

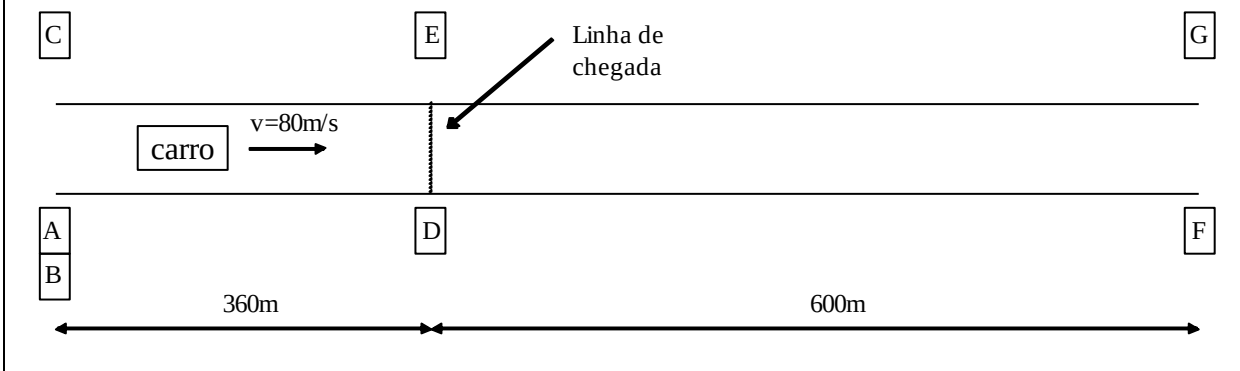
Texto complementar nº 2.

A arbitrariedade da escolha de referencial.

A escolha da origem e da orientação do referencial para o estudo de um movimento não pode influir no resultado final, uma vez que a forma de descrição não pode interferir nos eventos do sistema físico ¹. Por exemplo, numa corrida de fórmula 1, todos os torcedores, independentemente do lugar na arquibancada, concordam sobre qual é o carro que atravessa primeiro a linha de chegada. Este texto ilustra essa questão, desenvolvendo várias equações da posição vs. tempo para um mesmo carro de fórmula 1 na reta em frente às arquibancadas de um autódromo.

O carro entra no trecho reto às 11:05:34 e sai dele às 11:05:46, percorrendo os 960 m em 12 s à velocidade constante de 80 m/s. A figura abaixo representa a pista e as posições de alguns observadores. Para montar o exemplo em toda a sua complexidade, suporemos que cada observador escolheu a posição em que está como origem do sistema de referência, orientando o eixo da sua esquerda para a sua direita.

Figura 1. Esboço da pista de corrida, marcando as posições dos observadores. Os eixos dos observadores, de acordo com a figura como você a vê, estão orientados assim: os que estão na lateral de baixo da pista orientam seu eixo para a direita desta figura; os que estão na lateral superior, para a esquerda desta figura.



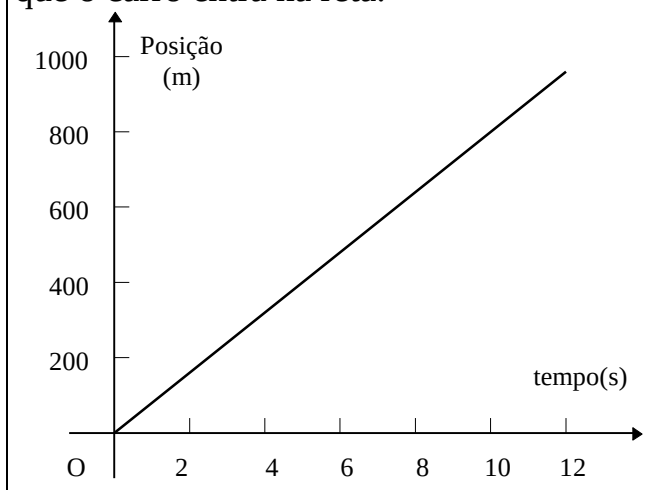
Assim, os observadores A, B, D e F utilizam a velocidade $v = 80 \text{ m/s}$ em suas equações horárias e os de números C, E e G utilizam $v = -80 \text{ m/s}$, uma diferença de sinal muito importante.

O observador A escolhe $t=0$ como o instante em que o carro entra no retão e obtém o gráfico da Figura 2 e a equação horária $x = 80 t$, em m para t em s. O gráfico obtido é muito simples mas de forma alguma o único, como veremos a seguir.

¹ Veremos adiante que as leis físicas que devem ser aplicadas aos movimentos dos sistemas descritos em referenciais onde a 1ª Lei de Newton é válida são diferentes das leis a serem aplicadas onde a 1ª Lei não vale, de maneira que certas características do referencial escolhido ajudam ou dificultam a descrição da evolução do sistema, mas não a modificam.

O observador B está junto com o A, mas faz escolhas muito distintas. Ele faz duas tentativas. Primeiro, começa escolhendo como $t = 0$ o instante

Figura 2. Descrição do movimento do carro visto pelo observador 1, que está na entrada da reta e escolhe $t = 0$ no instante que o carro entra na reta.



11:05:00 e obtém a linha tracejada do gráfico da Figura 3, correspondendo à equação $x = 80(t - 34)$ (unidades do SI). Não gosta e escolhe $t = 0$ no instante 11:05:40, obtendo então a curva cheia de equação

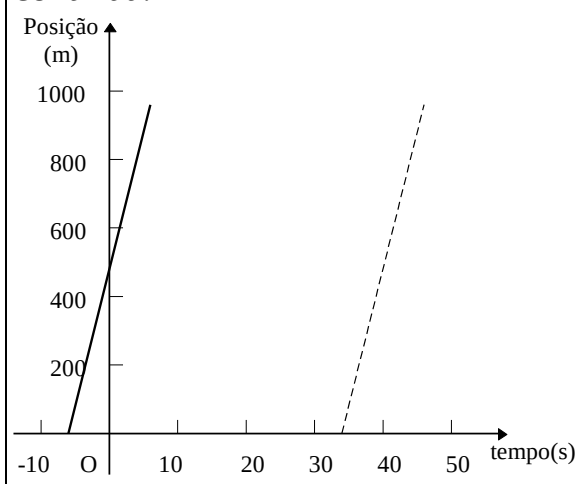
$x_2(t) = 80(t + 6)$ (unidades do SI). O subscrito de x identifica o observador -como observadores diferentes descrevem o movimento com equações distintas, precisamos um nome diferente para cada uma.

Além das diferenças nos gráficos obtidos, note que também o valor de t em que o carro cruza a

linha de chegada é diferente. O observador A encontra o instante de chegada $t_{c(1)} = 4,5 \text{ s}$,² enquanto o observador A encontra $t_{c(2)} = -1,5 \text{ s}$, valores esses facilmente obtidos das respectivas equações horárias ou dos gráficos, fazendo $x(t_c) = 360 \text{ m}$, que é a posição da linha de chegada nos referenciais escolhidos pelos observadores A e B.

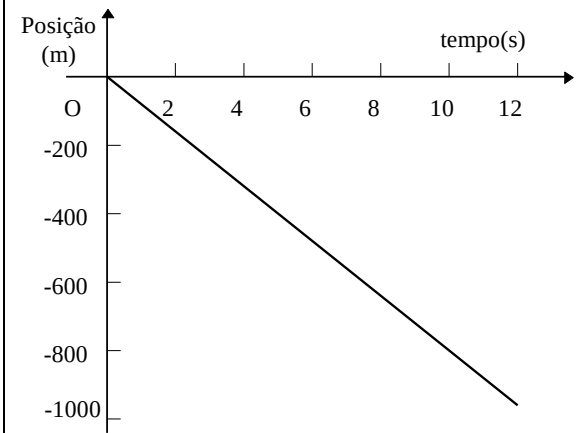
Note que ambos os observadores determinam o mesmo horário para a chegada do carro, quando a sua coordenada tempo é transformada para o valor do relógio. O observador A precisa somar 11:05:34 aos seus 4,5 s, determinando que o carro cruza a linha às 11:05:38,5 enquanto que o observador B precisa somar 11:05:40 aos seus -1,5 s, resultando no mesmo horário do observador A. Só eventos físicos não mudam, havendo grande arbitrariedade nas equações horárias e nos valores intermediários obtidos para as grandezas físicas.

Figura 3. Descrições do movimento do carro, visto pelo observador B, que está na entrada da reta. Ele escolhe $t = 0$ no instante 11:05:00 e desenha a reta tracejada. Depois, escolhe $t = 0$ no instante 11:05:40 e desenha a reta contínua.



² Sempre que começamos a efetuar comparações complexas, a simbologia fica pesada. Neste caso, simbolizamos o tempo de chegada por $t_{c(i)}$ onde c quer dizer chegada, de maneira que a variável tempo não seja confundida com o instante preciso da chegada, e o subscrito (i) diferencia os observadores.

Figura 4. Gráfico de posição por tempo do observador C, que faz as mesmas escolhas de origem de posição e tempo que o observador A mas orienta seu eixo em sentido contrário.



O observador C escolhe a origem do tempo de maneira que $t = 0$ corresponda à entrada do carro na reta, obtendo o gráfico da figura 4 e o mesmo valor para o instante de chegada que o observador A, $t_{c(1)} = t_{c(3)} = 4,5$ s. A velocidade do carro é negativa porque ele desloca-se no sentido contrário ao escolhido para o eixo pelo observador C. Com isso e mais a escolha da origem no ponto de entrada, as posições do veículo são sempre negativas ao longo da reta para o observador C. A equação horária é $x_3(t) = -80 t$ em m para t em s.

Os observadores D e E, da mesma forma que a maioria dos outros

observadores, escolhem a origem do tempo no instante de entrada da reta e a origem do eixo de medida da posição no local em que estão. Os gráficos obtidos estão na Figura 5. Tanto o observador D quanto o E determinam o instante de chegada com muita facilidade (mais que os demais?), porque corresponde ao ponto em que seus gráficos cortam o eixo, em $x(t_c) = 0$. Note que $t_{c(4)} = t_{c(5)} = 4,5$ s que, corrigido pelo relógio, dá exatamente o mesmo horário para a travessia da linha de chegada pelo carro que aquele determinado pelos observadores A e B. Note as equações horárias: $x_{(4)}(t) = -360 + 80 t$ e $x_{(5)}(t) = 360 - 80 t$, ambas em unidades do SI. Estas equações são fáceis de determinar, como podemos exemplificar pelo raciocínio do observador D. Ele escolheu $t = 0$ no momento em que o carro entra na reta e a entrada da reta tem $x = -360$ m. Para fazer com que a equação dê $x(0) = -360$ m, ele determina que o termo constante da equação da reta precisa ser exatamente -360 m.

Finalmente, os observadores F e G usam a origem na posição deles, mas, critérios distintos para a origem do tempo. O observador F escolhe $t = 0$ na entrada da reta e o G, $t = 0$ no instante em que o carro passa por ele. Os gráficos obtidos estão na figura 6.

Figura 5. Gráficos do movimento do carro obtidos pelos observadores D e E, que escolhem o lugar que ocupam para a origem do eixo e começam a marcar tempo quando o carro ingressa na reta.

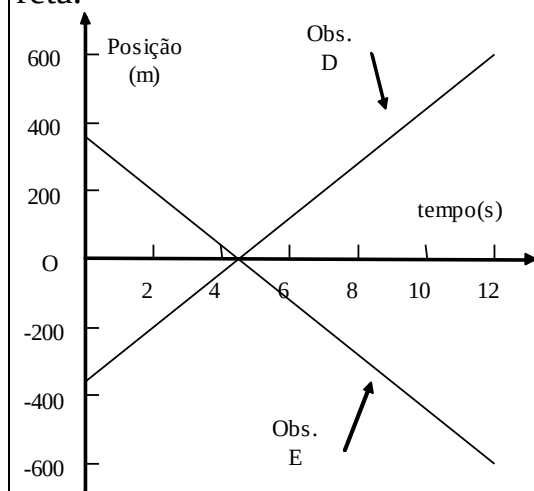
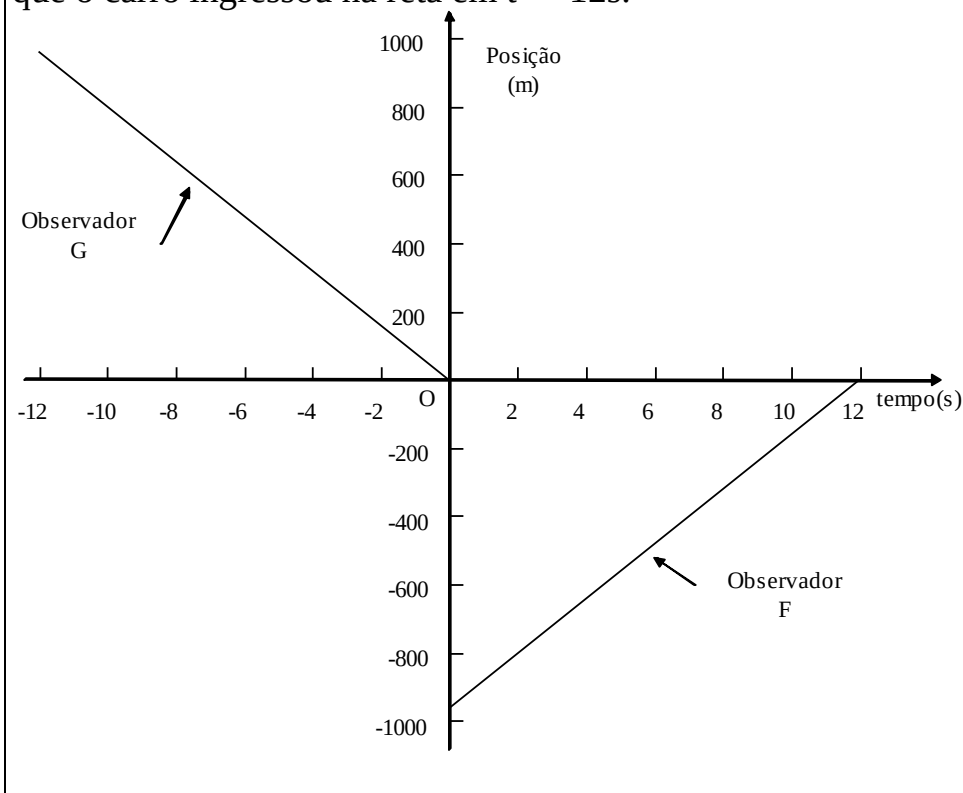


Figura 6. Gráficos do movimento do carro obtidos pelos observadores F e G, que escolhem o local em que estão para a origem do eixo, mas utilizam critérios muito distintos para começar a marcar tempo: F dispara seu relógio quando o carro ingressa na reta, enquanto G escolhe $t = 0$ quando o carro passa por ele, de maneira que o carro ingressou na reta em $t = -12$ s.



A equação horária do observador F pode ser obtida assim: ele sabe que o movimento é uniforme, de maneira que $x(t) = a + b t$. Sabendo que $v = 80$ m/s, ele deduz que $b = 80$ m/s. Ao impor que $x(t = 0)$ seja a entrada da reta, que se localiza em $x = -960$ m, obtém a equação

$$-960 = a + b \cdot 0 \quad (\text{em unidades do SI})$$

de onde conclui que $a = -960$ m.

A equação horária para o observador G também é $x(t) = a + b t$, só que $b = -80$ m/s porque, para ele, o carro move-se no sentido contrário ao que o eixo foi orientado. Ao impor que $x(t = 0) = 0$, obtém a equação,

$$0 = a + b \cdot 0$$

de onde deduz $a = 0$ e portanto $x_7(t) = -80t$ (x em m para t em s). O carro atravessa a linha de chegada quando sua posição é 600 m, dando $t_{c(7)} = -7,5$ s. Sabendo que $t = 0$ é o momento que o carro sai da reta, ou seja, 11:05:46, ele conclui que o carro atravessa a linha de chegada às $-7,5$ s + 11:05:46 = 11:05:38,5, como os demais.