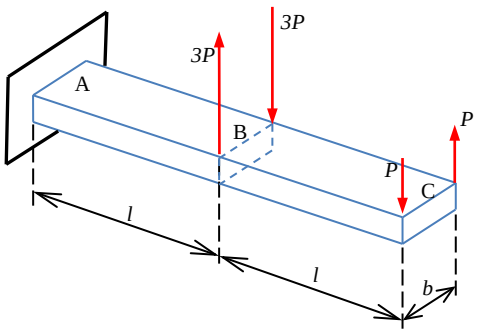
ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
Departamento de Engenharia Mecânica

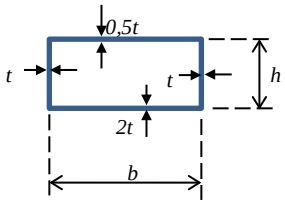
Q1: _____
Q2: _____
Q3: _____
Nota: _____

PME3210 – Mecânica dos Sólidos I – P2 – 16/05/2018
Duração: 100 minutos
Não é permitido o uso de equipamentos eletrônicos durante a prova!

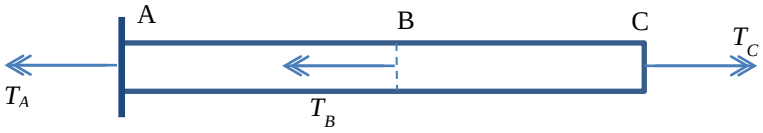
Nome: _____ N.USP: _____ Assinatura: _____

1ª Questão (2,0 pontos)
A barra ABC indicada na figura tem comprimento total $L = 2l = 1200$ mm e seção transversal retangular formada por chapas de pequena espessura (ver detalhes da seção na figura à direita). Considere que a extremidade A da viga esteja engastada, e a extremidade C, livre. A barra é feita de alumínio com módulo de cisalhamento $G = 27$ GPa. As dimensões da base e da altura da seção transversal (medidas a partir da linha de meia espessura) são $b = 50$ mm e $h = 20$ mm, e as espessuras das chapas estão indicadas na figura em função de uma espessura de referência $t = 2$ mm. Sabendo que a tensão de cisalhamento admissível para o material é $\tau_{adm} = 50$ MPa, pede-se o máximo valor da força P para que o coeficiente de segurança com relação à máxima tensão cisalhante não seja inferior a *4,0*. <u>*Deixe claro todo o procedimento de cálculo!*</u>





Resolução:
O carregamento aplicado é estaticamente equivalente a:



Onde:

$$T_B = 3Pb \qquad e \qquad T_C = Pb$$

O torque reativo, T_A, indicado na figura pode ser obtido pela equação de equilíbrio de momentos que fornece:

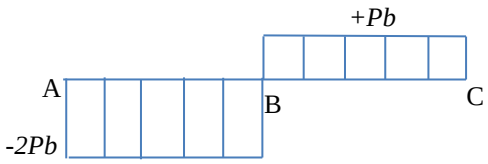
$$T_A + T_B = T_C$$

Logo:

$$T_A = T_C - T_B \quad \Leftrightarrow \quad T_A = -2Pb$$

onde o sinal negativo indica que o sentido (positivo) arbitrado para T_A deve ser invertido.

O diagrama de momentos de torção fica então:



(0,5)

Logo:

$$|T_{máx}| = 2Pb$$

Sendo a seção transversal fechada (unicelular) e de parede fina, o fluxo de cisalhamento máximo ocorrerá no trecho AB (onde temos o máximo momento de torção) e será dado, em módulo, por:

$$f_{máx} = \frac{|T_{máx}|}{2A_m} = \frac{2Pb}{2bh} = \frac{P}{h}$$

(0,5)

A máxima tensão cisalhante ocorrerá na parte superior (onde a espessura é mínima) e seu valor será:

$$\tau_{máx} = \frac{f_{máx}}{t_{mín}} = \frac{P}{h(0{,}5t)} = \frac{2P}{ht}$$

(0,5)

E, como o coeficiente de segurança deve ser ao menos igual a 4, virá:

$$CS = \frac{\tau_{adm}}{\tau_{máx}} = \frac{(\tau_{adm})ht}{2P} \geq 4$$

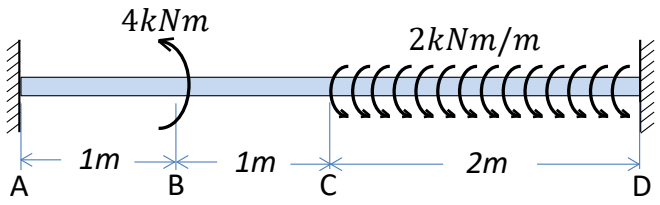
Levando a:

$$P \leq \frac{(\tau_{adm})ht}{8} = \frac{50.20.2}{8} = 250 \text{ N}$$

Logo, o máximo valor de *P* deve ser de 250 N.

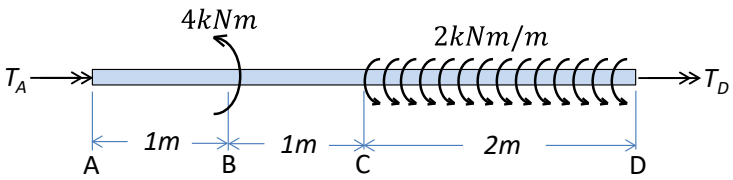
(0,5)

2ª Questão (4,0 pontos)
O eixo prismático ABCD da figura é engastado em A e em D. Em B, ele está submetido a um torque concentrado de magnitude $4kNm$. No trecho CD, ele está submetido a um torque distribuído constante, de magnitude $2kNm/m$. Pede-se determinar os torques reativos em A e em D.

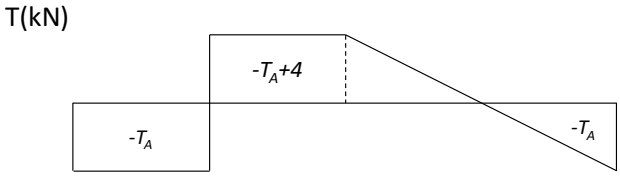


Resolução:

i) Diagrama de corpo livre:



ii) Diagrama de momentos de torção:



iii) Equação de equilíbrio:

$$T_A + T_D - 4 + 2 \times 2 = 0 \;\Rightarrow\; T_A + T_D = 0$$

(0,5)

iv) Equação de compatibilidade de giro:

$$\phi_{AB} + \phi_{bc} + \phi_{CD} = 0$$

(0,5)

v) Relações torque X giro:

$$\phi_{AB} = -\frac{T_A L}{I_P}$$

(0,5)

$$\phi_{BC} = \frac{(-T_A + 4)L}{GI_P}$$

(0,5)

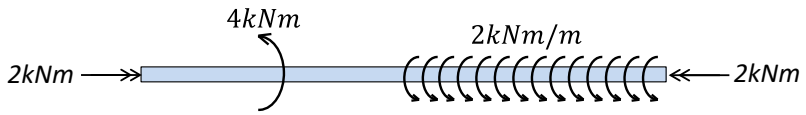
$$\phi_{CD} = \frac{1}{GI_P}\int_0^{2L} (-T_A + 4 - 2x)dx = \frac{(-2T_A + 4)L}{GI_P}$$

(1,0)

v) Torques reativos:

$$T_A = 2kNm \;\Rightarrow\; T_D = -2kNm$$

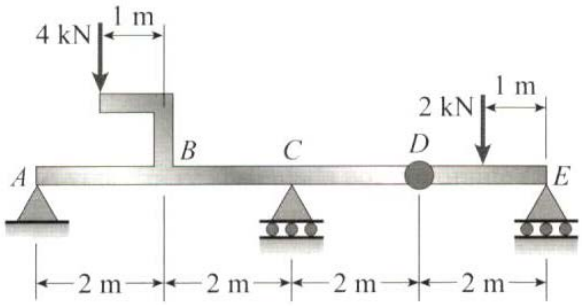
vi) Diagrama de corpo livre final:



(1,0)

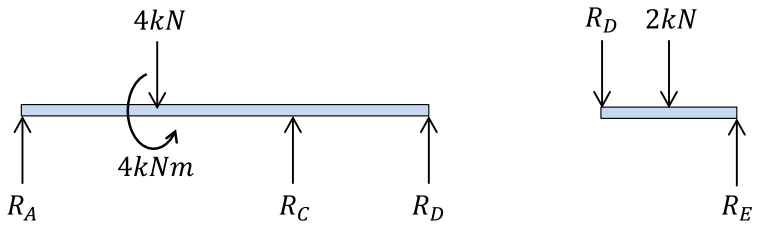
3ª Questão (4,0 pontos)

A viga composta *ABCDE* apresentada na figura é constituída de duas vigas (*AD* e *DE*) unidas por uma rótula em *D*. Os carregamentos na viga consistem em uma força de $4kN$ na extremidade de uma mão francesa fixa no ponto *B* e uma força de $2kN$ no ponto médio da viga *DE*. Pedem-se os diagramas de momento fletor e de força cortante para esta viga composta.



Resolução:

i) Diagrama de corpo livre:



(1,0)

ii) Equações de equilíbrio:

- para a barra *AD*:

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow R_A + R_C + R_D = 4$$

$$\Sigma M_A = 0 \Rightarrow 2R_C + 3R_D = 2$$

- para a barra *DE*:

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow R_E - R_D = 2$$

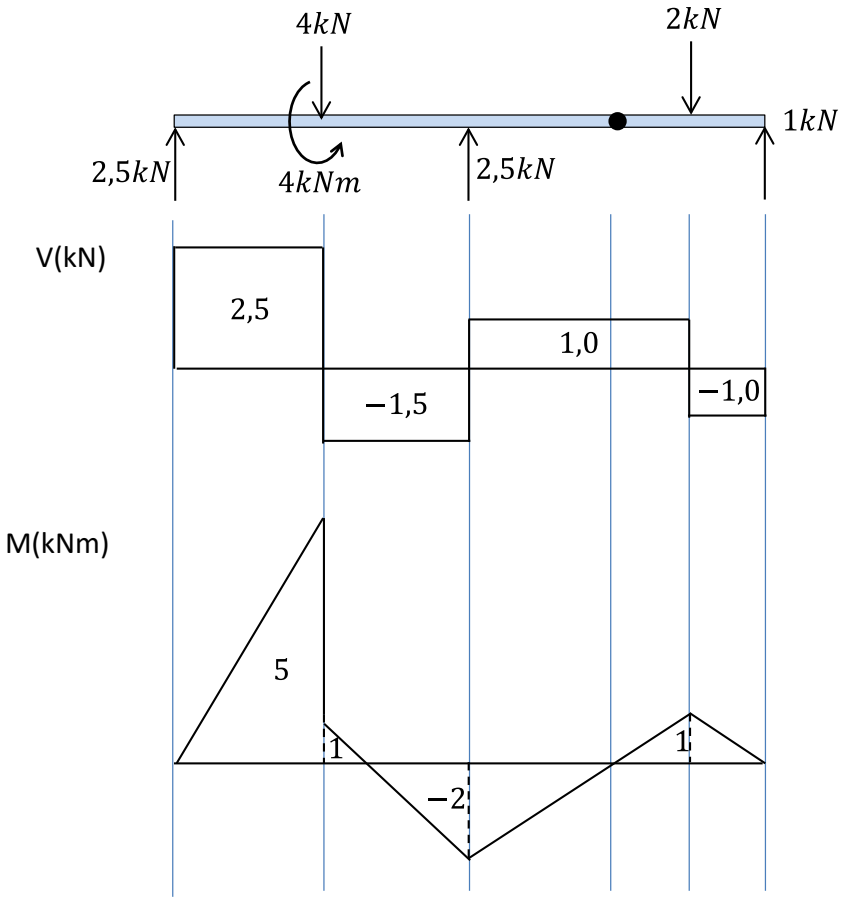
$$\Sigma M_E = 0 \Rightarrow R_D + 1 = 0$$

- solução do sistema:

$$\Rightarrow R_A = 2{,}5kN; \quad R_C = 2{,}5kN; \quad R_D = -1kN; \quad R_E = 1kN$$

(1,0)

ii) Diagramas:



(1,0)

(1,0)