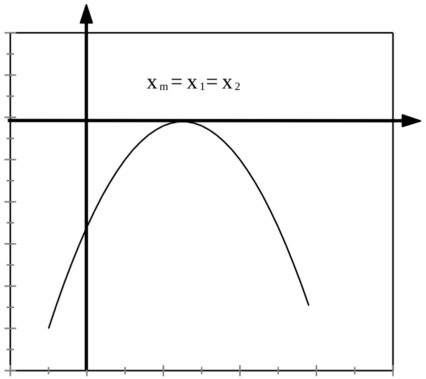
$$\frac{dy}{dx} = 2ax + b$$

que, igualada a zero, fica:

$$\frac{dy}{dx} = 0 = 2ax_m + b \quad \Rightarrow \quad x_m = -\frac{b}{2a}$$

As figuras 1a e 1b permitem analisar o comportamento da derivada de uma parábola tanto no caso de *a* ser positivo quanto negativo. Veja que, com *a*>0, a derivada tem sinal negativo quando $x < x_m$ e positivo quando $x > x_m$. Isso significa que a parábola é decrescente no primeiro trecho e crescente no segundo, caracterizando um ponto de mínimo. Se a<0 a situação é oposta. Portanto, para a>0 o vértice da parábola é um ponto de mínimo e sua abertura é voltada para cima, enquanto que, para a<0, o vértice é um ponto de máximo e a abertura é voltada para baixo.

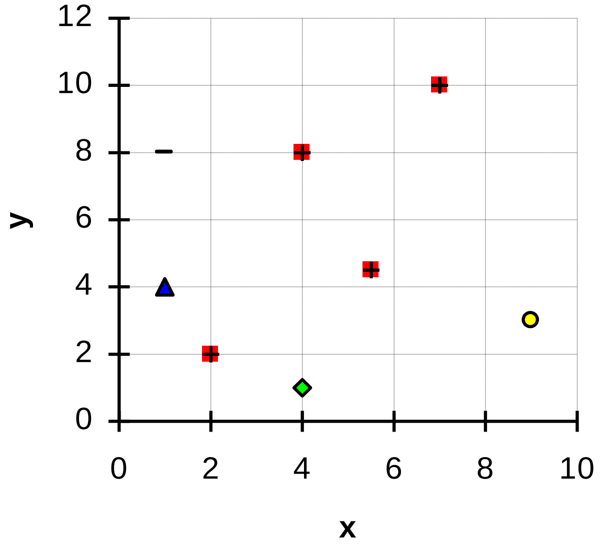
Com relação às raízes da equação do segundo grau, note que Δ pode ser menor, igual ou maior que zero. Como x_1 e x_2 dependem da raiz quadrada de Δ, caso ele seja negativo, as raízes serão imaginárias. Portanto, neste caso não temos raízes reais, significando que a parábola não intercepta o eixo Ox em nenhum ponto, estando localizada totalmente acima ou totalmente abaixo deste eixo. No caso em que $\Delta=0$, $x_1 = x_2$, significando que a parábola tangencia o eixo Ox em apenas um ponto. As figuras 1a, 1b, 2a, 2b, 2c e 2d ilustram as parábolas que se obtêm com as diferentes possibilidades de a e Δ.

	Δ > 0	Δ < 0	Δ = 0
a > 0	 1a	 2a	 2c
a < 0	 1b	 2b	 2d

Revisão de Vetores

Este assunto está no livro do Halliday, capítulo 2 ou 3, conforme você tiver a 5ª ou 4ª edição, respectivamente. Tente solucionar as questões abaixo. Caso encontre facilidade em resolvê-las, pode seguir adiante. Caso encontre dificuldade, leia o texto compreendido entre as páginas 185 a 196 do livro **Física 1 - mecânica**, do GREF, Editora da USP, 1990, e retorne a estes exercícios.

r1) Usando o mapa ao lado , escreva, em coordenadas cartesianas, a posição do marcador em forma de:
a) losango;
b) triângulo e
c) círculo.
Determine quais os tipos de marcadores que estão nas coordenadas dadas abaixo:
d) (4 ; 8) e
e) (5,5 ; 4,5)



r2) Em cada uma das frases seguintes, grife a palavra que corresponde a uma grandeza e diga se ela é escalar ou vetorial.
a) Um menino puxa uma corda com uma força horizontal, para a direita.
b) A temperatura normal do corpo humano é 36,5 C.
c) A massa do pacote de arroz é 5 kg.
d) Um avião voa, com uma velocidade de 500 km/h, de leste para oeste.

r3) Represente, em um mesmo plano cartesiano, os seguintes vetores:

$$\vec{a} = -\vec{i} - \vec{j}$$
$$\vec{b} = -2\vec{i} + 3\vec{j}$$
$$\vec{c} = 4\vec{i}$$
$$\vec{d} = 5\vec{i} + 3\vec{j}$$

r4) Escreva, usando coordenadas cartesianas, cada um dos vetores representados abaixo: