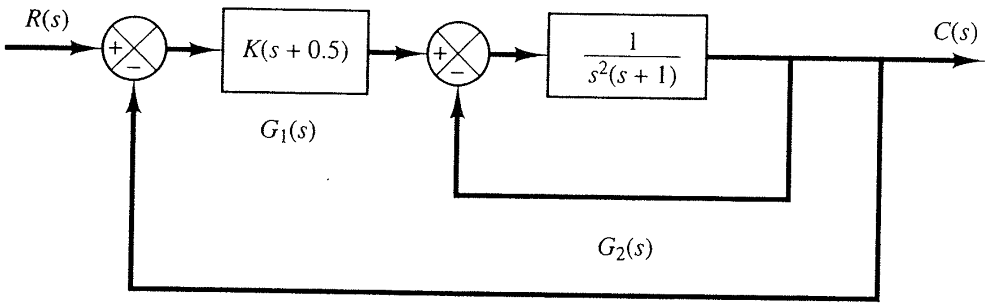
Nome: ____________________

NUSP: ____________________

PMR2360 - Controle e Automação I
Prova 1 - 29 de Setembro de 2011
Duração da prova - 80 minutos

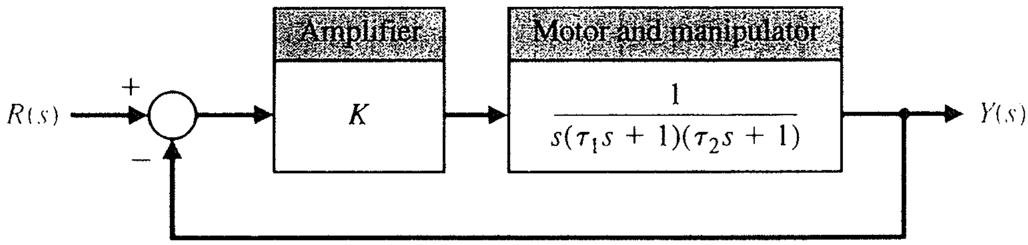
[Q. 1] (2.0pt) Seja o sistema de controle abaixo onde K é uma constante.



Calcule a faixa de valores de K para que o sistema seja estável.

[Q. 2] (8.0pt) Seja um sistema de controle composto por um robô manipulador utilizado para cirurgias. O robô manipula um sistema laser para cirurgias de quadris.

A representação simplicada do sistema pode ser feito como na figura abaixo:



onde o sistema (motor e manipulador) é expresso pela seguinte função de transferência:

$$G(s) = \frac{1}{s(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)}, \tag{1}$$

onde $\tau_1 = 0.1s$ e $\tau_2 = 0.2s$. O amplificador de ganho K é utilizado como controlador, i.e., $H(s) = K$.

(a) (1.0pt) O controlador proporcional consegue fazer com que o erro estacionário a uma entrada do tipo degrau, $r(t) = A$, seja nulo ?

(b) (1.0pt) O mesmo para uma entrada do tipo rampa, $r(t) = Bt$.

(c) (1.0pt) Calcule a faixa de valores do ganho K para que o sistema seja estável.

(d) (1.0pt) Calcule e esboce o lugar das raízes do sistema.

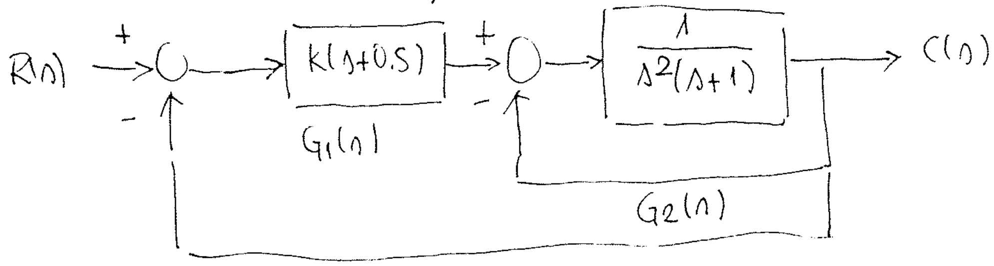
(e) (1.0pt) Calcule o ponto que fornece uma resposta com amortecimento crítico. OBS: indique os pólos e o ganho K associado.

(f) (1.0pt) Indique os pontos de transição da região estável para a região instável. OBS: indique os pólos e o ganho K associado.

(g) (1.0pt) Deseja-se projetar um controlador proporcional, $H(s) = K$, tal que o erro estático para uma entrada do tipo rampa seja menor que 10%. Determine a faixa de valores de K que satisfazem este requisito.

(h) (1.0pt) É possível obter uma solução que satisfaz o requisito e tenha amortecimento crítico ? Argumente.

Questão 1 (2.0 pontos) (pág 1)



laço interno $\quad G_2(s) = \dfrac{\dfrac{1}{s^2(s+1)}}{1 + \dfrac{1}{s^2(s+1)}} = \dfrac{1}{s^3+s^2+1}$

laço externo: $\quad \dfrac{C(s)}{R(s)} = \dfrac{G_1(s)\,G_2(s)}{1+G_1(s)\,G_2(s)} = \dfrac{K(s+0.5)\cdot\dfrac{1}{s^3+s^2+1}}{1+K(s+0.5)\,\dfrac{1}{s^3+s^2+1}} =$

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{K(s+0.5)}{s^3+s^2+Ks+(0.5K+1)}$$

Equação característica: $s^3+s^2+Ks+(0.5K+1)=0$

Tabulação de Routh

$s^3 \quad 1 \qquad K$

$s^2 \quad 1 \qquad (0.5K+1)$

$s^1 \quad \underbrace{\dfrac{1\times K - 1\times(0.5K+1)}{1}}_{A\,=\,0.5K-1} \qquad 0$

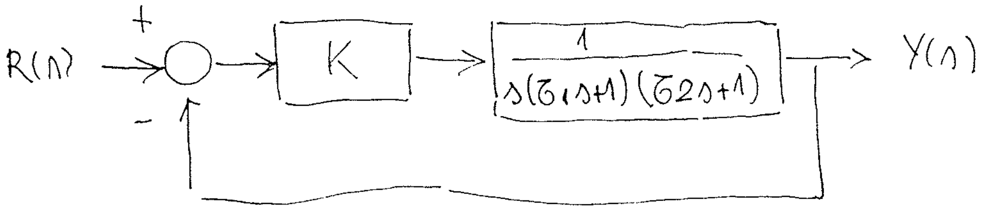
$s^0 \quad \underbrace{\dfrac{A\times(0.5K+1) - 1\times 0}{A}}_{B\,=\,0.5K+1}$

(1) $0.5K-1>0 \Rightarrow K>2$

(2) $0.5K+1>0 \Rightarrow K>-2$

logo $\boxed{K>+2}$

Questão 2 (8.0 pontos)



$\tau_1 = 0.1$ seg $\tau_2 = 0.2$ seg

(a) (1.0 ponto) O controlador proporcional consegue fazer com que o erro estacionário a uma entrada do tipo degrau, $r(t) = A$, seja nulo?

$H(s) = K \qquad G(s) = \dfrac{1}{s(\tau_1 s+1)(\tau_2 s+1)}$

$$\frac{E(s)}{R(s)} = \frac{1}{1+G(s)H(s)} = \frac{1}{1+\dfrac{K}{s(\tau_1 s+1)(\tau_2 s+1)}} = \frac{s(\tau_1 s+1)(\tau_2 s+1)}{s(\tau_1 s+1)(\tau_2 s+1)+K}$$

$r(t) = A$

$R(s) = \dfrac{A}{s}$

$$e_{ss} = \lim_{s\to 0} sE(s) = \lim_{s\to 0} s \cdot \frac{s(\tau_1 s+1)(\tau_2 s+1)}{s(\tau_1 s+1)(\tau_2 s+1)+K} \cdot \frac{A}{s} = 0$$

Resposta: Sim

(b) (1.0 ponto) O mesmo para uma entrada do tipo rampa $r(t) = Bt$

$r(t) = Bt$

$R(s) = \dfrac{B}{s^2}$

$$e_{ss} = \lim_{s\to 0} sE(s) = \lim_{s\to 0} \cancel{s} \cdot \frac{\cancel{s}(\tau_1 s+1)(\tau_2 s+1)}{s(\tau_1 s+1)(\tau_2 s+1)+K} \cdot \frac{B}{\cancel{s^2}} = \frac{B}{K}$$

Resposta: Não

(c) (1.0 ponto) Calcule a faixa de valores do ganho K para que o sistema seja estável

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{G(s)H(s)}{1+G(s)H(s)} = \frac{\dfrac{K}{s(\tau_1 s+1)(\tau_2 s+1)}}{1+\dfrac{K}{s(\tau_1 s+1)(\tau_2 s+1)}} = \frac{K}{s(\tau_1 s+1)(\tau_2 s+1)+K} =$$

$\tau_1 = 0.1 \quad \tau_2 = 0.2$

$$\frac{50K}{s^3+15s^2+50s+50K}$$

Tabulação de Routh

s^3	1	50
s^2	15	50K
s^1	A	0
s^0	50K	

$$A = \frac{750 - 50K}{15}$$

condições

1) $\frac{750 - 50K}{15} > 0 \Rightarrow K < 15$

2) $50K > 0 \Rightarrow K > 0$

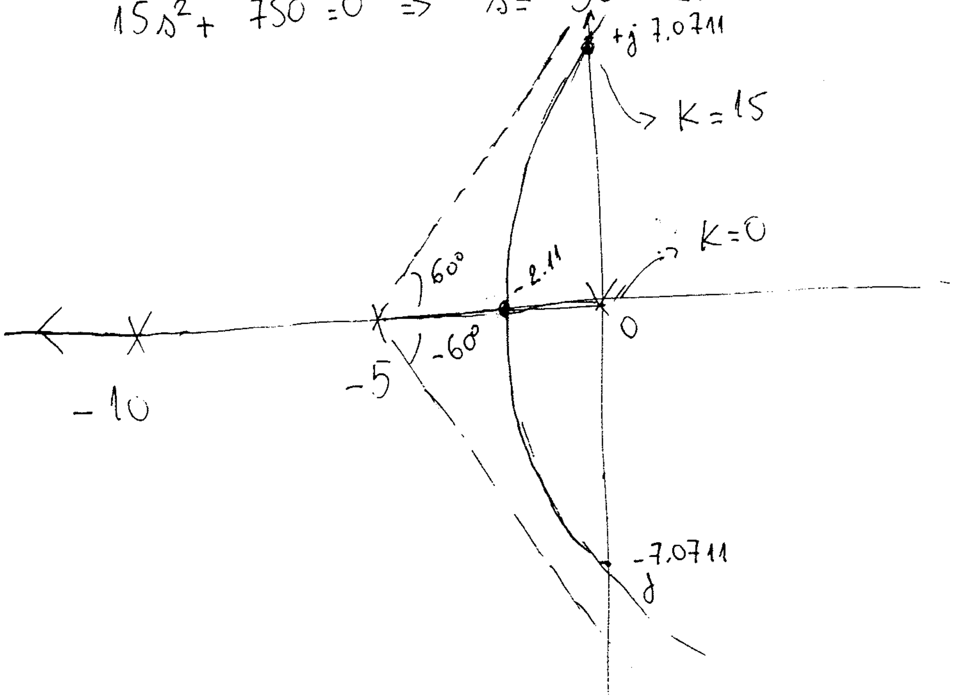
$\Rightarrow 0 < K < 15$

(d) (1.0 ponto) Calcule o lugar das raízes

- pólos $s=0$, $s=-10$, $s=-5$ em malha aberta
- ponto de saída do eixo real: $s = -2.11$
- assíntotas: $0°$, $60°$, $-60°$ interseção $\sigma = -5$
- Da tabulação de Routh

$15s^2 + 50K = 0$ para $K = 15$

$15s^2 + 750 = 0 \Rightarrow s^2 = -50 \Rightarrow s = \pm\sqrt{50} = \pm j\,7.0711$



(e) (1.0 ponto) Calcule o ponto que fornece uma resposta com amortecimento crítico

$$1 + G(s)H(s) = 1 + \frac{K}{s\left(\frac{1}{10}s+1\right)\left(\frac{2}{10}s+1\right)} \qquad \frac{dK}{ds} = 0$$

$$K = -s\left(\frac{1}{10}s+1\right)\left(\frac{2}{10}s+1\right)$$

$$K = -s\left(\frac{2}{100}s^2 + \frac{1}{10}s + \frac{2}{10}s + 1\right) = -\left(\frac{2}{100}s^3 + \frac{3}{10}s^2 + s\right)$$

$$\frac{dK}{ds} = -\left(\frac{6}{100}s^2 + \frac{6}{10}s + 1\right) = -\left(0.06s^2 + 0.6s + 1\right)$$ considerando a parte positiva

$$\Delta = \frac{36}{100} - 4\cdot\frac{6}{100}\cdot 1 = \frac{12}{100} \Rightarrow \quad s = \frac{-0.6 \pm \sqrt{0.12}}{2 \times 0.06} = \frac{-0.6 \pm 0.3464}{0.12} \Rightarrow$$

$s_1 = 3.4867$ breakaway point

$\left[s_2 = -2.11 \right]$

$$|G(s)H(s)| = 1 \Rightarrow \frac{|K|}{|s|\left|\frac{1}{10}s+1\right|\left|\frac{2}{10}s+1\right|} = 1$$

$|K| = |-2.11||0.789||0.5780| = 0.9622 \Rightarrow K = 0.9622$ para $s = -2.11$

(f) (1.0 ponto) Indique a transição da região estável para instável

$K = 15 \Rightarrow s = \pm j\,7.0711$

(g) (1.0 ponto) Projeto de $H(s) = K$ para erro estático a rampa menor que 10%

$R(s) = \frac{B}{s^2}$ Sabemos que o erro estático é dado por

$$e_{ss} = \frac{B}{K} < \frac{B}{10} \Rightarrow K > 10$$

Faixa de valores admissível $10 < K < 15$

(h) (1.0 ponto) É possível uma solução que satisfaz o requisito e tenha amortecimento crítico?

No ponto de amortecimento crítico $K = 0.9622$

portanto é impossível esta solução