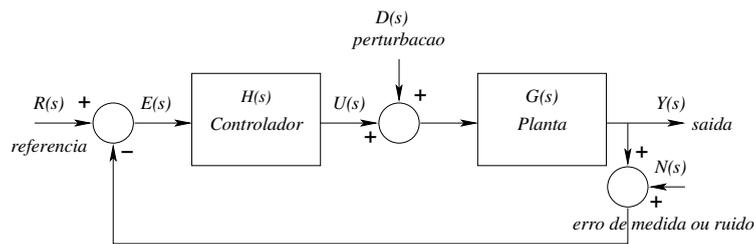


PMR3404 Controle I

Lista de Exercícios - 2017 - Prova 1

[Ex. 1] O projeto de um sistema de controle como o ilustrado na Figura abaixo, depende fundamentalmente da grandeza dada por $G(s)H(s)$. Dentro deste contexto, demonstre qual devem ser as características de $G(s)H(s)$ para que:

- O sistema faça o acompanhamento do sinal de referência $R(s)$.
- O sistema seja insensível às variações da planta $\Delta G(s)$.
- O sistema seja insensível aos distúrbios de torque $D(s)$.
- O sistema seja insensível aos rúidos $N(s)$.



[Ex. 2] Considere um sistema linear invariante no tempo descrito por:

$$\frac{d^2 y(t)}{dt^2} + 2 \frac{dy(t)}{dt} - 3y(t) = \frac{du(t)}{dt} - u(t). \quad (1)$$

- Encontre a resposta a *Entrada-Zero* devido a $y(0_-) = 2$. Quais são os modos do sistema ?
- Encontre a resposta a *Estado-Zero* para $u(t) = 1$ para $t \geq 0$.
- possível detectar todos os modos do sistema a partir da resposta a *Estado-Zero* ?
- Este sistema pode ser completamente caracterizado pela sua função de transferência ?

[Ex. 3] Repita o problema anterior para o sistema:

$$\frac{d^2 y(t)}{dt^2} + 2 \frac{dy(t)}{dt} - 3y(t) = \frac{du(t)}{dt} + 3u(t). \quad (2)$$

[Ex. 4] Determine a resposta a degrau para os seguintes sistemas e construa o gráfico aproximado.

(a)

$$G_1(s) = \frac{2}{(s+1)(s+2)}, \quad (3)$$

(b)

$$G_2(s) = \frac{20(s+0.1)}{(s+1)(s+2)}, \quad (4)$$

(c)

$$G_3(s) = \frac{0.2(s+10)}{(s+1)(s+2)}, \quad (5)$$

(d)

$$G_4(s) = \frac{-20(s-0.1)}{(s+1)(s+2)}, \quad (6)$$

(e)

$$G_5(s) = \frac{-0.2(s-10)}{(s+1)(s+2)}. \quad (7)$$

[Ex. 5] Baseado no item anterior, quais os tipos de zeros possuem maior influencia sobre a resposta do sistema. Justifique.

[Ex. 6] (a) Mostre que um sistema em malha fechada com a seguinte equação característica:

$$F(s) = a_2s^2 + a_1s + a_0, \quad (8)$$

é estável se e somente se todos os coeficientes são do mesmo sinal.

(b) Mostre que um sistema em malha fechada com a seguinte equação característica:

$$F(s) = s^3 + a_2s^2 + a_1s + a_0, \quad (9)$$

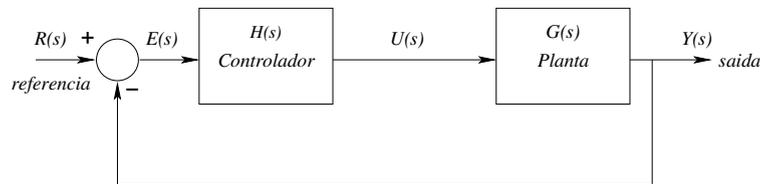
é estável se e somente se $a_2 > 0$, $a_0 > 0$ e $a_1 - \frac{a_0}{a_2} > 0$.

[Ex. 7] Considere um sistema em malha fechada com a seguinte equação característica:

$$F(s) = s^3 + 3Ks^2 + (K+2)s + 4 = 0. \quad (10)$$

Deseja-se descobrir o intervalo para o valor de K de tal forma que o sistema em malha fechada seja estável.

[Ex. 8] Atualmente, existe uma grande utilização de robôs industriais em tarefas de soldagem em plantas automotivas. A ferramenta de soldagem deve se movimentar em diversas direções e uma resposta rápida e precisa é requerida. O diagrama de blocos do sistema de controle da ferramenta de soldagem é indicada na figura abaixo:



onde:

$$H(s) = \frac{K(s+a)}{(s+1)}, \quad (11)$$

e

$$G(s) = \frac{1}{s(s+2)(s+3)}. \quad (12)$$

Deseja-se determinar a relação entre K e a que faz com que o sistema seja estável em malha fechada.

[Ex. 9] Calcule o valor da saída estacionária $y_{ss}(t)$ para os seguintes sistemas:

(a)

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = G(s) = \frac{1}{1-s^2} \quad (13)$$

e $r(t) = a$.

(b)

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = G(s) = \frac{2}{s+1} \quad (14)$$

e $r(t) = 3t$.

[Ex. 10] A resposta a degrau de um sistema com condições iniciais nulas é dado por:

$$y(t) = 3 - 2\exp(-2t) - \exp(-3t), \forall t \geq 0. \quad (15)$$

- (a) Calcule a função de transferência,
- (b) Calcule a resposta do sistema para um impulso unitário.

[Ex. 11] Uma função de transferência é dada por:

$$H(s) = \frac{s + 1 + \epsilon}{(s + 1)(s + 2)}. \quad (16)$$

- (a) Calcule a resposta a degrau unitário.
- (b) Analize o resultado para $\epsilon \in [-1, 1]$.

[Ex. 12] A função de transferência de um sistema linear estável é dado por:

$$H(s) = \frac{-s + 4}{s^2 + 5s + 6}. \quad (17)$$

Se a entrada do sistema for dado por $U(t) = 2 \cos(0.5t)$, calcule a resposta estática do sistema.

[Ex. 13] Considere um sistema de controle em malha fechada onde a função de transferência da planta é dada por:

$$G(s) = \frac{1}{s(Js + b)}. \quad (18)$$

Qual seria um possível tipo de controlador de tal forma que fosse possível garantir um erro estacionário a degrau $e_{ss} = 0$ mesmo com um sinal de distúrbio de torque $D(s) = T_d/s$ na entrada da planta ?.

[Ex. 14] Suponha o seguinte sistema de primeira-ordem:

$$G(s) = \frac{K_p}{(s + a)} \quad a > 0. \quad (19)$$

Mostre que um sistema de controle em malha fechada onde $H(s) = 1$ não consegue fazer com que o erro estacionário a degrau seja nulo. Proponha uma estrutura de controlador $H(s)$ onde seja possível tornar o erro estacionário nulo.

[Ex. 15] Um sistema de controle em malha fechada onde é utilizado um Motor C.C. é dado por:

$$H(s) = K, \quad (20)$$

e

$$G(s) = \frac{1}{s(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)}. \quad (21)$$

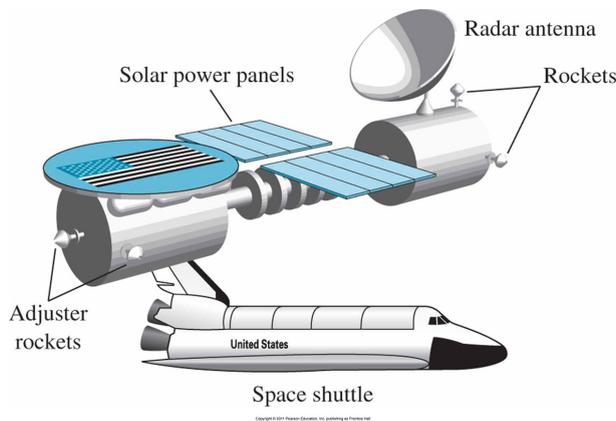
Onde $\tau_1 = 0.1s$ é a constante elétrica do motor CC e $\tau_2 = 0.2s$ é a constante mecânica do motor CC. Calcule os valores possíveis para o ganho K do controlador de tal forma que o erro estático para uma entrada do tipo rampa $r(t) = At$ (onde $A = 1mm/s$) seja menor que $0.1mm$ enquanto a estabilidade é mantida.

[Ex. 16] Deseja-se projetar um controlador para o sistema dado por:

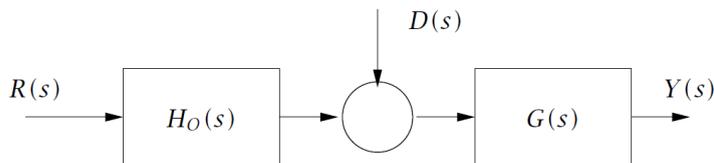
$$G(s) = \frac{20}{5s + 1}. \quad (22)$$

Idealmente, deseja-se que o sistema compensado possua a forma:

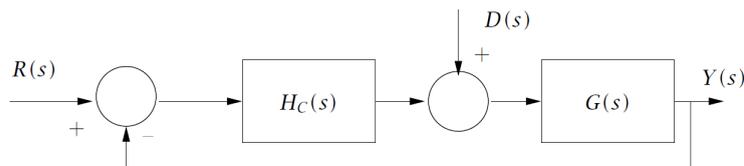
$$G_D(s) = \frac{1}{s + 1}. \quad (23)$$



- (a) Projete um controlador $H_O(s)$ em malha aberta que atenda as especificações.



- (b) Projete um controlador $H_C(s)$ em malha fechada que atenda as especificações.



- (c) Calcule o erro estático a degrau para ambos os casos.
- (d) Prove que a estrutura em malha fechada consegue garantir erro estático nulo $e_{ss} = 0$ mesmo com um distúrbio do tipo $d(t) = C, C = cte$ enquanto a estrutura em malha aberta não consegue.
- (e) A planta $G(s)$ está sujeita a uma variação que pode ser representada por uma incerteza aditiva $\Delta G(s) = 2/(5s + 1)$. Prove que mesmo que a planta varie segundo $G(s) + \Delta G(s)$ a estrutura em malha fechada consegue garantir o erro estático nulo enquanto a estrutura em malha aberta não consegue.

[Ex. 17] Para uma estação orbital, o controle de atitude é fundamental. Para a estação orbital representada na figura abaixo o sistema de controle de atitude em malha fechada possui a função de transferência em malha aberta dada por:

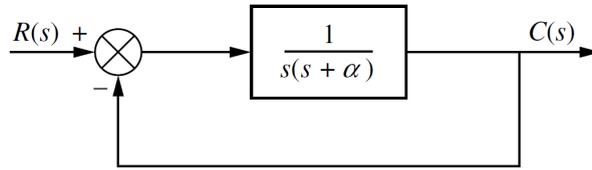
$$G(s)H(s) = \frac{K(s + 20)}{s(s^2 + 24s + 144)}. \quad (24)$$

Desenhe o lugar das raízes para este sistema. Calcule a faixa de valores de K que resultam em um sistema de controle em malha fechada oscilatório.

[Ex. 18] Desenhe o lugar das raízes para o sistema de controle em malha fechada com a seguinte função de transferência em malha aberta:

$$G(s)H(s) = \frac{K(s + 1)}{s^2(s + 9)}. \quad (25)$$

Calcule o ponto e o ganho correspondente onde os três pólos são iguais.



[Ex. 19] Um sistema de controle em malha fechada com a seguinte função de transferência em malha aberta:

$$G(s)H(s) = \frac{K}{(s+1)(s+3)(s+6)}. \quad (26)$$

- Calcule o ponto de saída no eixo real.
- calcule o ponto de intersecção das assíntotas.
- Calcule o valor de K que corresponde ao ponto de saída do eixo real.

[Ex. 20] Um sistema de controle para um sistema de testes de suspensão de carros possui um controlador unitário (i.e. $H(s) = 1$) e uma planta dada por:

$$G(s) = \frac{K(s^2 + 4s + 8)}{s^2(s+4)}. \quad (27)$$

Deseja-se escolher K tal que os pólos dominantes tenham um valor de coeficiente de amortecimento $\zeta = 0.5$. Utilizando o lugar das raízes mostre que para este requisito $K = 7.35$ e $s = -1.3 + j2.2$

[Ex. 21] O Lugar das Raízes é usualmente calculado em função de um ganho multiplicativo. Algumas vezes estamos interessados na variação de outros parâmetros. Para o sistema da figura abaixo, desenhe o LR para a variação do parâmetro α .

[Ex. 22] Um sistema de controle para um laser cirúrgico acoplado a um manipulador com motor CC pode ser utilizado em operações ortopédicas de quadris. Tais cirurgias requerem alta precisão de posição e velocidade. O sistema de controle em malha fechada é dado por:

$$H(s) = K, \quad (28)$$

e

$$G(s) = \frac{1}{s(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)}. \quad (29)$$

Onde $\tau_1 = 0.1s$ é a constante elétrica do motor CC e $\tau_2 = 0.2s$ é a constante mecânica do motor CC. O ganho K do controlador deve ser ajustado de tal forma que o erro estático para uma entrada do tipo rampa $r(t) = At$ (onde $A = 1mm/s$) é menor que $0.1mm$ enquanto a estabilidade é mantida. Deseja-se que o erro durante a operação nunca ultrapasse o valor de $0.1mm$. Calcule o ganho K e proponha uma metodologia de operação que garanta os requisitos acima. Obs: Para o cálculo do sobressinal utilize a hipótese de uma entrada a degrau e admita que os pólos complexos sejam dominantes.

[Ex. 23] Os motores elétricos de corrente contínua (CC) são largamente utilizados em diversas máquinas de sistemas de manufatura. Um motor elétrico controlado por armadura associado a eventuais engrenagens, sensores para realimentação e uma inércia global fixa, é um sistema de 3a. ordem considerando a posição angular θ como a saída do sistema. Na prática, o sistema é modelado como um sistema de 2a. ordem já que a constante de tempo elétrica do sistema é bem menor que a constante de tempo mecânica.

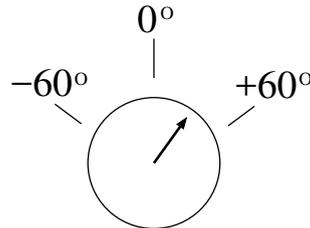
Vamos supor que um motor CC é utilizado numa máquina para efetuar o posicionamento angular de um certo componente.

Projete um sistema de controle para esta máquina segundo as seguintes hipóteses:

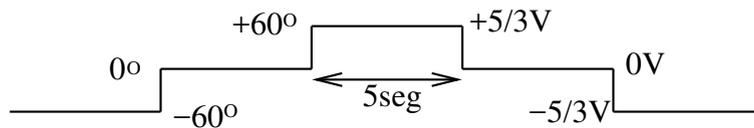
- O modelo completo deste sistema pode ser escrito como:

$$G(s) = \frac{4}{s(s + 10)}. \quad (30)$$

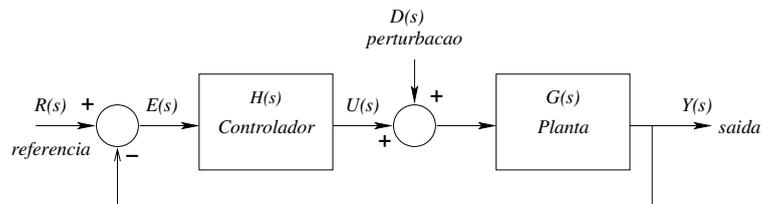
- Este componente funciona apenas em 3 posições angulares: -60° , 0° e $+60^\circ$ como indicado na Figura abaixo.



- O motor opera num intervalo de tensão de $[-5V, +5V]$ o que corresponde ao sinal do sensor de posição no intervalo $[-180^\circ, 180^\circ]$.
- O padrão de operação pode ser representado pela Figura abaixo contendo o sinal de referência utilizado na entrada do sistema de controle.



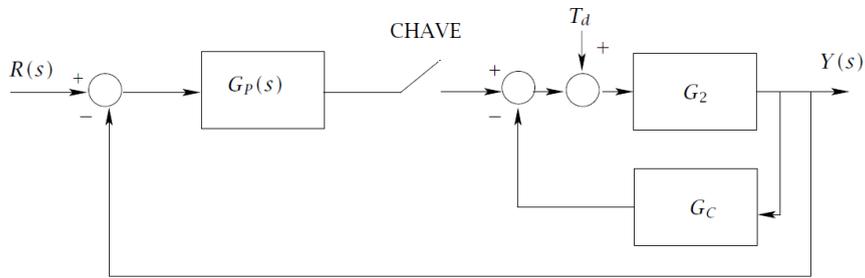
- A representação do sistema de controle está ilustrado na Figura abaixo.



- O controlador que deve ser utilizado é um controlador proporcional, i.e., $H(s) = K_p$.
- O motor é sujeito a um distúrbio eventual que pode ser modelado através de um degrau equivalente a $\pm 1V$, ou seja, $D(s) = 1/s$.
- A especificação do sistema de controle requer que o tempo de assentamento do sistema t_s seja menor do que 1 seg, e que o erro transitório ou estático seja sempre menor do que 6° , ou seja, cerca de 10% do valor do degrau (60°).

[Ex. 24] O sistema de controle automático de helicópteros é necessário pelo fato do sistema ser inerentemente instável. O sistema de controle de um helicóptero pode ser representado através da figura abaixo onde dois controladores podem atuar o sistema de controle automático e o controle do piloto através do manche. Quando o piloto não está utilizando o manche a chave pode ser considerada como estando aberta. A dinâmica do helicóptero pode ser representada pela seguinte função de transferência:

$$G_2(s) = \frac{25(s + 0.03)}{(s + 0.4)(s^2 - 0.36s + 0.16)}, \quad (31)$$



a função de transferência da ação de controle do piloto é dada por:

$$G_P(s) = \frac{K_1}{s^2 + 12s + 1}, \quad (32)$$

e a função de transferência do controle automático é dada por:

$$G_C(s) = \frac{K_2(s + 1)}{(s + 9)}. \quad (33)$$

- Com a ação de controle do piloto desligada, determine o lugar das raízes. Determine o ganho K_2 que resulta num amortecimento de $\zeta = 0.707$
- Para o ganho K_2 obtido no item anterior determine o erro estático devido a um distúrbio $T_d(s) = 1/s$.
- Com a ação de controle do piloto adicionada, desehe o lugar das raízes para K_1 variando de zero a ∞ quando K_2 assume o valor calculado no ítem (a).
- Recalcule o erro estático da parte (b) quando K_1 possui um valor adequado.

Prova 1 2004

[Ex. 25] Considere um sistema de controle, como na figura abaixo, onde:

$$G(s) = \frac{K_P}{s(s + a)} \quad a = 15, K_P = 20. \quad (34)$$

e o controlador $H(s)$ é dado por:

$$H(s) = K. \quad (35)$$

Deseja-se que o sistema de controle em malha fechada atenda às seguintes especificações:

- Erro estacionário $e_{ss} = 0$;
- Tempo de assentamento $t_s < 1 \text{seg}$;
- e Máximo sobresinal $M_P < 10\%$.

- Identifique o Lugar Geométrico aonde residem os pólos do sistema de 2a. ordem padrão,

$$\frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}, \quad (36)$$

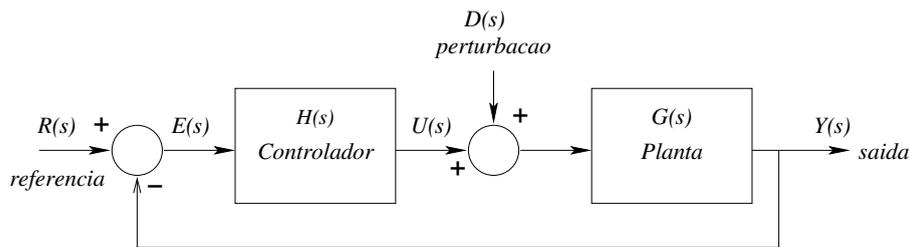
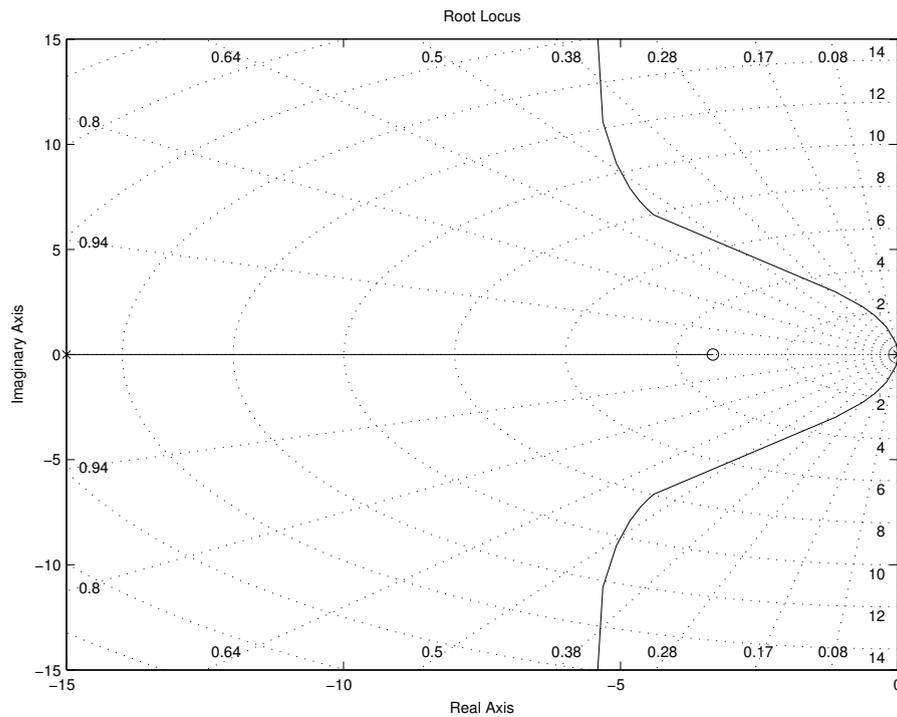
que satisfazem as especificações dinâmicas acima.

- Desenhe o Lugar das Raízes para o sistema de controle proposto.
- Determine a faixa de valores K de tal forma que o sistema de controle em malha fechada seja estável.
- Utilizando a técnica do lugar das raízes, projete um controlador $H(s) = K$ de tal forma a atender as especificações acima. Justifique.

- (e) Suponha que a planta $G(s)$ sofre uma variação paramétrica onde o parâmetro a varia numa faixa definida por $[14,16]$. Dentro deste contexto, calcule a faixa de valores de K de tal forma que o desempenho seja atendido mesmo que o parâmetro a varie dentro da faixa especificada.
- (f) Para um distúrbio do tipo $d(t) = C$ (considerando $R(s) = 0$) o controlador projetado consegue rejeitá-lo em regime estático ?
- (g) Suponha que um controlador do tipo PI foi escolhido para este sistemas de controle ou seja,

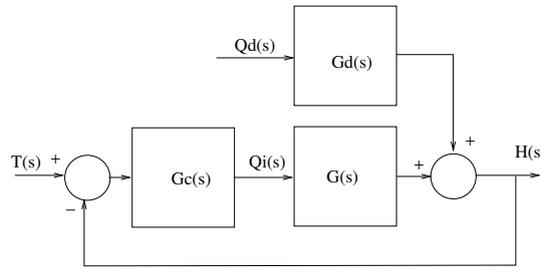
$$H(s) = K \left(1 + \frac{1}{T_i s} \right) \quad (37)$$

No projeto escolheu-se $T_i = 0.25$. Neste caso o Lugar das Raízes resultante é ilustrado na figura abaixo. É possível projetar um valor de K tal que o sistema de controle satisfaz as especificações ? O Sistema de controle rejeita o distúrbio $d(t) = C$ em regime estático ?



[Ex. 26] Um sistema de controle de nível de líquidos, ilustrado na figura abaixo, é um sistema com características não lineares, onde:

- H é a altura do líquido (m),



- Q é o fluxo de líquido genérico (m^3/seg),
- Q_d é o fluxo de líquido de perturbação que não pode ser controlado (m^3/seg),
- R é a resistência ao fluxo de líquido e é definida como a variação no nível de líquido H causada pela variação no fluxo Q ,
- C é a capacitância do reservatório e é definida a variação no volume de líquido armazenado causada pela variação na altura H .
- q_i é a variação do fluxo de entrada,
- q_o é a variação do fluxo de saída,
- q_d é a variação do fluxo de perturbação,
- h é a variação da altura.

O sistema pode ser representado através de funções de transferência realizando uma linearização do sistema em torno de um ponto de operação nominal estacionário (\bar{H}, \bar{Q}) . A equação linearizada que descreve o sistema é dada por:

$$C \frac{dh}{dt} + \frac{1}{R} h = q_i + q_d. \quad (38)$$

Desta forma, a função de transferência de h em função de q_i e q_d são iguais.

Um sistema de controle em malha fechada pode ser representado da seguinte forma:

Pergunta-se:

- O sistema em malha aberta, considerando apenas $G(s)$ consegue manter o erro estacionário e_{ss} a degrau nulo, i.e., $e_{ss} = 0$?
- Caso seja utilizado um controlador proporcional $G_c(s) = K_p$ é possível obter erro estacionário e_{ss} nulo para entrada a degrau ?
- Deseja-se projetar um controlador do tipo integral $G_c(s) = K_i/s$. Admitindo que $R = 0.01$ e $C = 300$ para o ponto de operação estático desejado, projete o controlador de tal forma que:
 - o sistema nunca transborde mesmo que o sinal de referência $T(s)$ coloque o sistema para operar em H_{max} ,
 - tempo de assentamento $t_s < 100seg$.
- Utilizando o controlador $G_c(s)$ projetado no item anterior não é possível anular um distúrbio do tipo degrau $Q_d(s) = A/s$. Entretanto é possível diminuir o efeito do distúrbio aumentando o valor de K_i . Qual é o maior valor de K_i que pode ser utilizado mantendo as especificações de projeto ?
- Projete um novo controlador $G_c(s)$ que possibilite a eliminação do efeito de um distúrbio do tipo degrau $Q_d(s) = A/s$ mantendo as especificações de projeto acima.

[Ex. 27] O controle de injeção de insulina pode ajudar a vida de pacientes diabéticos, que o fazem diariamente através de injeção. A insulina é um hormônio que regula o nível de glicose do sangue (glicemia). O sistema de controle é composto por uma bomba e um sensor de glicemia, como indicado na figura abaixo. Considera-se um sensor ideal (função de transferência unitária) e um controlador com dois parâmetros a ajustar: K e α . A unidade temporal das funções de transferência é dada em horas.

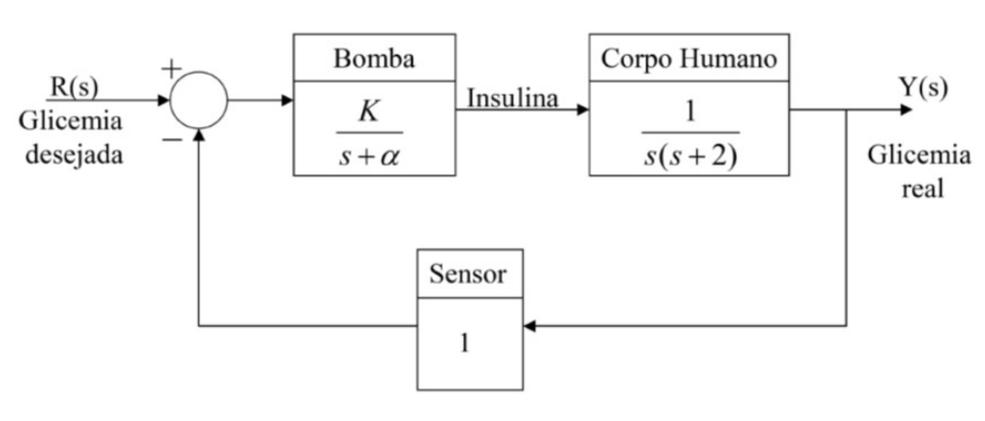


Figura 1: Sistema de controle de injeção de insulina.

Deseja-se que o sistema em Malha apresente Máximo Sobressinal $M_p \leq 7\%$ e tempo de acomodação $t_s \leq 4h$ (Critério de 2%).

- Localize no plano complexo o lugar geométrico para os pólos de um sistema sub-amortecido de 2a. ordem que satisfaçam os critérios acima.
- Calcule a função de transferência em malha fechada do sistema em análise.
- Considerando o conceito de pólos dominantes, calcule K e α para satisfazer os critérios de desempenho. Justifique, posicionando os novos pólos no plano complexo.

[Ex. 28] (Para o avião militar F4-E, o movimento de arfagem (*pitch*, rotação em torno do eixo y) θ é controlado por $\delta_{com}(s)$, um sinal de comando que depende do ngulo do profundor (*elevator*) δ_e e do *canard* δ_c , i.e., $\delta_{com} = f(\delta_e, \delta_c)$. A função de transferência do sistema é dada por:

$$\frac{\theta(s)}{\delta_{com}(s)} = G(s) = -\frac{-508(s + 1.6)}{(s + 14)(s - 1.8)(s + 4.9)}. \quad (39)$$



Figura 2: F4-E.

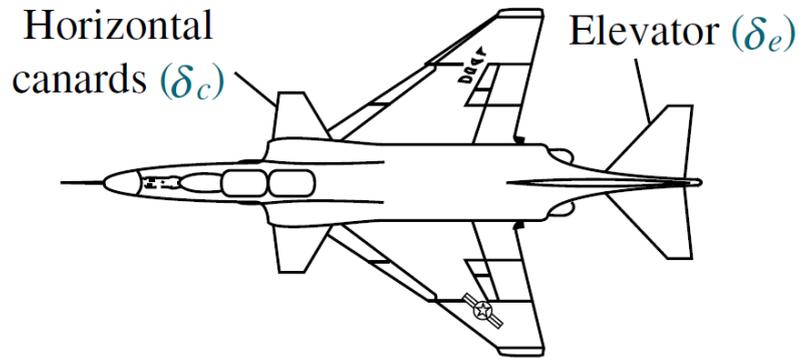


Figura 3: Detalhe do elevador e canard.

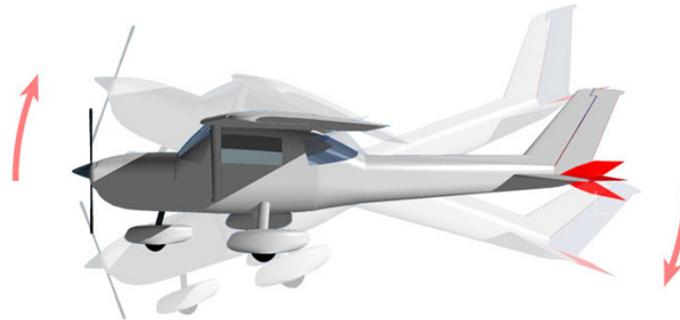


Figura 4: Movimento de *pitch*.

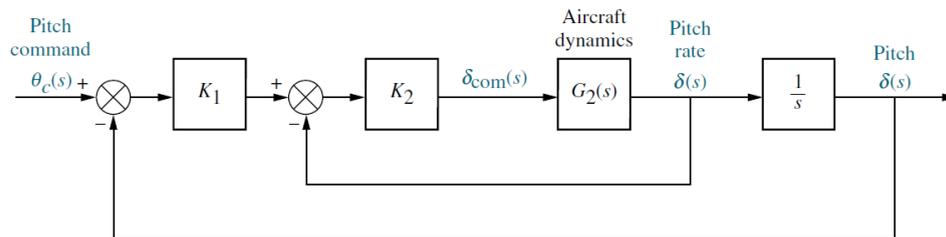


Figura 5: Diagrama de blocos.

Pede-se:

- Desenhe o Lugar das Raízes da malha interna.
- Calcule a faixa de valores de K_2 para a estabilidade da malha interna.
- Calcule o valor de K_2 que corresponda a $\zeta = 0.5$ para a malha interna.
- Para o valor de K_2 calculado no item anterior calcule a faixa de valores de K_1 que mantém o sistema estvel.
- Calcule o valor de K_1 para que o sistema de controle em malha fechada possua pólos complexos conjugados com $\zeta = 0.45$.