



Escola Politécnica da

Universidade de São Paulo

Departamento de Engenharia de Transportes - PTR

Laboratório de Topografia e Geodesia - LTG

PTR 3511 – Navegação por GNSS



Sistemas de Coordenadas: CARTESIANOS, GEODÉSICOS E ASTRONÔMICOS





Introdução: *Tipos de Coordenadas*

◆ **Coordenadas Geográficas:**

- **Geodésicas ou Elipsóidicas:** latitudes e longitudes referidas à direção da normal.
- **Astronômicas:** latitudes e longitudes referidas à direção da vertical. Referidas a um ponto da superfície da Terra (topocêntrica).

◆ **Coordenadas Cartesianas:**

- **Terrestre:** os eixos são ortogonais e sua origem está no centro de massa da Terra.
- **Celeste:** os eixos são ortogonais e sua origem está no baricentro do Sistema Solar.



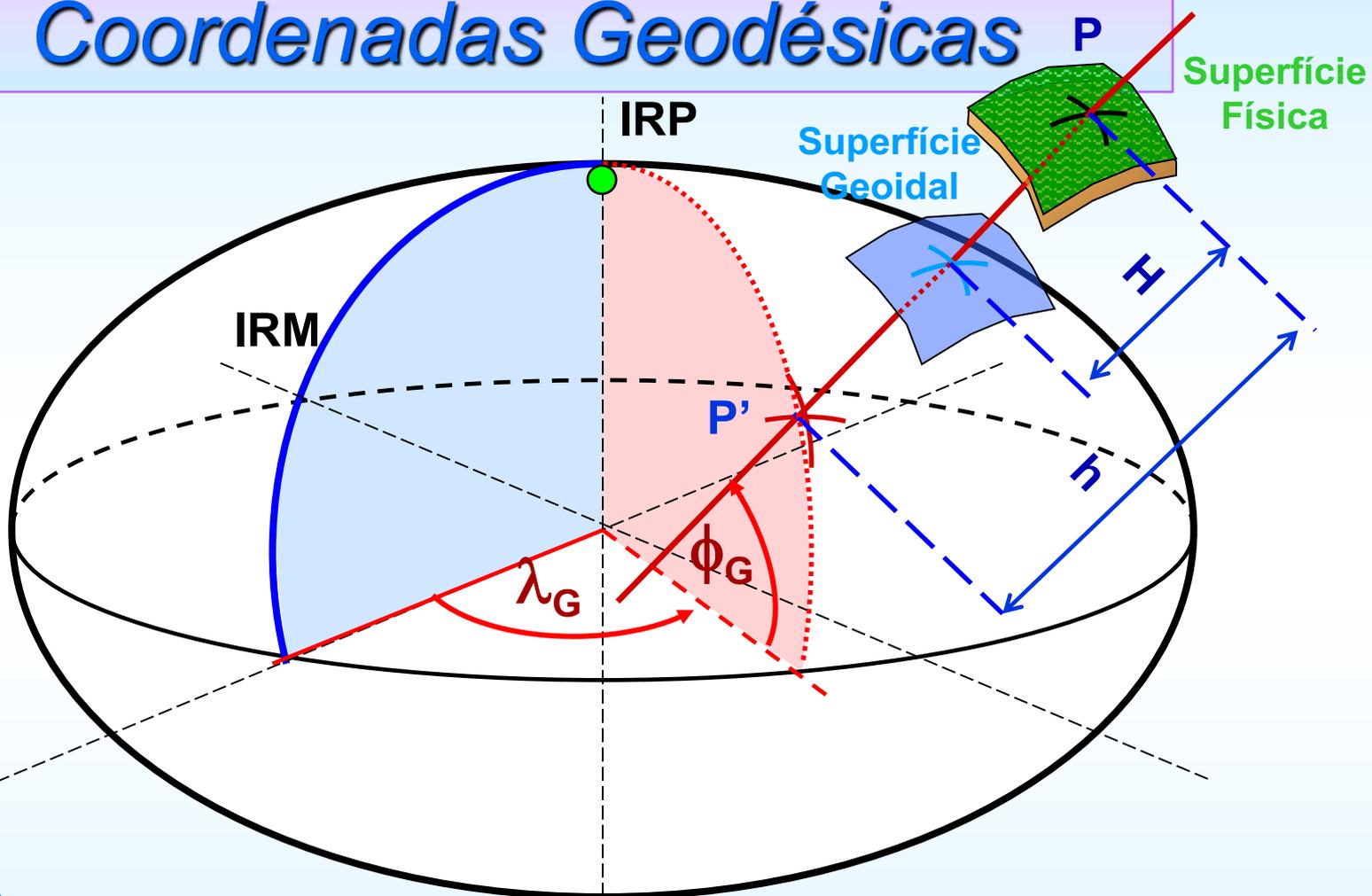


1 - Sistemas de Coordenadas Geográficas

- ◆ As Coordenadas Geográficas foram desenvolvidas com a navegação e a astronomia de posição.
- ◆ No passado, os navegadores obtinham sua localização na superfície terrestre pela observação dos astros, usando o **Sistema de Coordenadas Geográficas Astronômicas**.
- ◆ Atualmente, a determinação da posição na superfície da Terra é realizada através do rastreamento de satélites artificiais, utilizando o **Sistema de Coordenadas Geográficas Geodésicas**.



Coordenadas Geodésicas



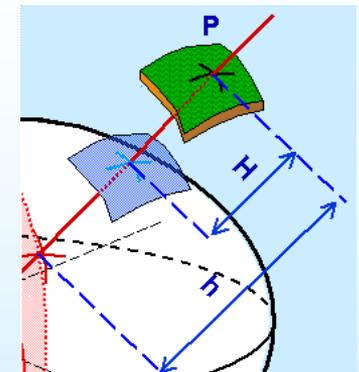
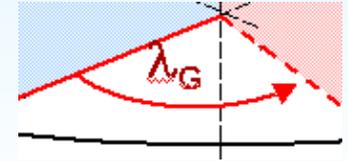
IRM: International Reference Meridian (antigo Greenwich)

IRP: International Reference Pole (Norte)



Coordenadas Geodésicas

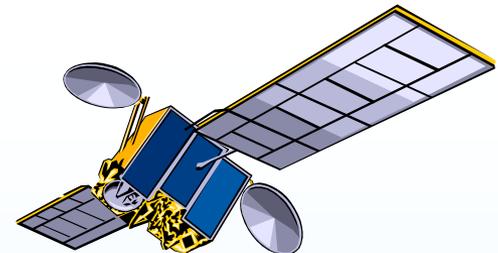
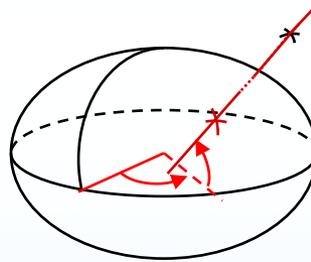
- ◆ λ_G - **Longitude geodésica ou elipsóidica:** ângulo diedro formado pelo meridiano de referência (IRM) e o meridiano local.
- ◆ ϕ_G - **Latitude geodésica ou elipsóidica:** ângulo que a normal forma com sua projeção sobre o plano do equador.
- ◆ **h** - **Altitude geodésica ou altitude geométrica:** separação entre as superfícies física e elipsoidal medida ao longo da normal.
- ◆ **H** - **Altitude Ortométrica:** separação entre as superfícies física e geoidal medida ao longo da vertical.





Coordenadas Geodésicas

- ◆ As coordenadas geodésicas (φ , λ , h) são suficientes para fixar um ponto no espaço. No passado as coordenadas φ e λ eram obtidas através da triangulação, enquanto a altitude geométrica era praticamente impossível de ser obtida, pois não havia como obter as alturas geoidais.



- ◆ Com a era espacial, as observações sobre os satélites artificiais permitiram obter as coordenadas cartesianas tridimensionais, que são transformadas no **terno geodésico** (φ , λ , h).



Sistemas de Coordenadas Astronômicas

Como posicionar um astro na esfera celeste ?

Para definir um Sistema de Coordenadas Astronômicas, são necessários quatro elementos:

PLANO SECUNDÁRIO

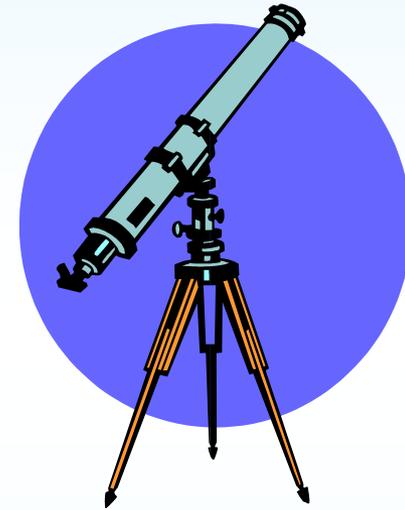
PLANO FUNDAMENTAL

- ângulo diedro sobre um plano fundamental (abscissa esférica)
- ângulo plano medido sobre o plano secundário, ortogonal (ordenada esférica)
- distância (indeterminada)
- tempo

Sistemas de Coordenadas Astronômicas

Os Sistemas de Coordenadas Astronômicas estão divididos em três a saber:

- Sistema Horizontal ou Zenital
- Sistema Equatorial Horário
- Sistema Equatorial Uranográfico



O que diferencia estes Sistemas são as distintas *referências astronômicas* para a origem de coordenadas.

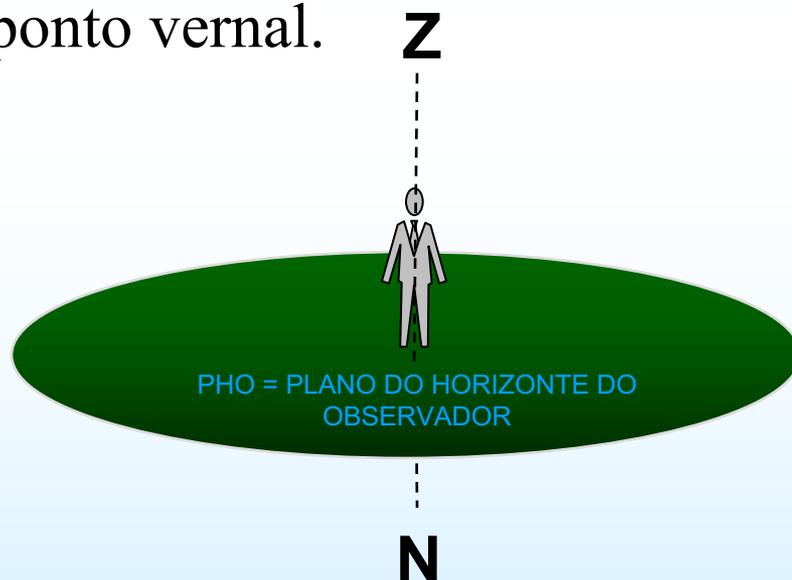
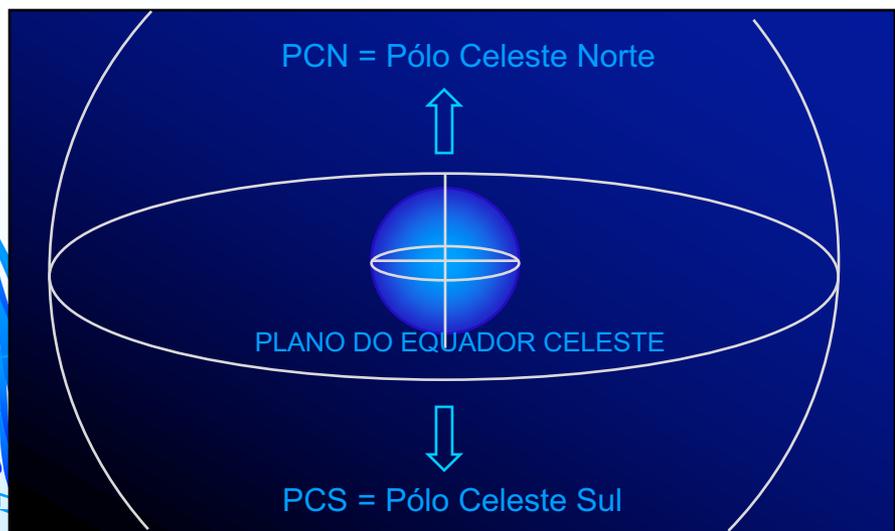




Sistemas de Coordenadas Astronômicas

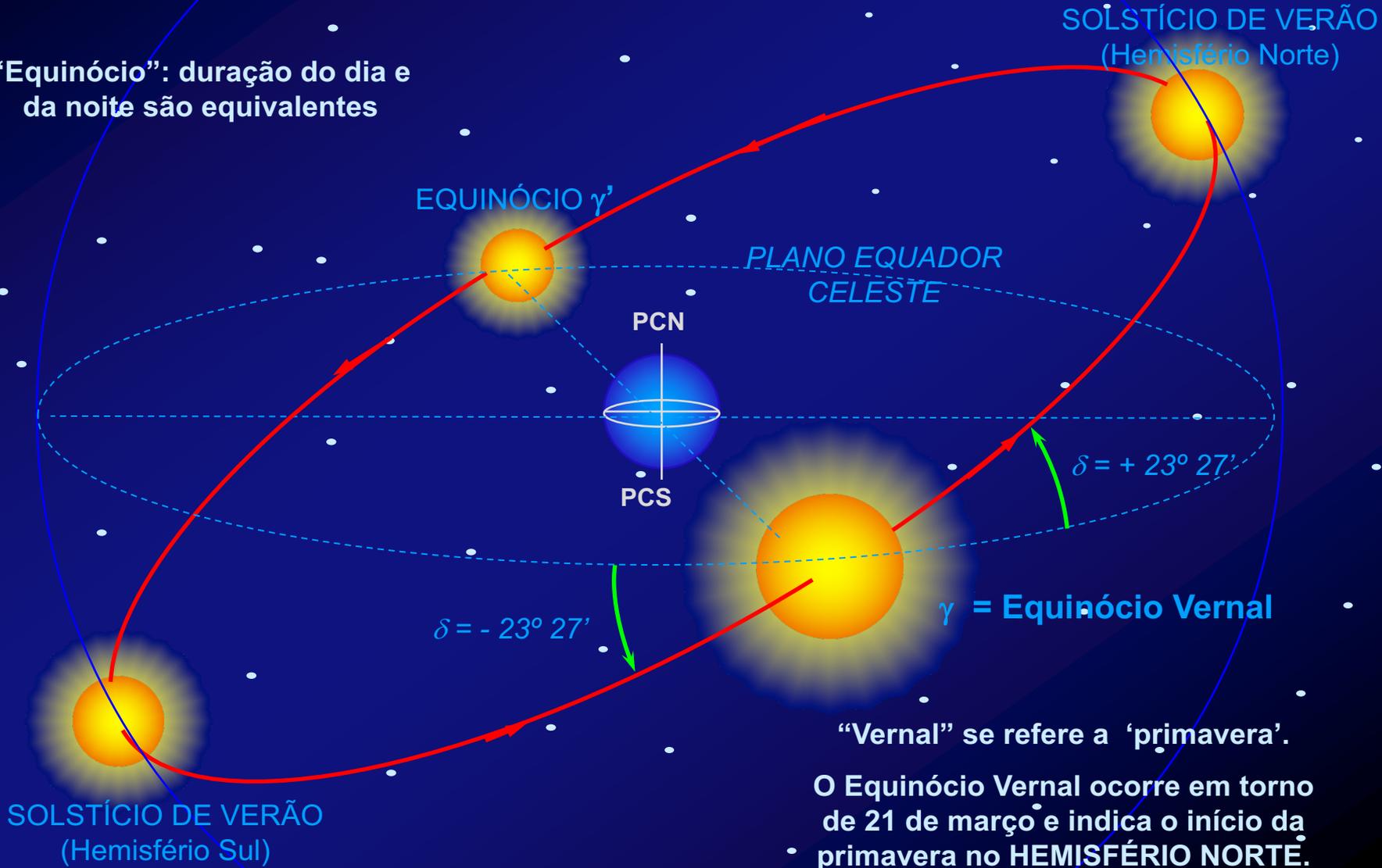
Algumas das referências astronômicas:

- Plano do Equador Celeste e Polos Celestes;
- Plano do Horizonte do Observador, Nadir e Zênite;
- Equinócio de primavera (HN) – ponto vernal.



Posições do Sol na Esfera Celeste

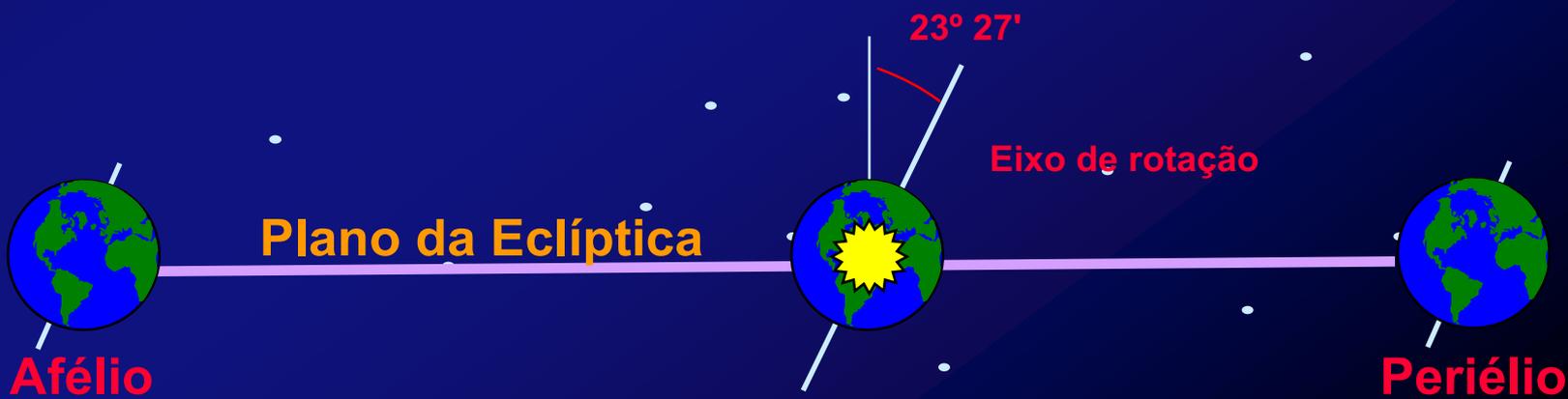
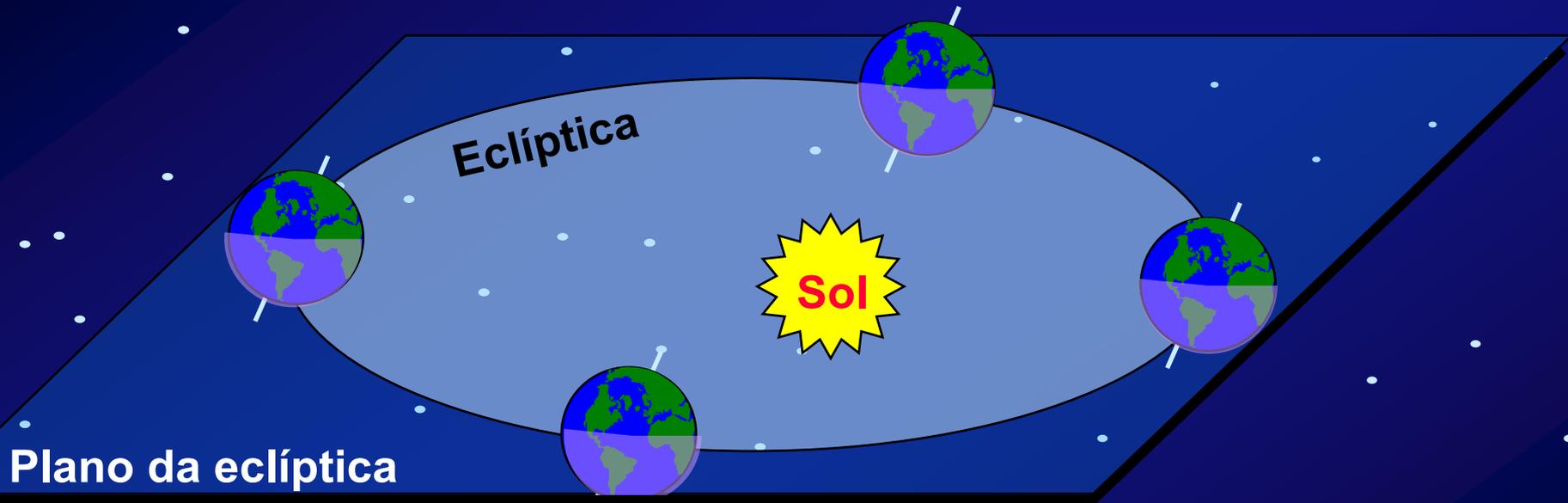
“Equinócio”: duração do dia e da noite são equivalentes



“Vernal” se refere a ‘primavera’.

O Equinócio Vernal ocorre em torno de 21 de março e indica o início da primavera no HEMISFÉRIO NORTE.

Órbita da Terra em torno do Sol



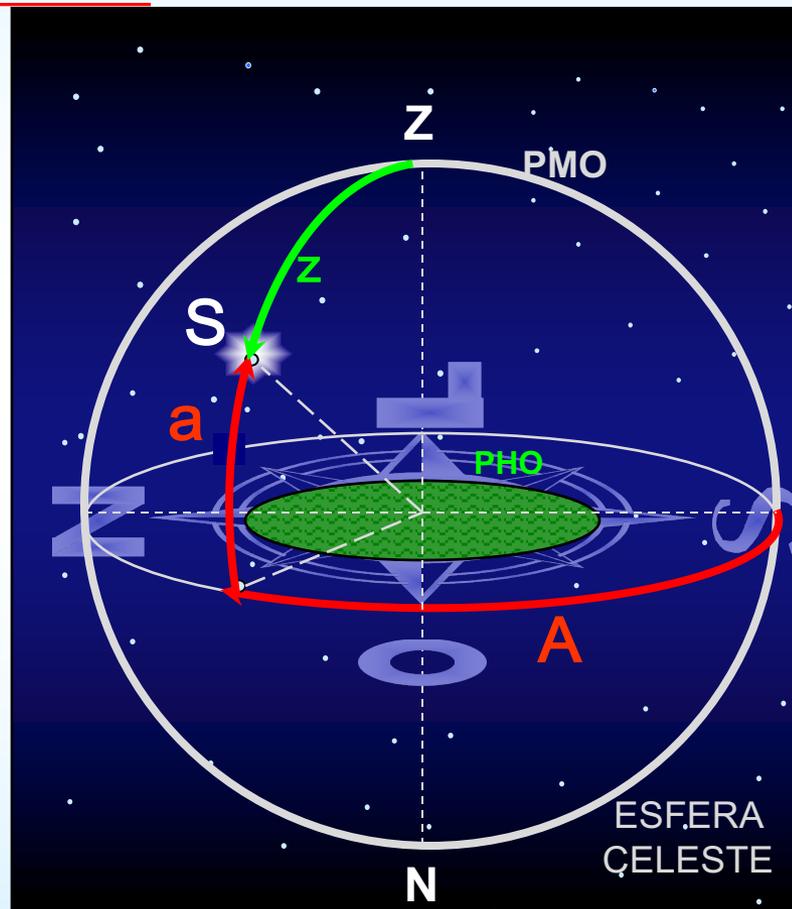


Coordenadas astronômicas

SISTEMA HORIZONTAL ou ZENITAL

Referências: plano horizontal;
zênite; meridiano do observador

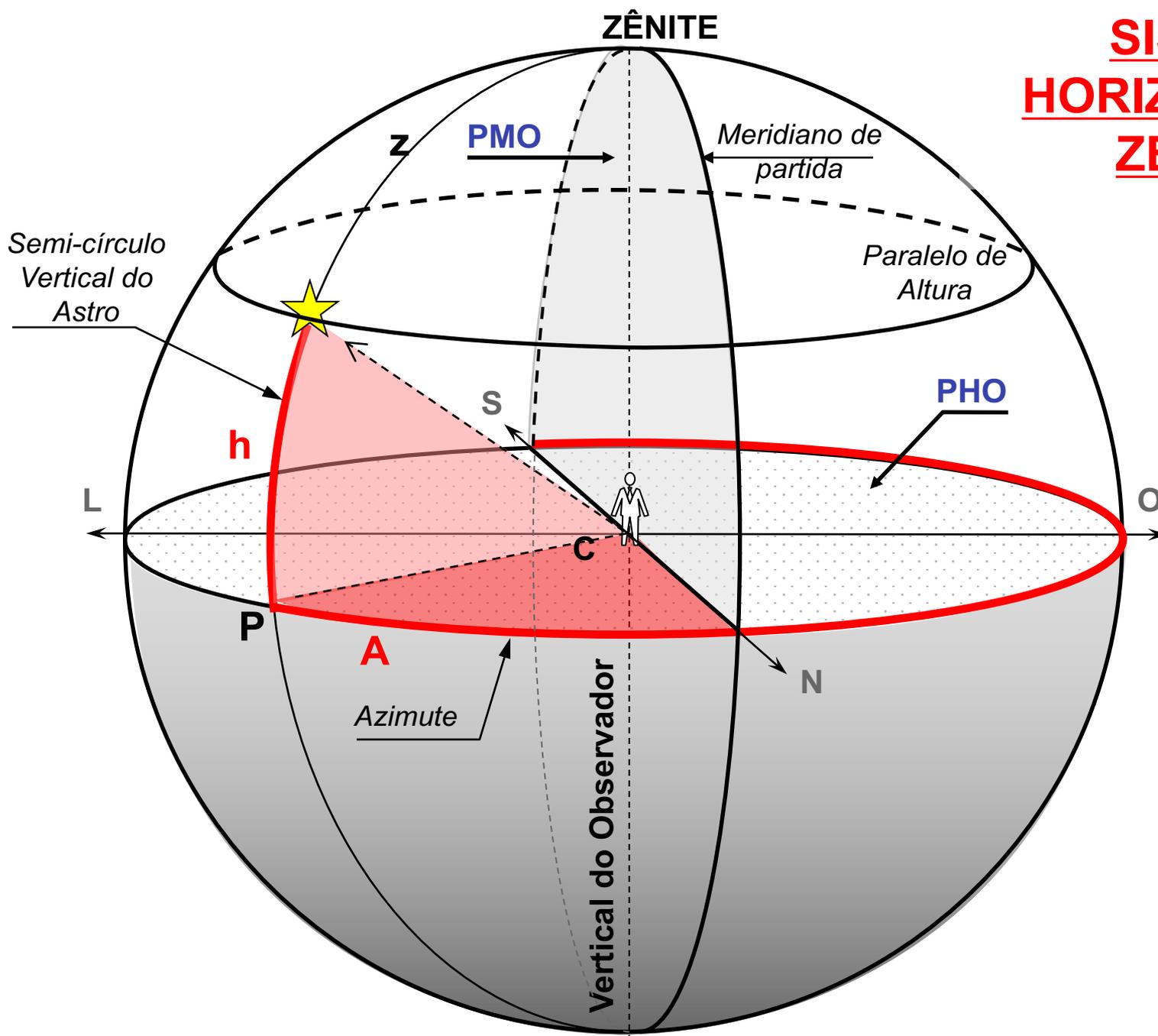
- ~ **a** – Altura Angular do Astro (de 0° a 90°)
- ~ **z** - Distância Zenital
- ~ **A** – Azimute, a partir do SUL*, sentido oeste (0° a 360°)
- ~ **Z** – Zênite
- ~ **N** – Nadir
- ~ **PHO**: Plano do Horizonte do Observador
- ~ **PMO**: Plano do Meridiano do Observador
- ~ **S**: Posição do Astro



**Utilizado em Astronomia para se diferenciar do azimute topográfico*



SISTEMA HORIZONTAL ou ZENITAL



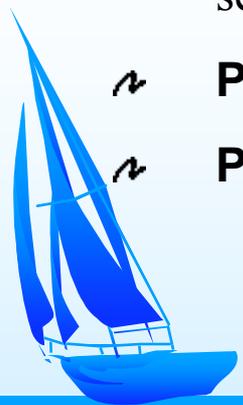
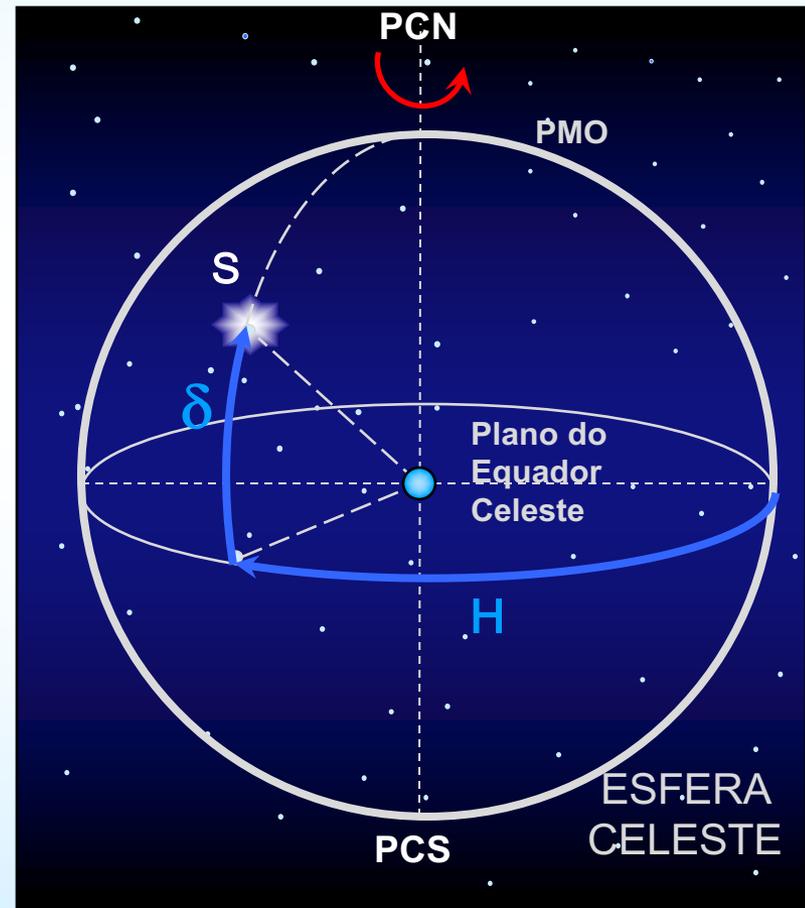


Coordenadas astronômicas

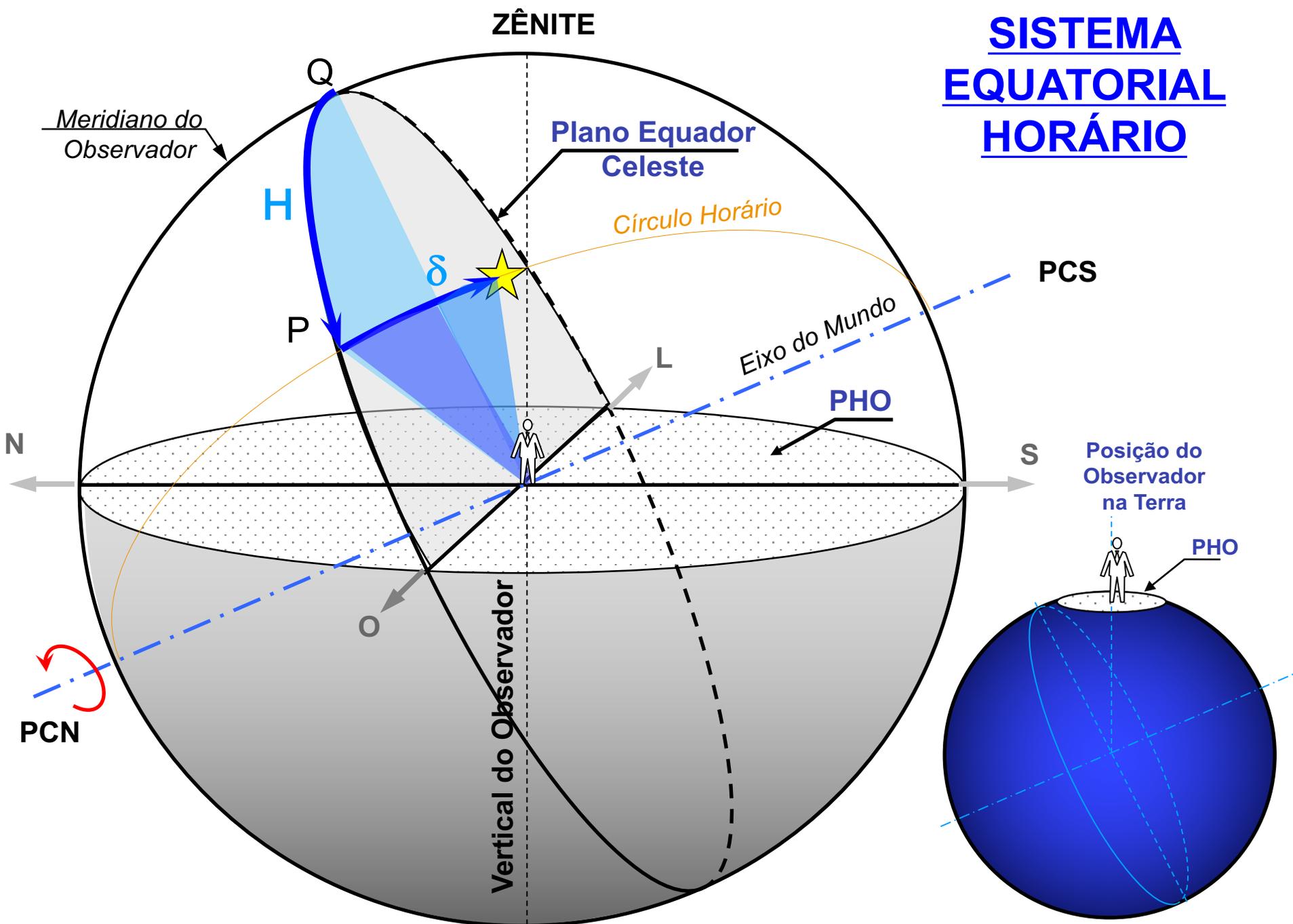
SISTEMA EQUATORIAL HORÁRIO

Referências: equador; polos celestes; meridiano do observador

- ~ δ – Declinação (0° a $\pm 90^\circ$)
- ~ **H** – Ângulo Horário diedro entre o PMO e o Meridiano (círcula horário) que contêm o Astro (0h a 24 hs). Contato no sentido anti-horário a partir do PMO
- ~ **PCN** – Pólo Celeste Norte
- ~ **PCS** – Pólo Celeste Sul



SISTEMA EQUATORIAL HORÁRIO



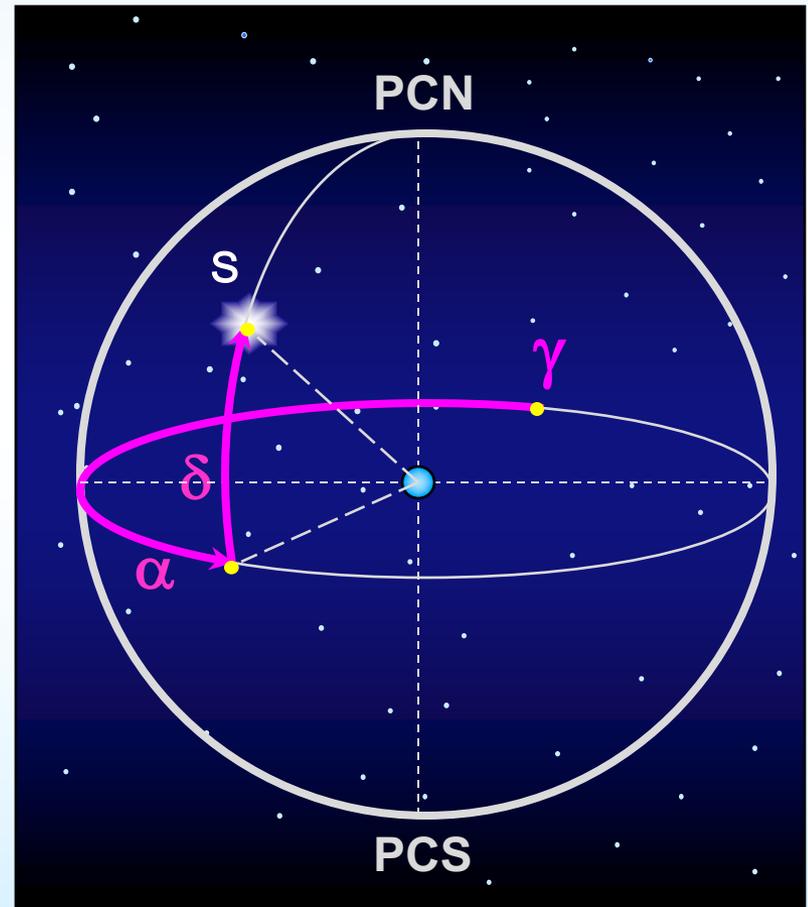


Coordenadas astronômicas

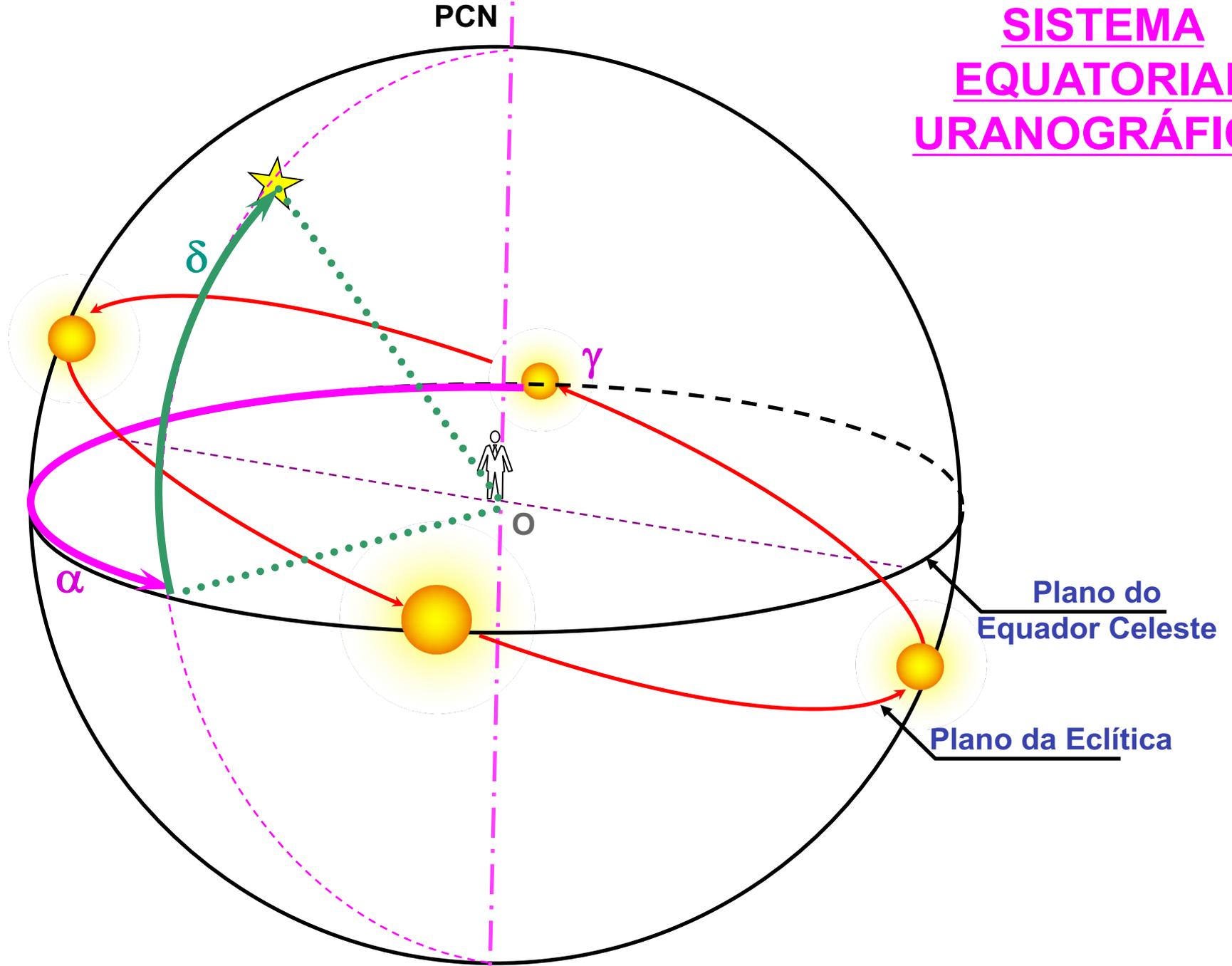
SISTEMA EQUATORIAL URANOGRÁFICO

Referências: Equador; Polos celestes; e Ponto Vernal γ

- \approx α – Ascensão Reta, sentido anti-horário (0° a 360° ou 0h a 24h)
- \approx δ – Declinação (-90° a $+90^\circ$)
- \approx γ – Ponto Vernal
- \approx **PCN** – Polo Celeste Norte
- \approx **PCS** – Polo Celeste Sul



SISTEMA EQUATORIAL URANOGRÁFICO



Plano do Equador Celeste

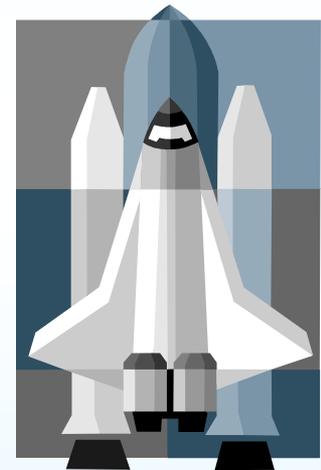
Plano da Eclíptica



2 - Sistemas de Coordenadas Cartesianas

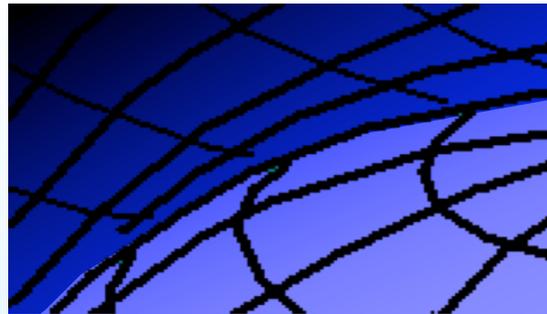
- ◆ A Era Espacial despertou o interesse por uma série de problemas envolvendo a forma, a dimensão e os movimentos da Terra. Concluiu-se que seria necessário estudar, qualificar e quantificar:

- O nível médio do mar;
- O movimento de rotação;
- As marés terrestres e oceânicas;
- O deslocamento em grandes estruturas;
- As variações no eixo de rotação (precessão, nutação, movimento do Polo)

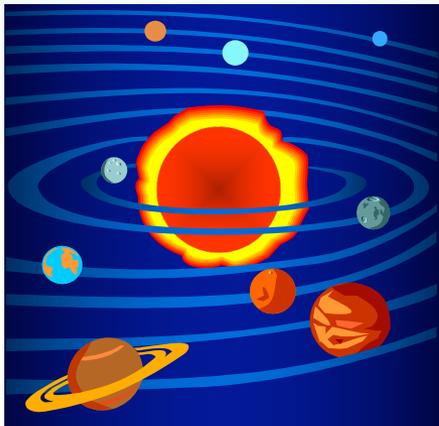




- ◆ Para realizar as referidas tarefas concluiu-se que dois sistemas cartesianos de referência seriam necessários e suficientes:
 - Referencial Cartesiano Celeste
 - Referencial Cartesiano Terrestre



Referencial Cartesiano Celeste



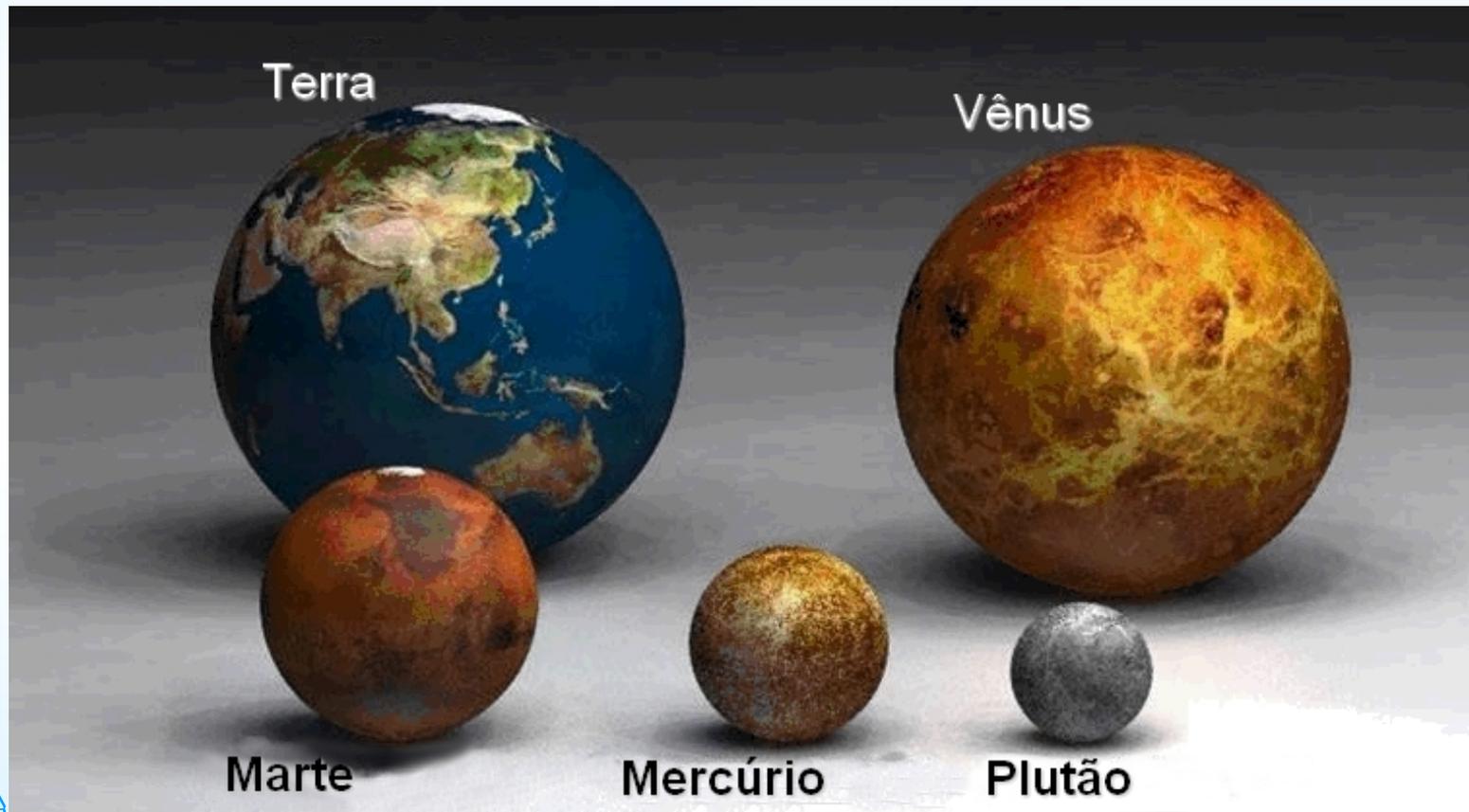
- Origem: Baricentro do sistema solar
- o eixo OX é orientado na direção do Equinócio Vernal para a época J2000.0*
- o eixo OZ é orientado na direção do Pólo Celeste de Referência para a época J2000.0* o eixo OY a 90° de OX completando um sistema dextrógiro.

* (corresponde a 1 de Janeiro de 2000, 11:58:55.816, UTC – Tempo Universal Coordenado)



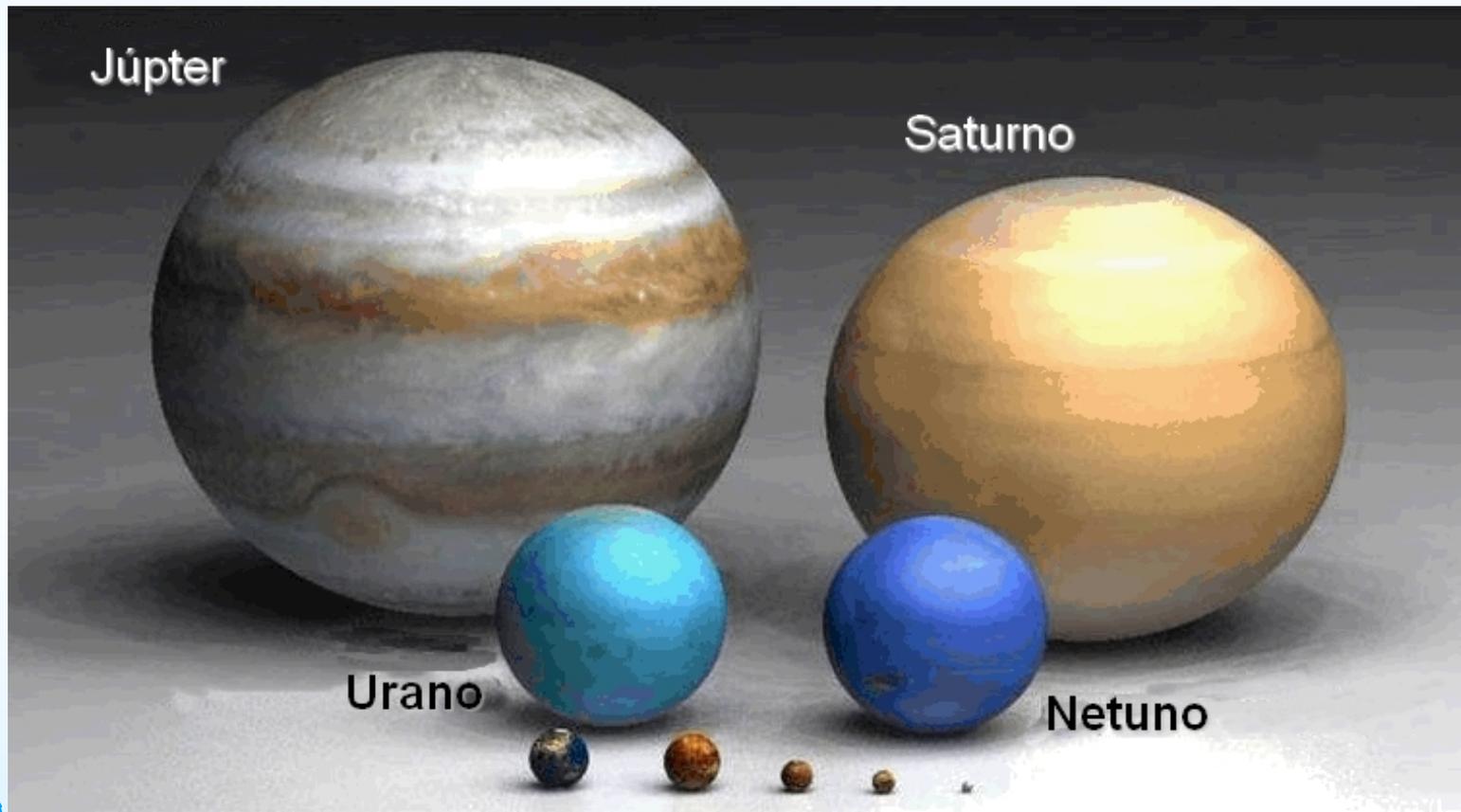


Referencial Cartesiano Celeste



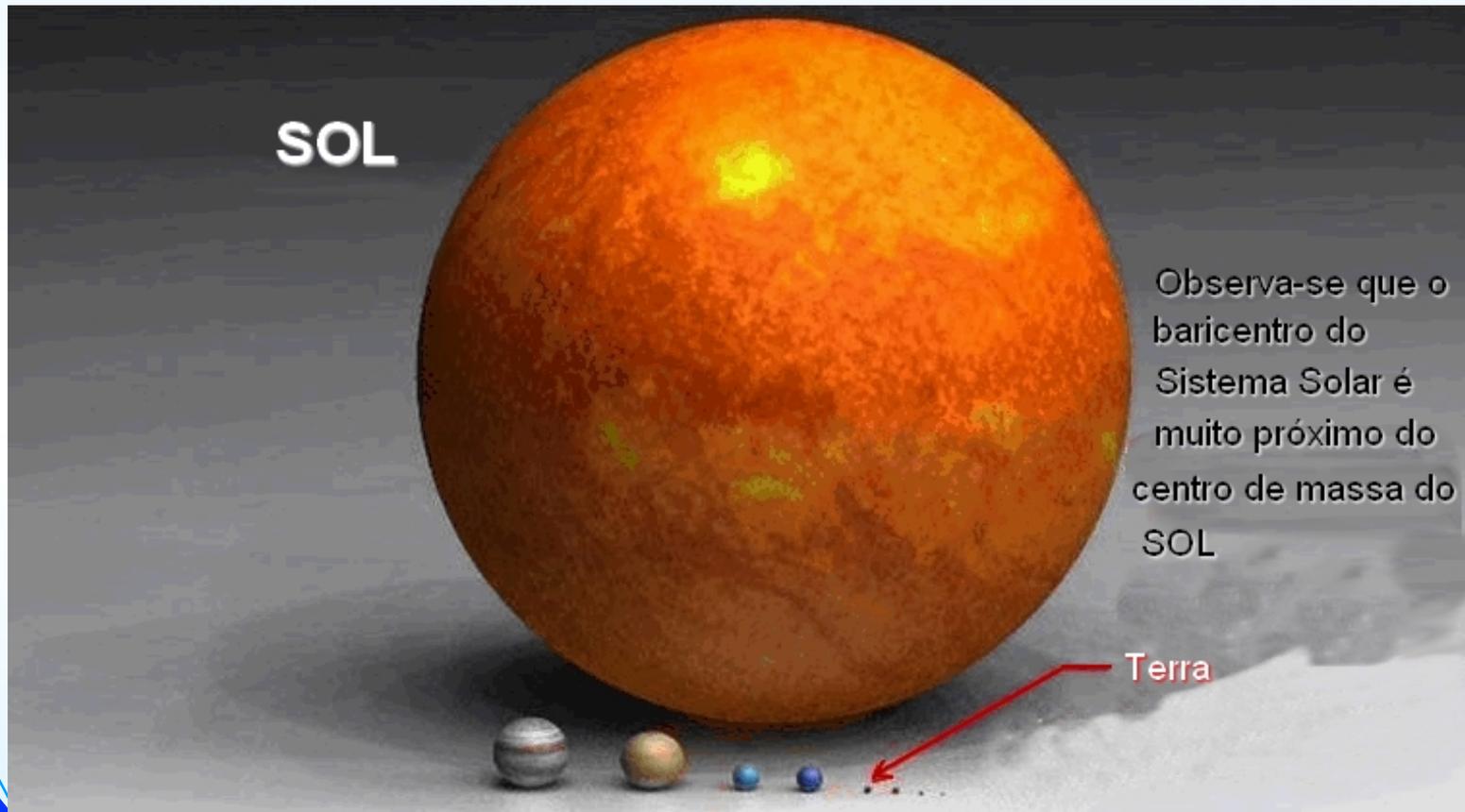


Referencial Cartesiano Celeste



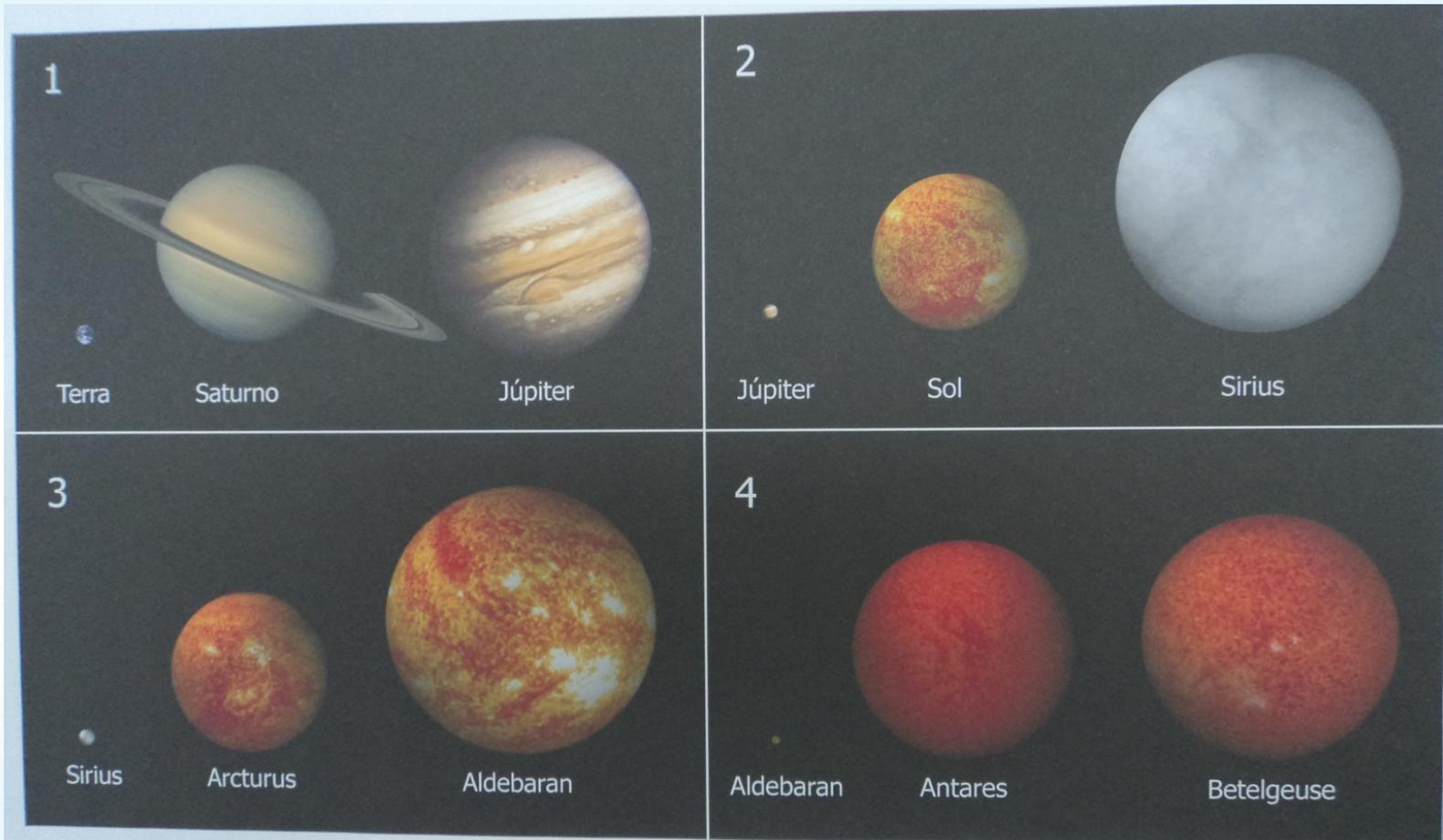


Referencial Cartesiano Celeste





Referencial Cartesiano Celeste

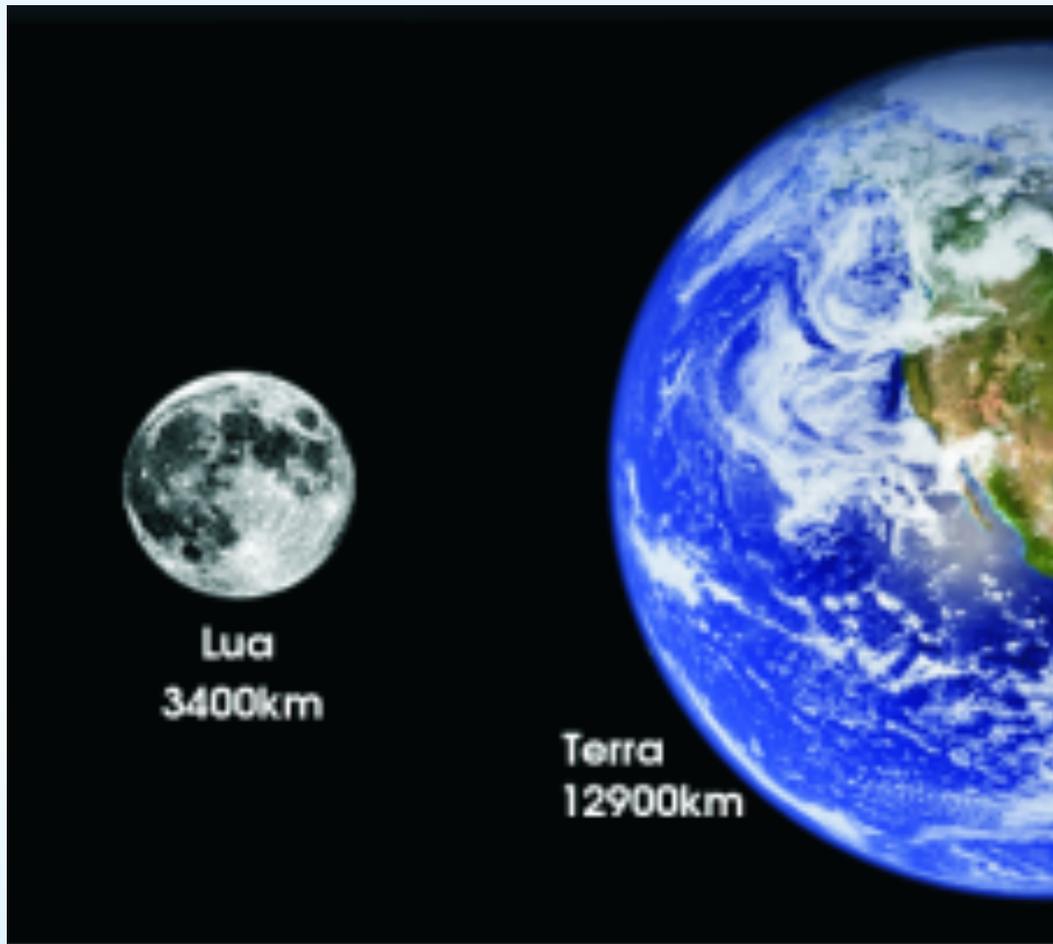


Na imagem acima o Sol é comparado diretamente com Sirius, a estrela mais brilhante do céu noturno, da constelação do Cão Maior.





Sistema Terra - Lua



No caso do sistema Terra-Lua, a massa da segunda influi significativamente, sendo que o centro de massa do sistema encontra-se a aproximadamente $\frac{2}{3}$ do raio da Terra, a partir do centro da mesma.







Sistema Terra - Lua

No sistema Terra-Lua quem gira ao redor do sol é o baricentro do sistema.

Quem gira ao redor da Terra não é a Lua.

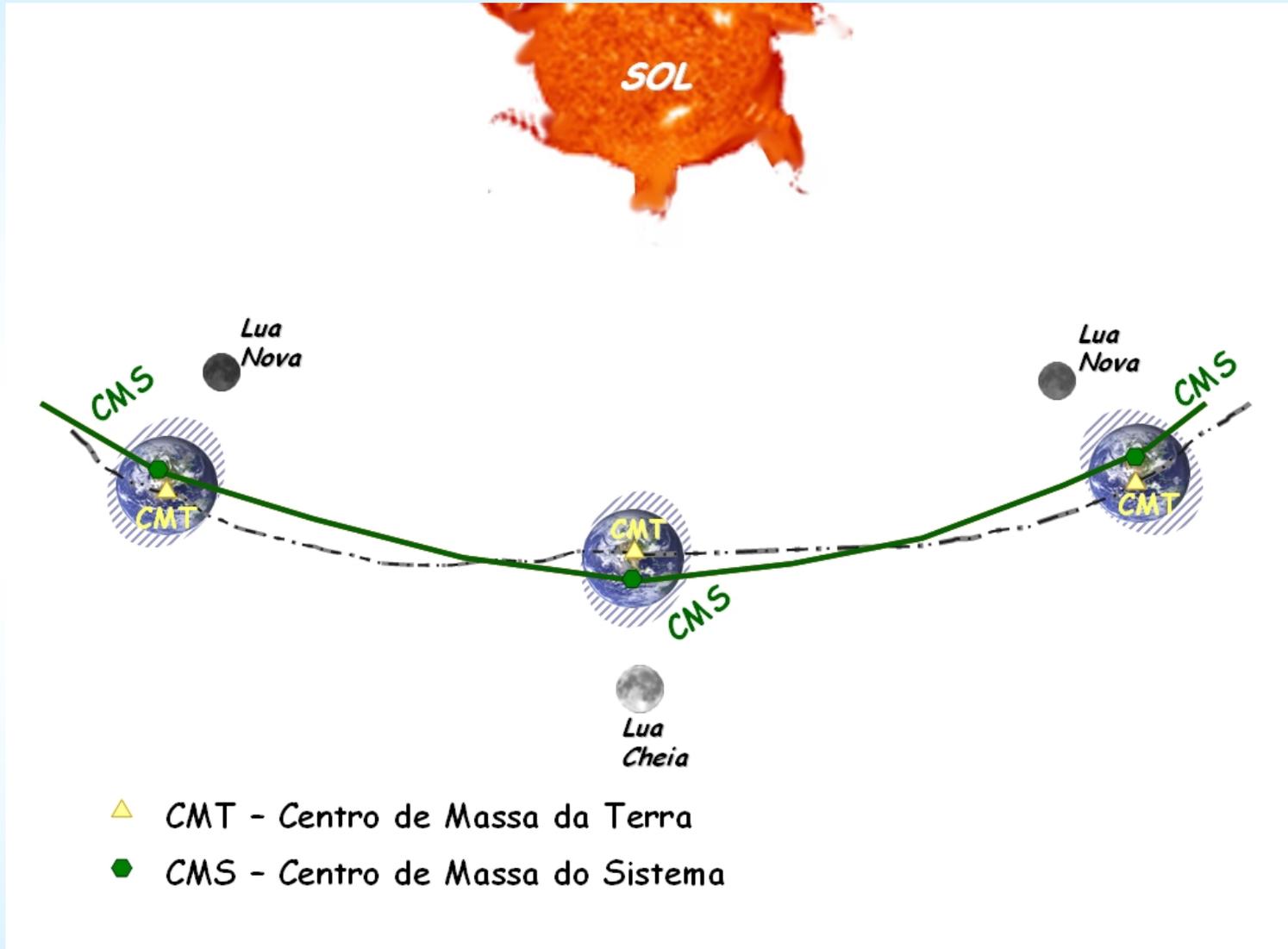
O sistema gira ao redor do baricentro do mesmo.

O geocentro oscila entorno da órbita ao redor do sol, sendo o seu período igual ao período lunar.

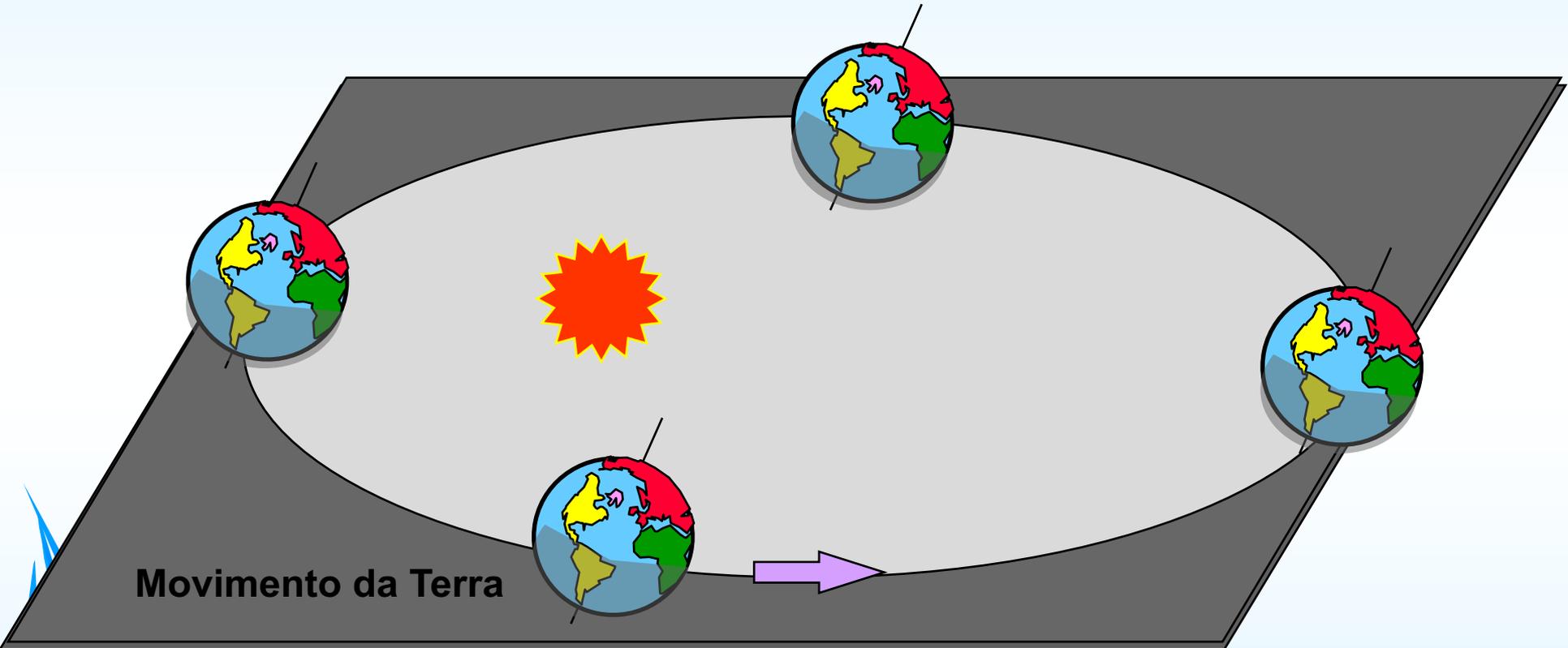


Órbita do sistema Terra-Lua ao redor do SOL.





Representação da Órbita da Terra



Movimento da Terra

Referencial Cartesiano Celeste

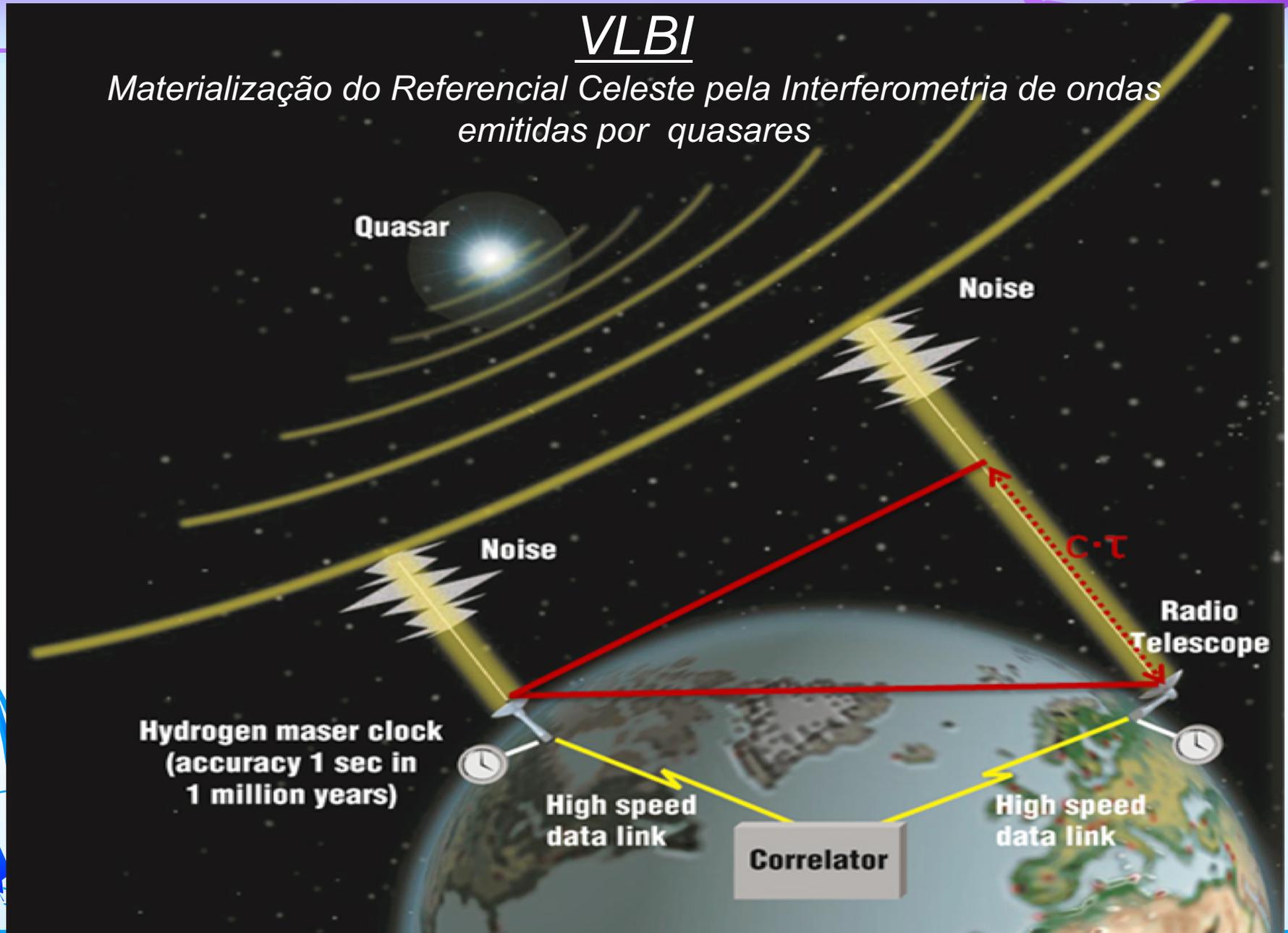
O referencial celeste é materializado através de um certo número de **quasares** dos quais se conhecem as coordenadas uranográficas (α , δ).

Os quasares estão tão distantes da Terra que não apresentam paralaxe e também se comportam como se fossem objetos fixos no espaço. Com isso, o referencial que eles materializam (celeste) tem fixas a origem e a orientação dos eixos.

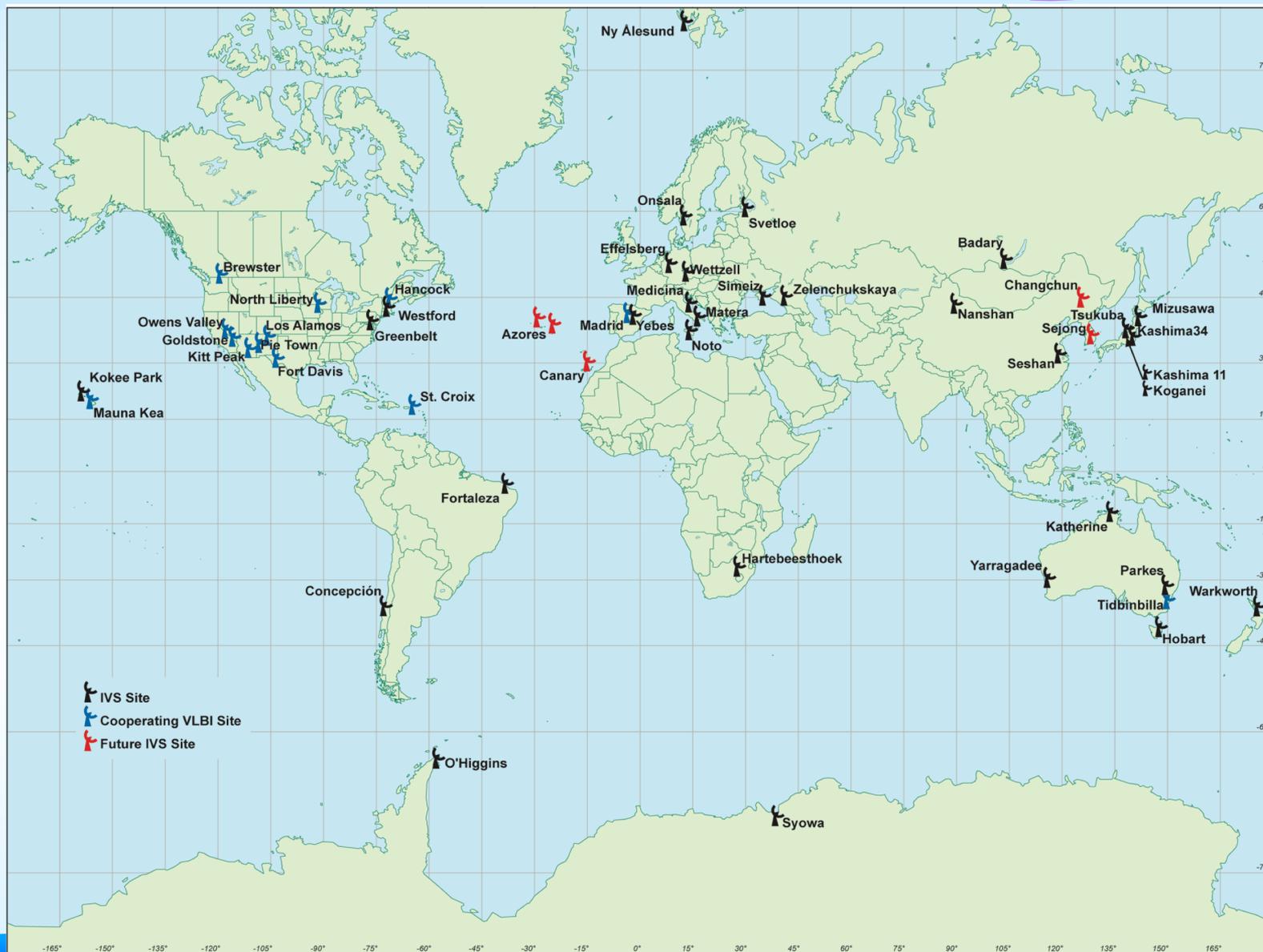
As observações aos quasares são conduzidas através do **VLBI** (Very Long Baseline Interferometry).

VLBI

Materialização do Referencial Celeste pela Interferometria de ondas emitidas por quasares



Estações VLBI no mundo





Estação VLBI em Eusébio (Ceará)





Estação VLBI em Colina (Chile)



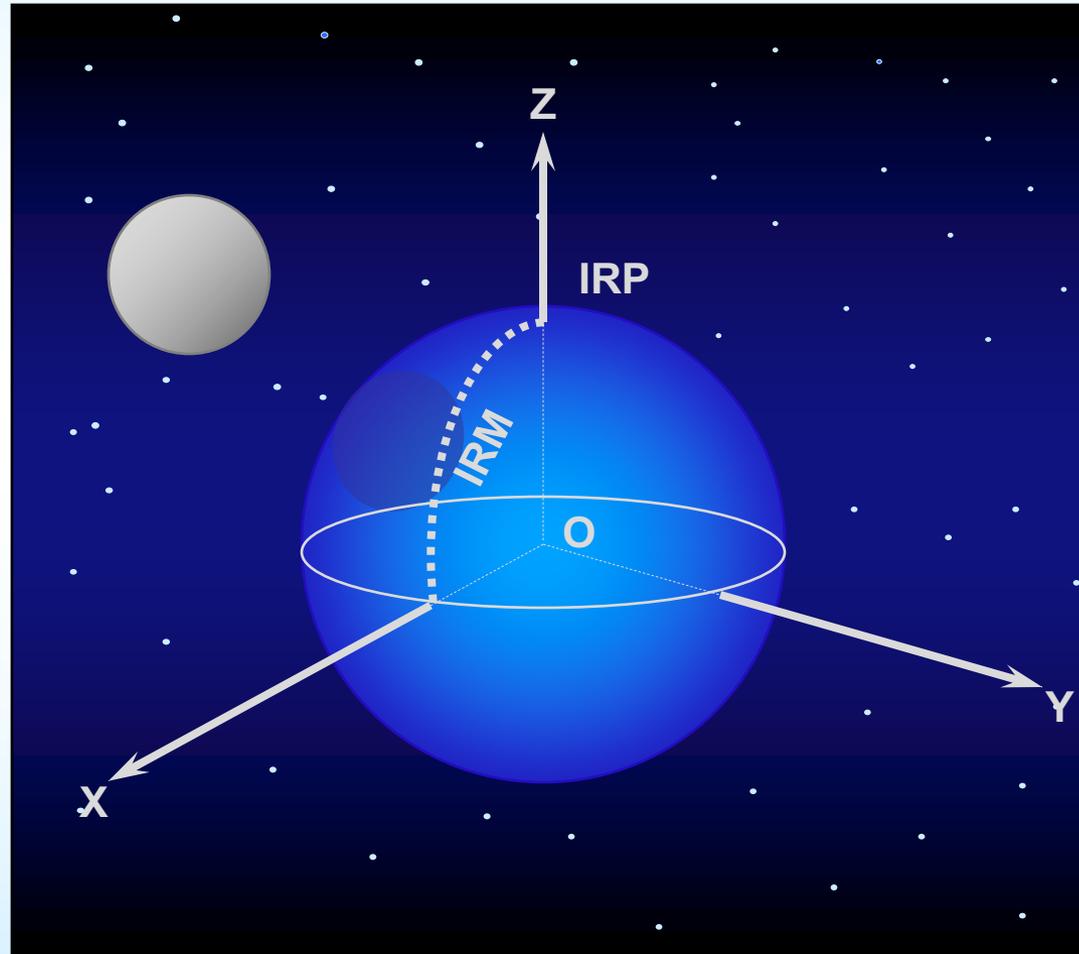
Referencial Cartesiano Terrestre

- Origem: Centro de massa da Terra (geocêntrico);
- o eixo OX é orientado na direção do IRM (International Reference Meridian);
- o eixo OZ é orientado na direção do IRP (International Reference Pole);
- o eixo OY a 90° de OX completando um sistema dextrógiro.





Referencial Cartesiano Terrestre





Sistema Terrestre de coordenadas cartesianas

O Sistema de Referência Terrestre é fixo à Terra. Portanto, rotaciona, translada e sofre mudanças de origem e orientação em relação ao Sistema Celeste.

Uma de suas materializações é o **WGS-84**, utilizado pelo GPS. Outra materialização muito usada atualmente é oriunda das observações da **rede IGS (International GNSS Service)**. Trata-se de um catálogo de coordenadas das estações IGS, bem como, suas velocidades, conhecidas pela sigla ITRF.

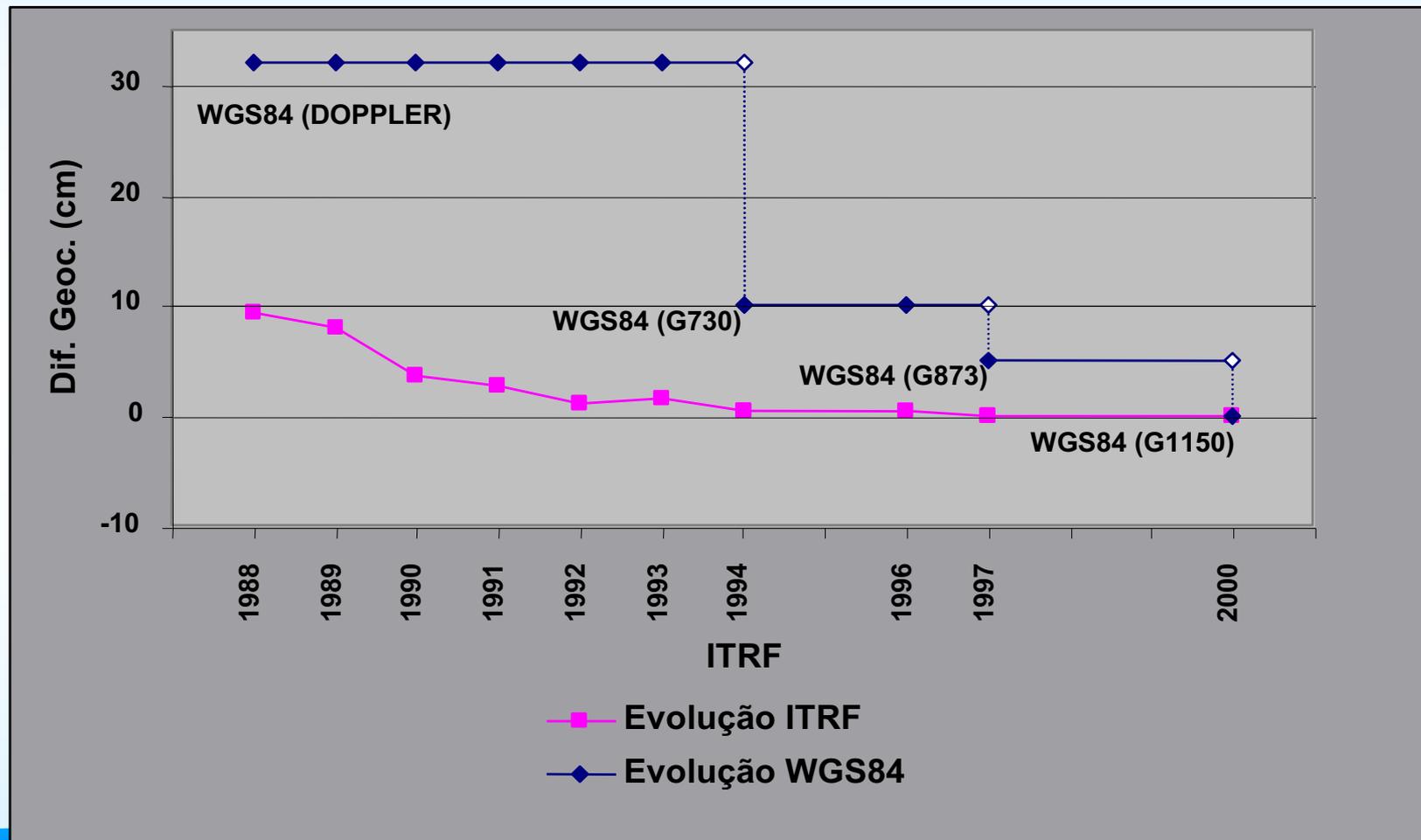
ITRF2000 refere-se à materialização do ano 2000.

O SIRGAS2000 está referido à época 2000,4.





Convergência entre ITRF e WGS84





SIRGAS 2000: Diferenças entre as Soluções Individuais e a Solução Combinada

	N	E	h
IBGE	± 2.6 mm	± 3.6 mm	± 7.8 mm
DGFI	± 2.6 mm	± 3.7 mm	± 7.0 mm
BEK	± 2.2 mm	± 4.0 mm	± 6.8 mm





Vinculação entre os sistemas Terrestre e Celeste

- ◆ A vinculação entre os sistemas terrestre e celeste é essencial em várias aplicações que envolvam Geomática.
- ◆ No caso da Engenharia Civil, atualmente é possível controlar os deslocamentos das estruturas com confiabilidade utilizando o GPS. Com efeito, os pontos de referência, usados no controle podem ser monitorados em relação ao sistema celeste e, desta forma, garantir a independência da determinação do deslocamento em relação ao referencial.





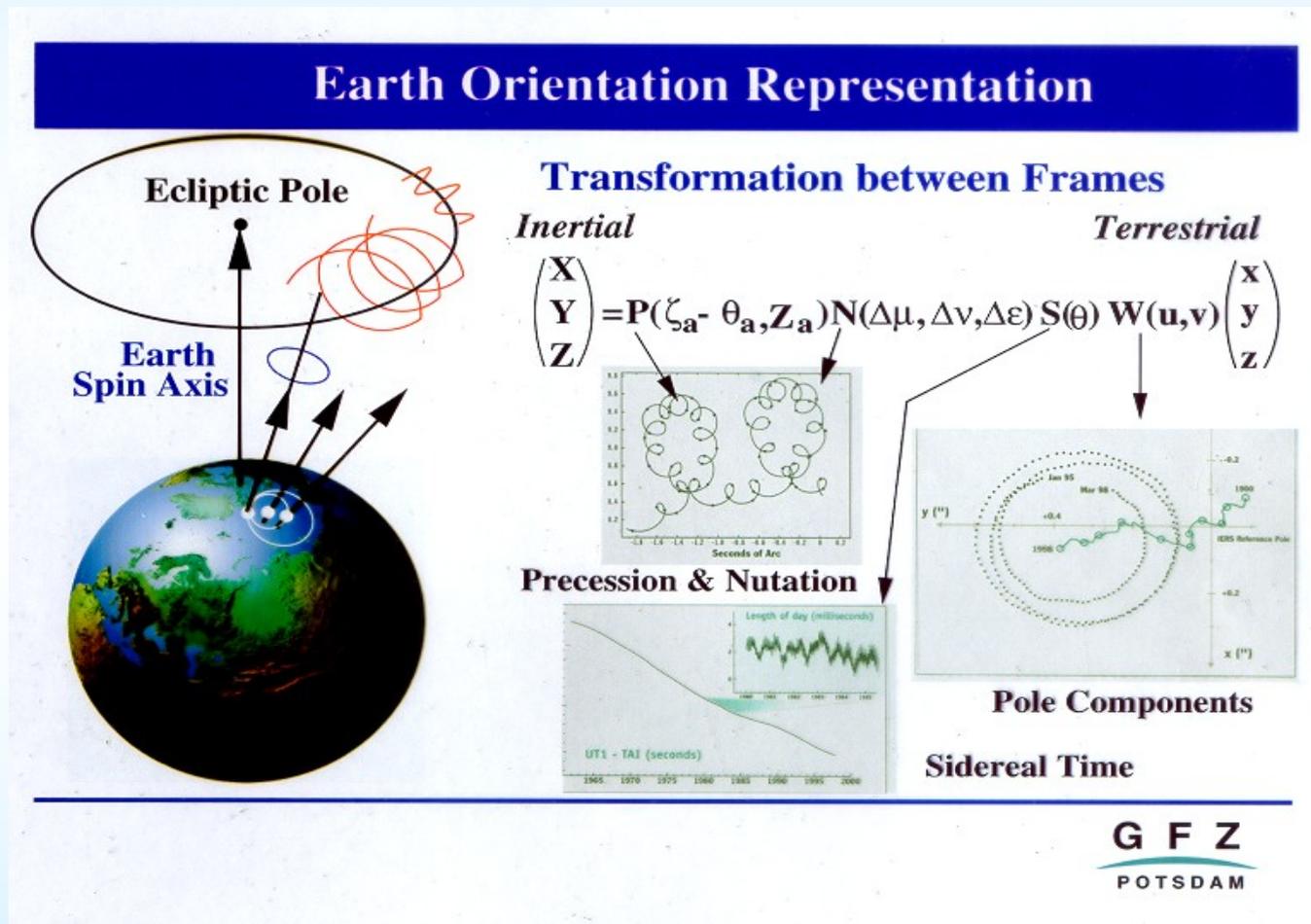
Vinculação entre os sistemas Terrestre e Celeste

- ◆ A vinculação entre os sistemas terrestre e celeste é dada pelos parâmetros de orientação da Terra: **precessão**, **nutação**, e **movimento do pólo**, variáveis com o **tempo sideral**. Os modelos de precessão e nutação são muito bem conhecidos atualmente.
- ◆ A rede IGS (*International GNSS Service*) permite monitorar e determinar a variação do movimento de rotação e o movimento do pólo.
- ◆ Com isso pode-se monitorar coordenadas do sistema terrestre (fixo na Terra) em relação ao celeste (fixo no espaço).

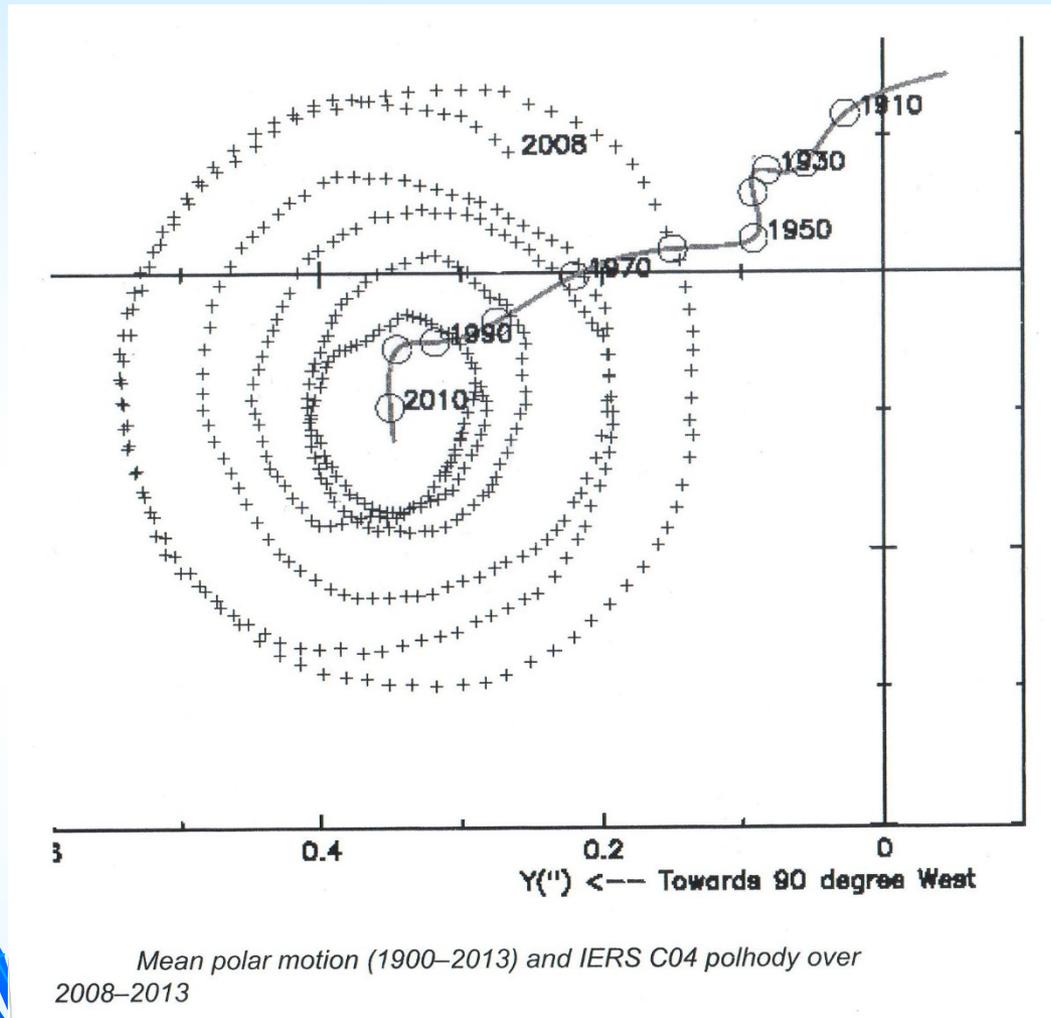




Vinculação entre os sistemas Terrestre e Celeste



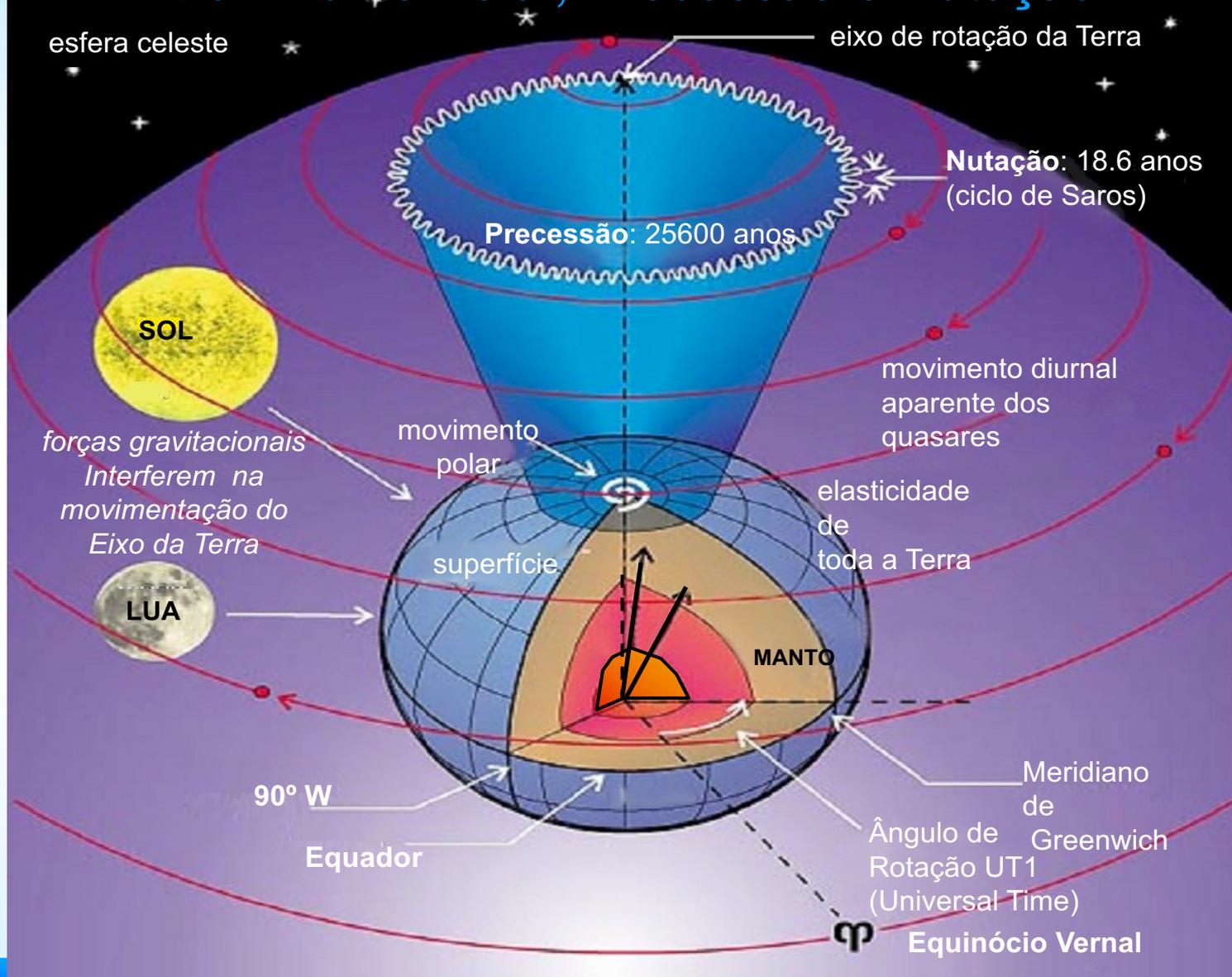
Movimentos do Polo



A figura mostra a deriva para oeste desde 1900 até 2010 e a polódia no período 2008 a 2013.
Fonte: IERS annual report 2012.

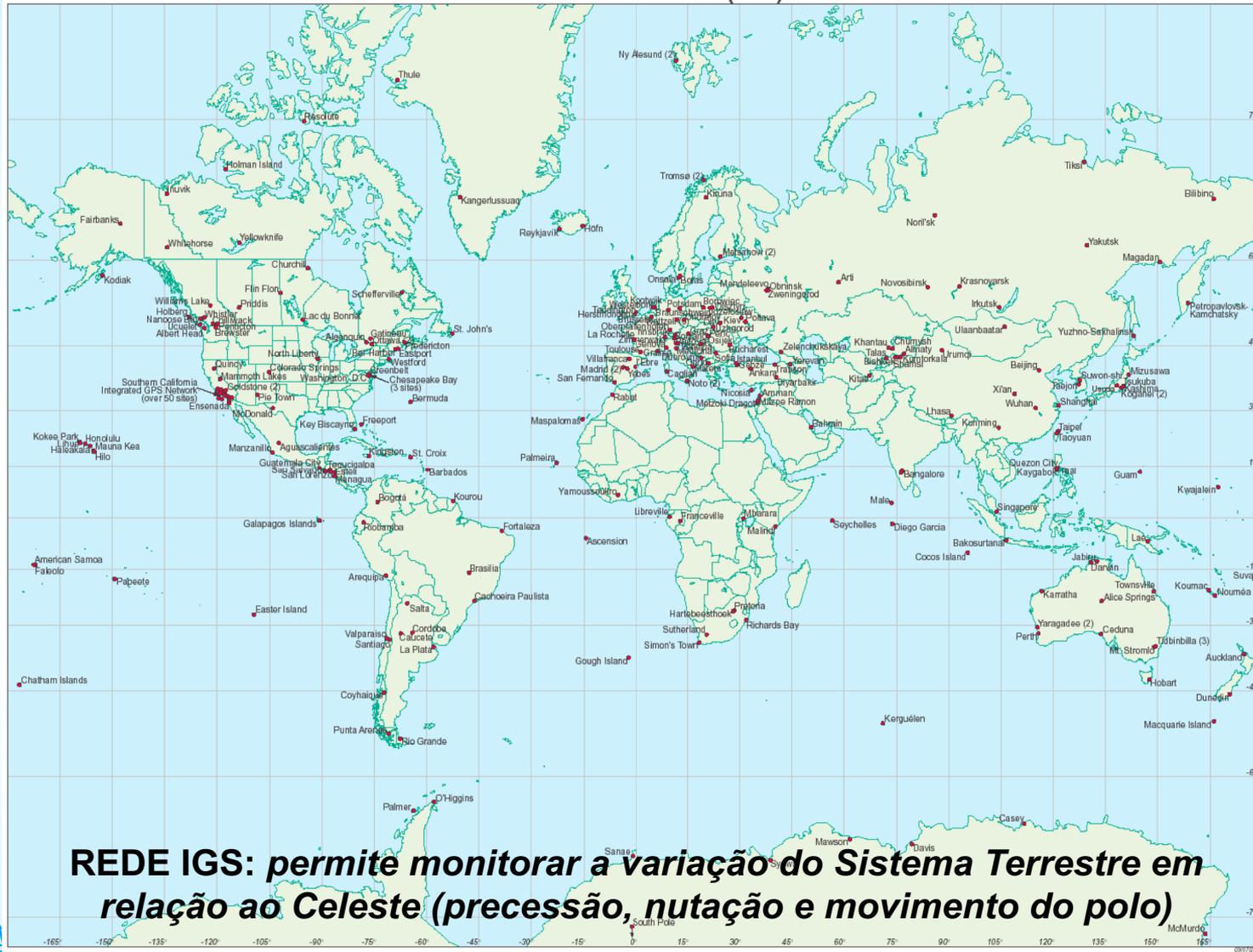


Movimentação do Eixo de Rotação Terrestre: Movimento Polar, Precessão e Nutação

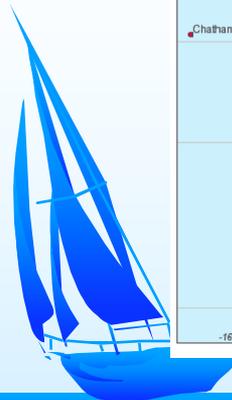




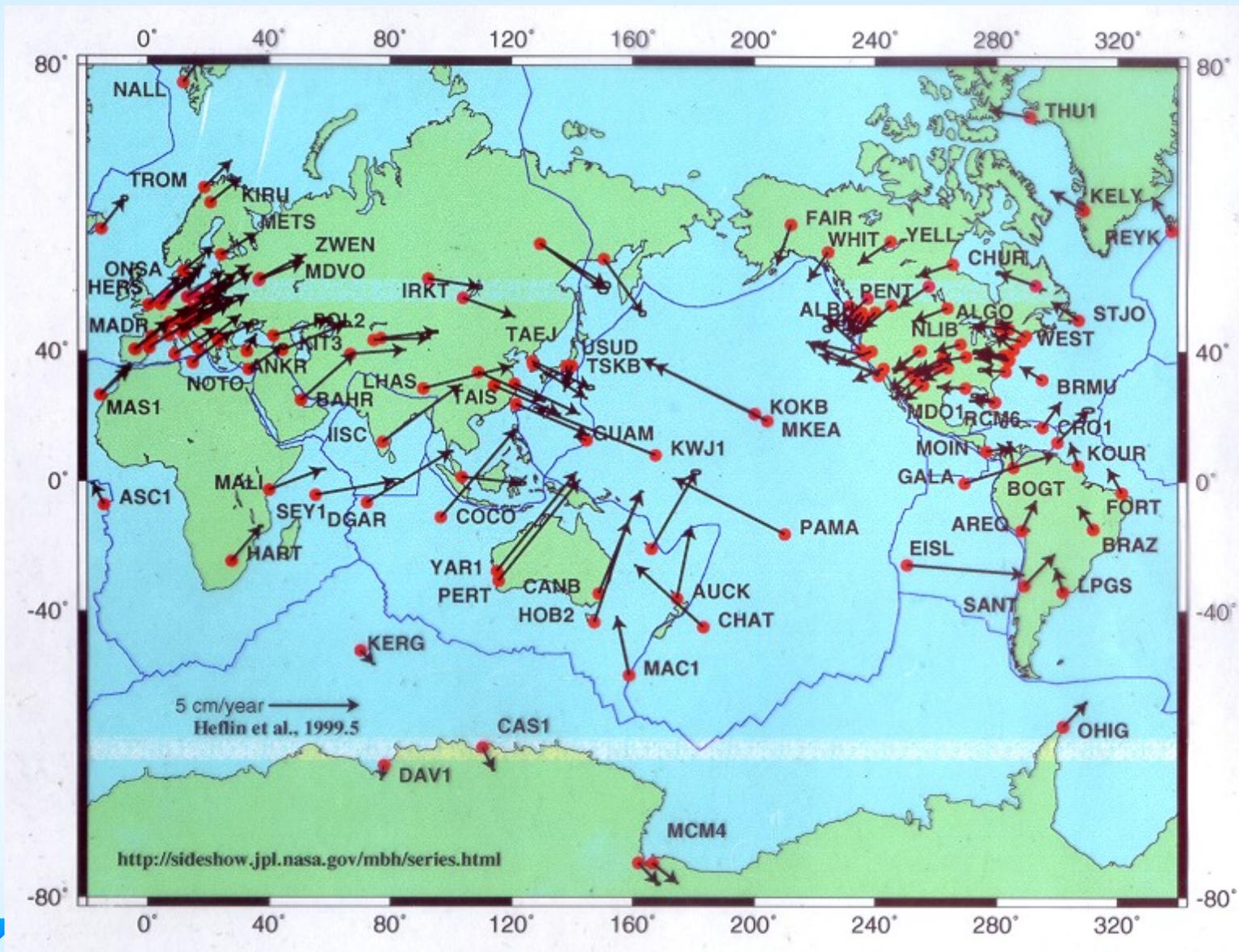
INTERNATIONAL GPS SERVICE (IGS) NETWORK



REDE IGS: permite monitorar a variação do Sistema Terrestre em relação ao Celeste (precessão, nutação e movimento do polo)

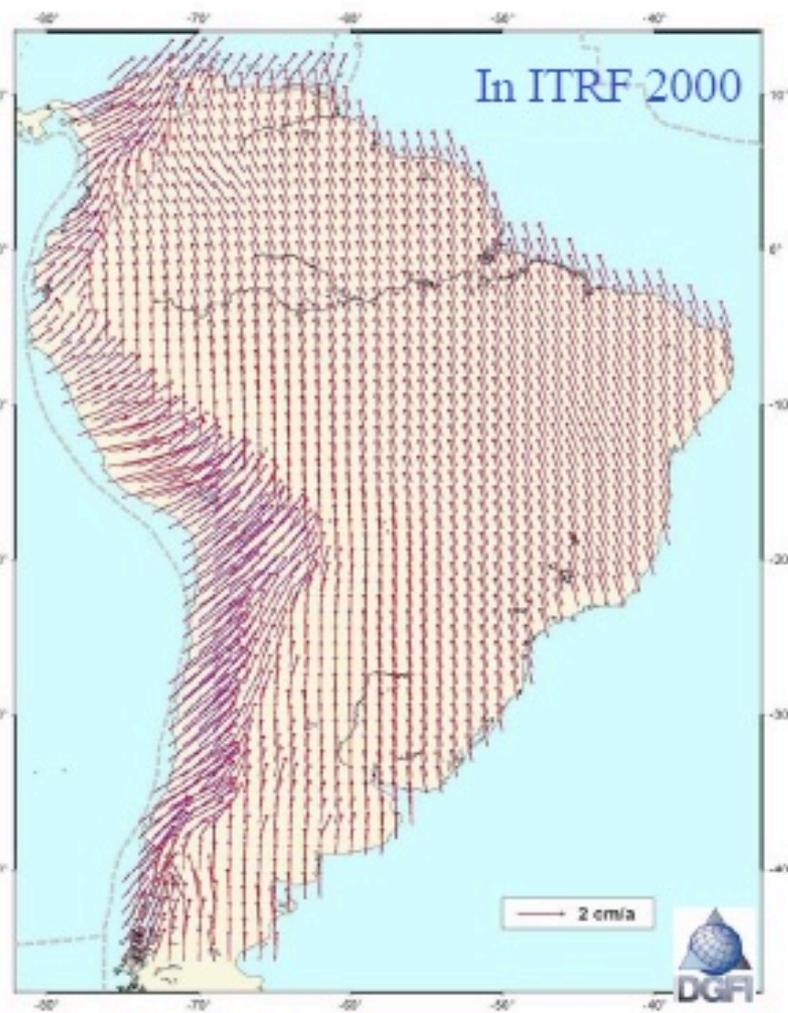
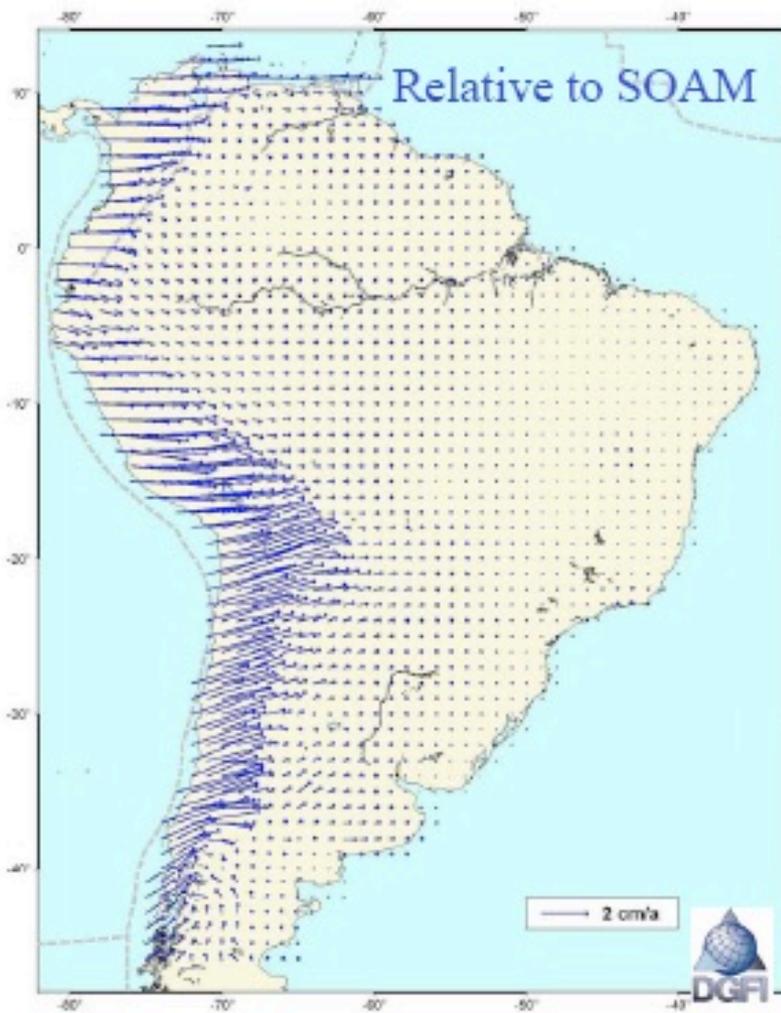


Movimento das placas

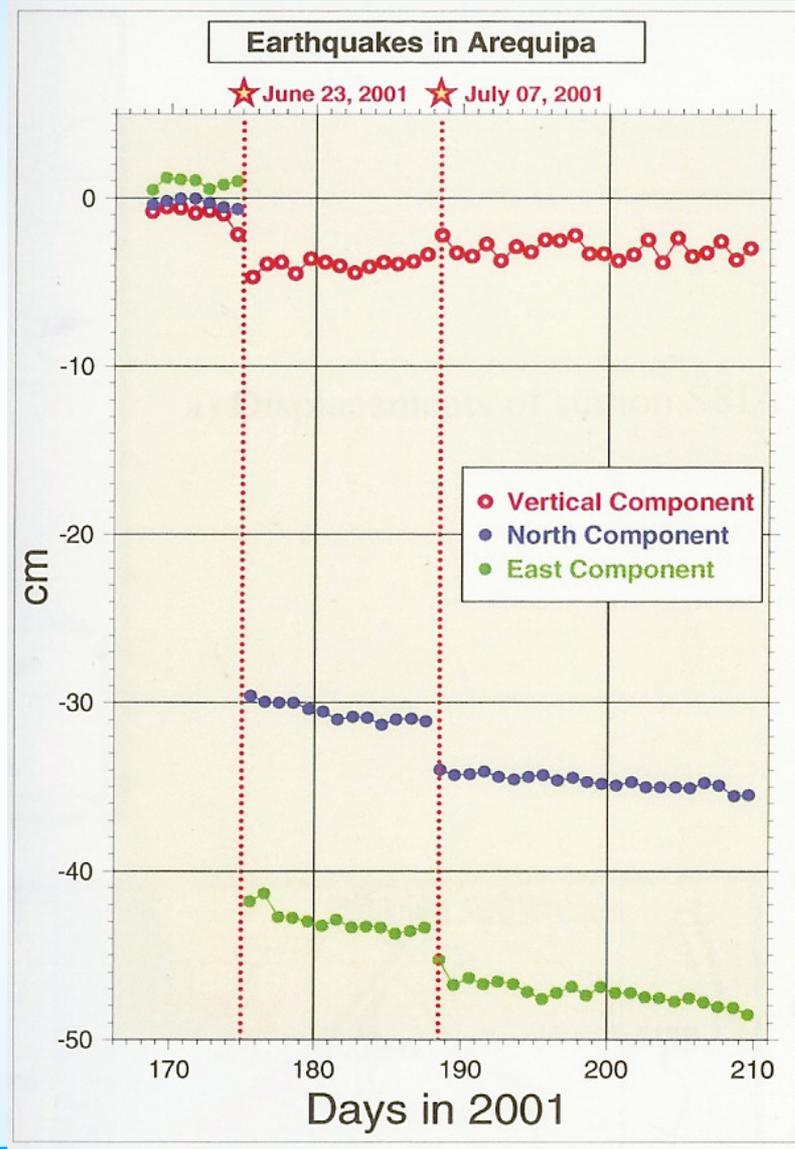




Movimento da placa Sul-americana



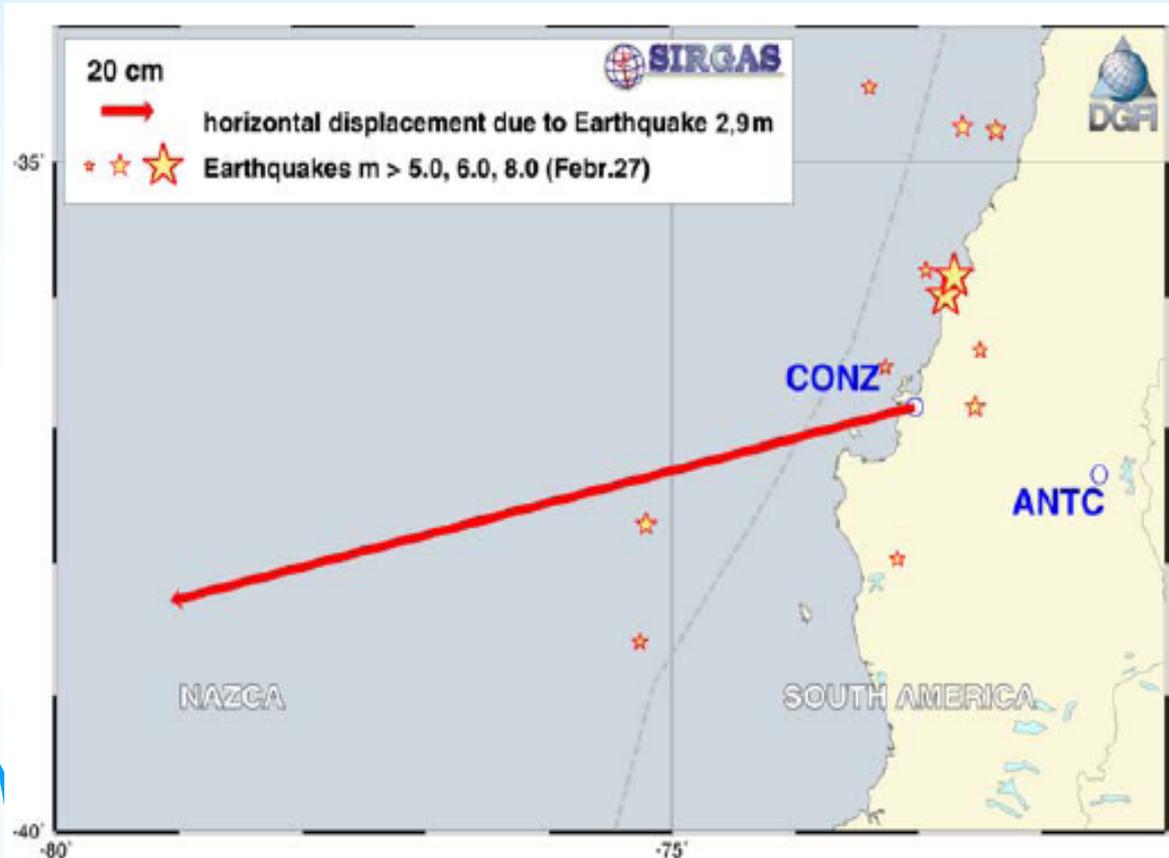
Terremoto no Peru



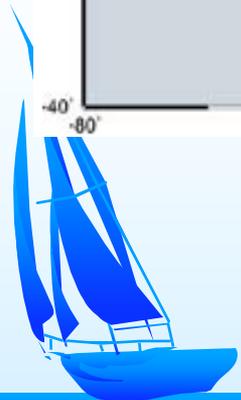
- ◆ Deslocamento nas três coordenadas provocado pelo terremoto na estação de Arequipa – Peru em 2001.



Terremoto no Chile



- ◆ Deslocamento da estação GPS de Concepcion - Chile provocado pelo terremoto em 27 de fevereiro de 2010.



Terremoto no Chile



- ◆ Antena na posição atual e bastão na posição original, antes do terremoto.

Concepcion - Chile.





3 – Transformações entre Sistemas de Coordenadas

- ◆ A seguir serão apresentadas as fórmulas para converter as coordenadas entre os Sistemas Geodésico e Cartesiano, e entre diferentes sistemas cartesianos.





*Transformação de
Coordenadas Geodésicas (φ, λ, h)
 \Rightarrow Cartesianas (X, Y, Z)*

$$X = (\bar{N} + h) \cos \varphi \cos \lambda$$

$$Y = (\bar{N} + h) \cos \varphi \sin \lambda$$

$$Z = \left[(1 - e^2) \bar{N} + h \right] \sin \varphi$$

A aplicação destas fórmulas exige que a origem do sistema cartesiano coincida com o centro geométrico do elipsoide.





$$\bar{N} = \frac{a}{(1 - e^2 \sin^2 \varphi)^{1/2}} \quad e^2 = \frac{a^2 - b^2}{a^2} = f(2 - f)$$

onde:

h = altitude geométrica

\check{N} = grande normal (raio de curvatura da secção 1º vertical)

e = excentricidade do elipsóide

a = semi-eixo maior do elipsóide

b = semi-eixo menor do elipsóide

f = achatamento do elipsóide

φ = latitude geodésica

λ = longitude geodésica

X, Y, Z = coordenadas cartesianas geocêntricas





*Transformação de
Coordenadas Cartesianas (X, Y, Z)
⇒ Geodésicas (φ , λ , h)*

$$\frac{Y}{X} = \tan\lambda \therefore \lambda = \arctan \frac{Y}{X}$$





Transformação de Coordenadas Cartesianas (X, Y, Z) ⇒ Geodésicas (φ , λ , h)

Para o cálculo de φ faz-se necessário uma **iteração**:

$$P = \sqrt{X^2 + Y^2} = (\bar{N} + h)\cos\varphi$$

$$\tan\varphi = \frac{Z}{P} \left(1 - e^2 \frac{\bar{N}}{\bar{N} + h}\right)^{-1} (1)$$

$$h = \frac{P}{\cos\varphi} - \bar{N} (2)$$

Em uma primeira aproximação, faz-se $h = 0$ e obtém-se φ (por 1). Com este φ calcula-se N e depois h (por 2). Com este novo h calcula-se novo φ e assim sucessivamente.





Transformação de Coordenadas Cartesianas (X, Y, Z) \Rightarrow Geodésicas (φ, λ, h)

Ou de uma forma **direta**:

$$\varphi = \arctan \left(\frac{Z + e'^2 b \operatorname{sen}^3 u}{\sqrt{X^2 + Y^2} - e^2 a \operatorname{cos}^3 u} \right)$$

$$\lambda = \arctan \left| \frac{Y}{X} \right|$$

$$h = \frac{\sqrt{X^2 + Y^2}}{\operatorname{cos} \varphi} - \bar{N}$$





Transformação de Coordenadas Cartesianas (X, Y, Z) \Rightarrow Geodésicas (φ, λ, h)

$$\sin u = \frac{\tan u}{\sqrt{1 + \tan^2 u}}$$

$$\cos u = \frac{1}{\sqrt{1 + \tan^2 u}}$$

$$\tan u = \frac{Z}{\sqrt{X^2 + Y^2}} \frac{a}{b}$$

$$b = a(1 - \alpha)$$

$$e^2 = 2\alpha - \alpha^2$$

$$e'^2 = \frac{a^2 - b^2}{b^2}$$

$$\overline{N} = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \varphi}}$$





Parâmetros de Translação entre os Sistemas de Coordenadas

De WGS84 \Rightarrow SAD69

$$\Delta x = +66,87 \text{ m}$$

$$\Delta y = -4,37 \text{ m}$$

$$\Delta z = +38,52 \text{ m}$$

(atualizado em 2008)

De SAD69 \Rightarrow WGS84

$$\Delta x = -66,87 \text{ m}$$

$$\Delta y = +4,37 \text{ m}$$

$$\Delta z = -38,52 \text{ m}$$

De C. Alegre \Rightarrow SAD69

$$\Delta x = -138,70 \text{ m}$$

$$\Delta y = +164,40 \text{ m}$$

$$\Delta z = +34,40 \text{ m}$$

De SAD69 \Rightarrow C. Alegre

$$\Delta x = +138,70 \text{ m}$$

$$\Delta y = -164,40 \text{ m}$$

$$\Delta z = -34,40 \text{ m}$$





Exercício

Dadas as coordenadas geodésicas no sistema WGS 84:

$$\varphi = -23^{\circ} 33' 47,29'', \lambda = -46^{\circ} 43' 24,03'', h = 746,2 \text{ m}$$

bem como, os parâmetros de transformação do Sistema SAD 69 para o sistema WGS 84 (geocêntrico):

$$\Delta x = -66,87 \text{ m}, \Delta y = +4,37 \text{ m}, \Delta z = -38,52 \text{ m}$$

e ainda, os elementos do elipsóide WGS 84:

$$a = 6378137 \text{ m}, e^2 = 0,00669438$$

Pede-se:

- As coordenadas cartesianas geocêntricas;
- As coordenadas cartesianas no sistema SAD 69;
- As coordenadas geodésicas no sistema SAD 69.

