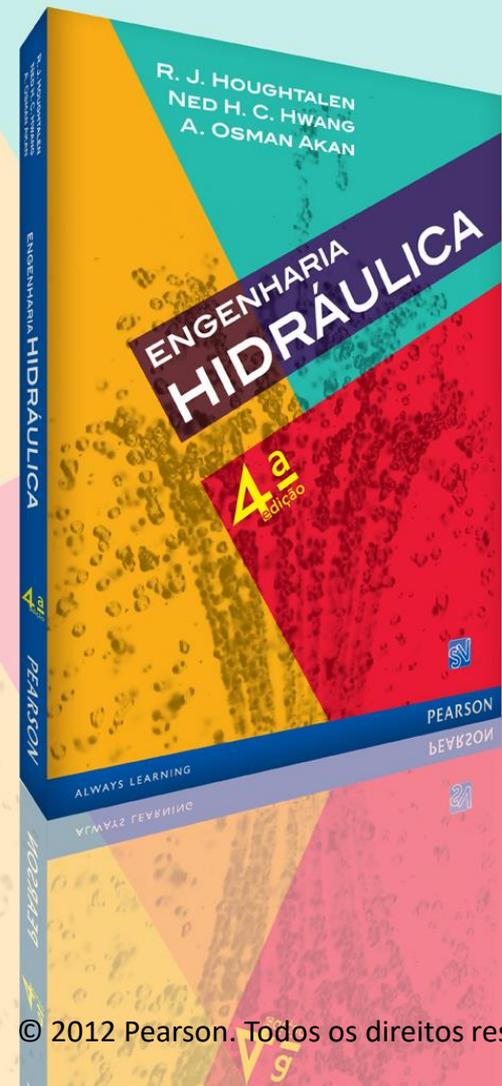


Capítulo 3

Escoamento da água em tubos



Descrição do escoamento em tubos

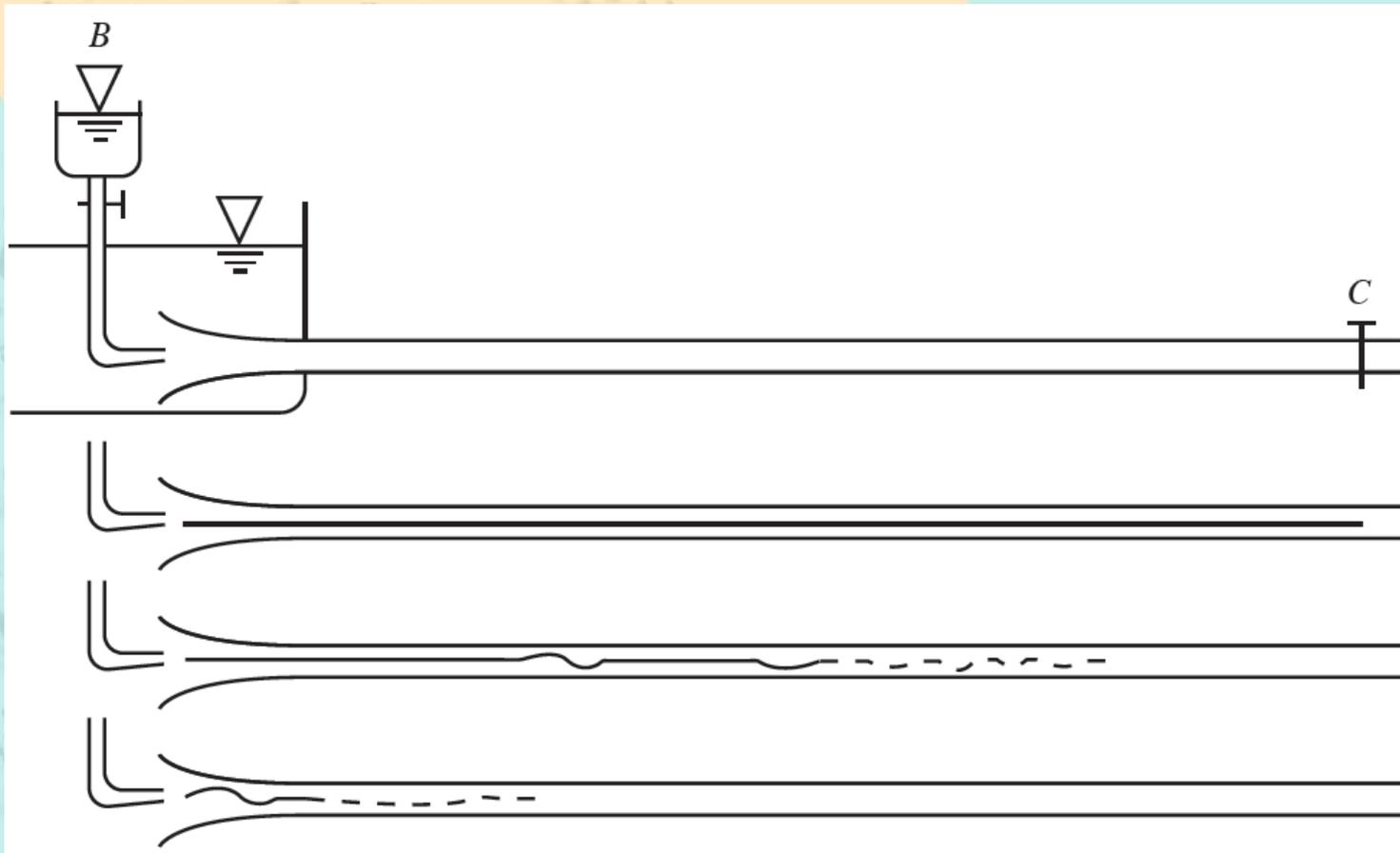
R. J. HOUGHTALEN
NED H. C. HWANG
A. OSMAN AKAN
ENGENHARIA
HIDRÁULICA
4ª edição

- O termo *pressão do escoamento em tubos* refere-se ao fluxo total de água em condutos fechados de seção transversal circular sob determinado gradiente de pressão.
- A *elevação (h)* de uma seção particular no tubo costuma ser medida em relação a linhas de referência horizontais, tais como o *nível médio do mar (NMM)*.
- Na maioria dos cálculos de engenharia, a seção *velocidade média (V)* é definida como a descarga (Q) dividida pela área de seção transversal (A):

$$V = \frac{Q}{A}$$

O número de Reynolds

Equipamento de Reynolds.



O número de Reynolds

R. J. HOUGHTALEN
NED H. C. HWANG
A. OSMAN AKAN
ENGENHARIA
HIDRÁULICA
4ª edição

- Reynolds descobriu que a transição de fluxo laminar para fluxo turbulento em um tubo na verdade depende não só da velocidade, mas também do diâmetro do tubo e da viscosidade do fluido.
- Além disso, ele postulou que o início da turbulência estava relacionado a um número-índice em particular.
- ~~Essa taxa~~ ^{sugiro} **Este valor** adimensional é comumente conhecida como *número de Reynolds* (N_R) e pode ser escrita c

$$N_R = \frac{DV}{\nu}$$

O número de Reynolds

- Na expressão do número de Reynolds para o escoamento nos tubos, D é o diâmetro do tubo, V é a velocidade média, e ν é a viscosidade cinemática do fluido, definida pela taxa de viscosidade absoluta (μ) e a densidade do fluido (ρ).

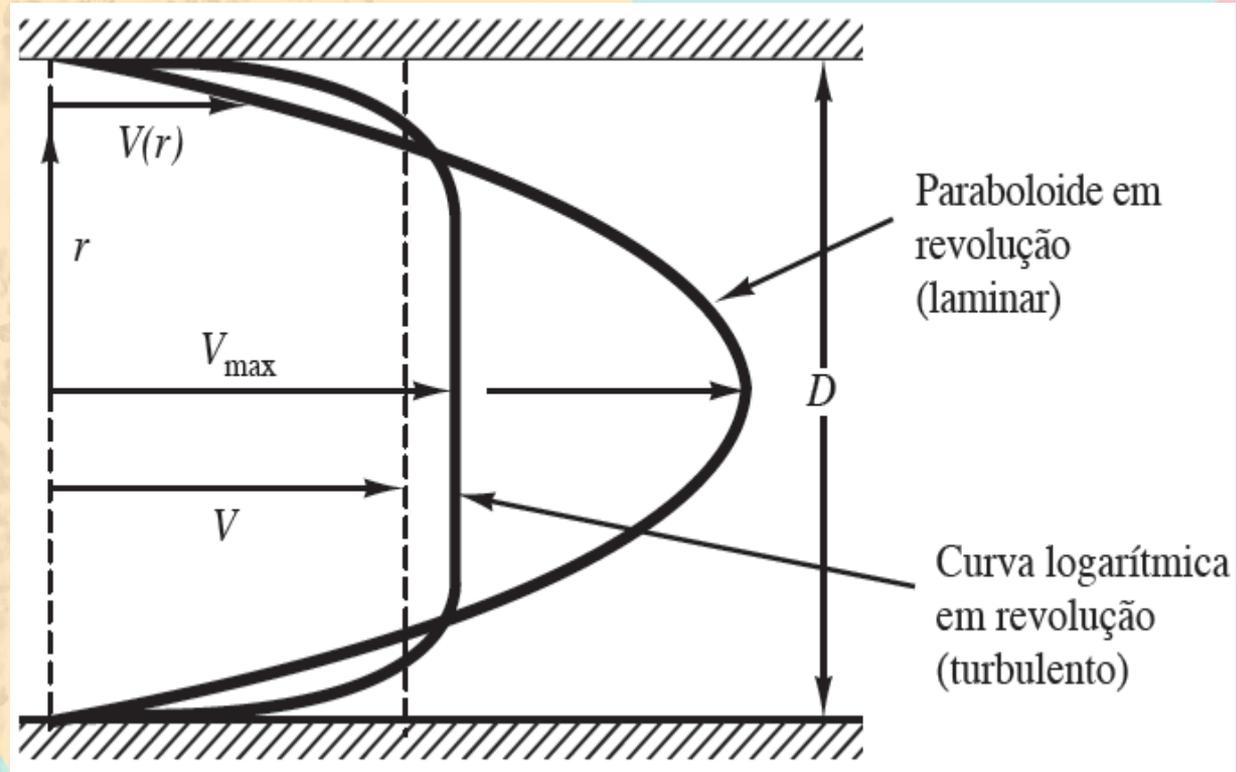
$$\nu = \frac{\mu}{\rho}$$

- Para tubos circulares o número de Reynolds crítico é aproximadamente 2.000.
- Nesse ponto, o fluxo laminar do tubo passa a ser turbulento. A transição de fluxo laminar para fluxo turbulento não acontece exatamente quando $N_R = 2.000$, e varia de aproximadamente 2.000 a 4.000, com base nas diferenças nas condições experimentais.

O número de Reynolds

- O fluxo laminar ocorre em um tubo circular quando o escoamento acontece de forma laminar ordenada.

No fluxo turbulento, o movimento turbulento faz as partículas de água mais lentas adjacentes à parede do tubo se misturarem continuamente com as partículas em alta velocidade que estão no meio.



O número de Reynolds

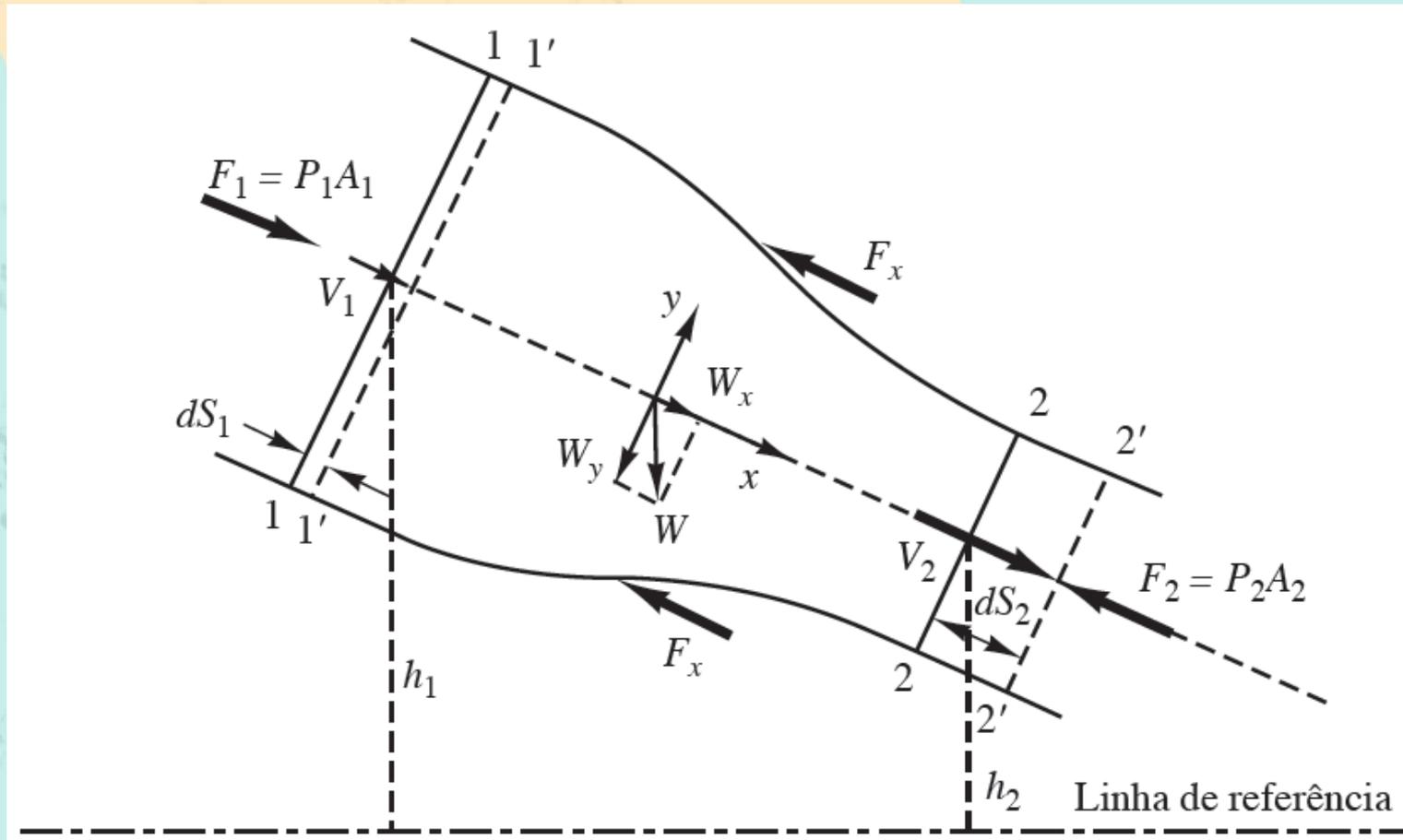
R. J. HOUGHTALEN
NED H. C. HWANG
A. OSMAN AKAN
ENGENHARIA
HIDRÁULICA

4^a
edição

- Em condições normais, a água perde energia à medida que escoar ao longo de um tubo. Grande parte da perda de energia é causada por:
 1. atrito contra as paredes do tubo;
 2. dissipação da viscosidade ao longo do escoamento.
- A figura anterior deixa evidente que o fluxo turbulento apresenta maior gradiente de velocidade da parede do que o fluxo laminar; portanto, maior perda de atrito pode ser esperada conforme o número de Reynolds aumenta.

Forças no escoamento dos tubos

Descrição geral do fluxo em tubos.



Forças no escoamento dos tubos

- Para fluxos incompressíveis estáveis, o fluxo de massa (massa fluida) que entra o volume de controle, $\rho d Vol_{1-1'}$, deve se igualar ao fluxo de massa que deixa o volume de controle, $\rho d Vol_{2-2'}$. Este é o princípio da *conservação da massa*:

ou $A_1 V_1 = A_2 V_2 = Q$

$$Vol_{1-1'}$$

- A aplicação da segunda lei de Newton à massa em movimento no volume de controle resulta em:

$$\Sigma \vec{F} = m\vec{a} = m \frac{d\vec{V}}{dt} = \frac{m\vec{V}_2 - m\vec{V}_1}{\Delta t}$$

- Ao longo da direção axial do fluxo, as forças externas exercidas sobre o volume de controle podem ser escritas como:

$$\Sigma F_x = P_1 A_1 - P_2 A_2 - F_x + W_x$$

Forças no escoamento dos tubos

R. J. HOUGHTALEN
NED H. C. HWANG
A. OSMAN AKAN
ENGENHARIA
HIDRÁULICA
4ª edição

- Em geral, podemos escrever em quantidades vetoriais:

$$\Sigma \vec{F} = \rho Q (\vec{V}_2 - \vec{V}_1)$$

Energia no escoamento dos tubos

A água que escoar nos tubos pode conter energia de diversas formas. A maior porção de energia está contida em três formas:

1. energia cinemática;
2. energia potencial;
3. energia de pressão.

Energia no escoamento dos tubos

R. J. HOUGHTALEN
NED H. C. HWANG
A. OSMAN AKAN
ENGENHARIA
HIDRÁULICA
4ª edição

- Considere o volume de controle apresentado na figura anteriormente apresentada. No intervalo de tempo dt , as partículas de água na seção 1–1 movem-se para 1'–1' na velocidade V_1 . No mesmo intervalo de tempo, as partículas de água na seção 2–2 movem-se para 2'–2' na velocidade V_2 . Para satisfazer a condição de continuidade, $A_1V_1dt = A_2V_2dt$
- O trabalho realizado pela força de pressão atuando na seção 1–1 no tempo dt é o produto entre a força de pressão total e a distância através da qual ela age, ou: $P_1A_1dS_1 = P_1A_1V_1dt$
- Analogamente, o trabalho realizado pela força de pressão na seção 2–2 é: $-P_2A_2dS_2 = -P_2A_2V_2dt$

Energia no escoamento dos tubos

- o trabalho realizado pela força da gravidade para mover a massa de h_1 para h_2 é:

$$\rho g A_1 V_1 dt (h_1 - h_2)$$

- O ganho líquido em energia cinética de toda a massa é

$$\frac{1}{2} m V_2^2 - \frac{1}{2} m V_1^2 = \frac{1}{2} \rho A_1 V_1 dt (V_2^2 - V_1^2)$$

- Combinando as equações:

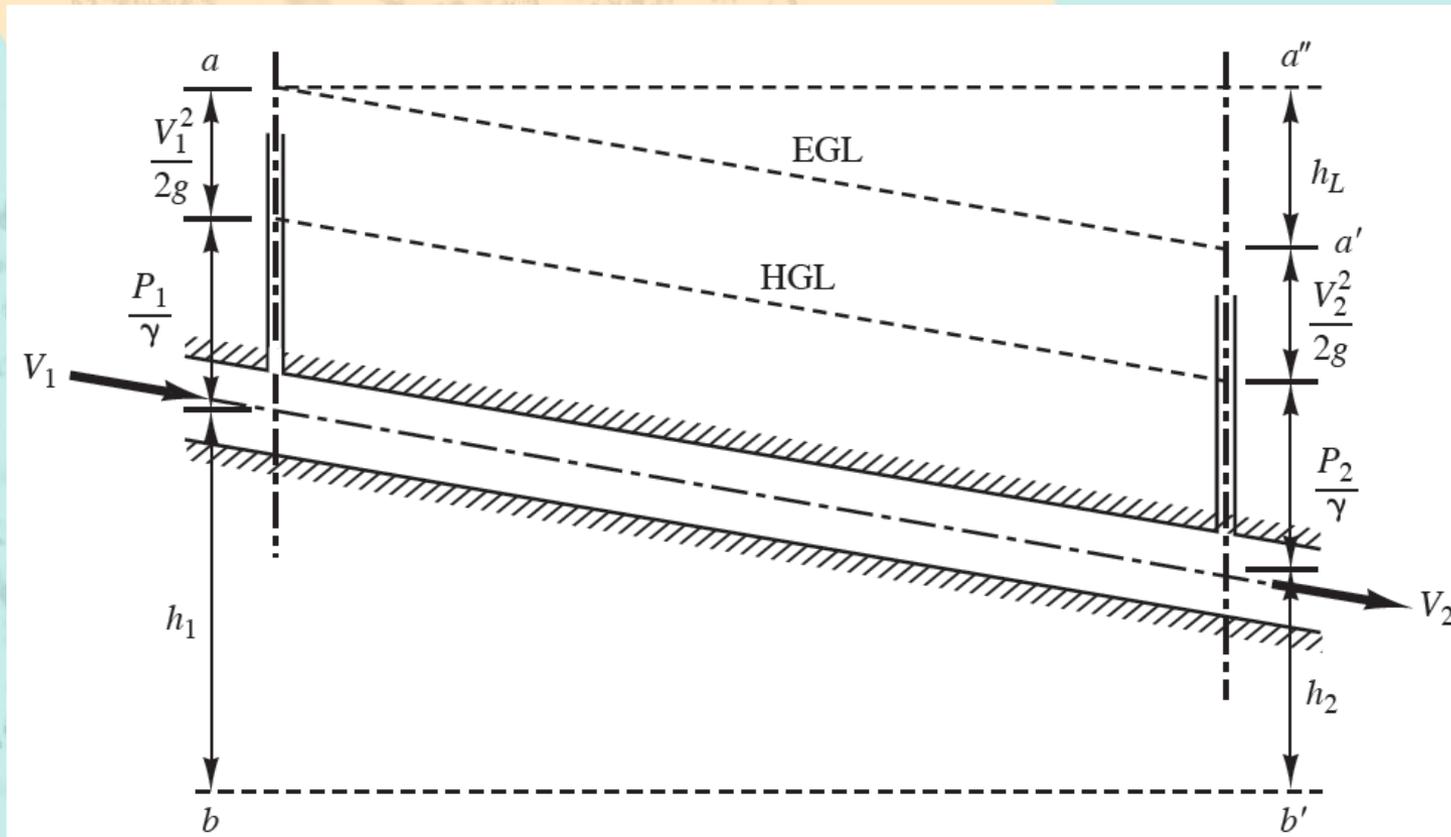
$$P_1 Q dt - P_2 Q dt + \rho g Q dt (h_1 - h_2) = \frac{1}{2} \rho Q dt (V_2^2 - V_1^2)$$

- Assim,

$$\frac{V_1^2}{2g} + \frac{P_1}{\gamma} + h_1 = \frac{V_2^2}{2g} + \frac{P_2}{\gamma} + h_2$$

Energia no escoamento dos tubos

A figura abaixo apresenta graficamente as alturas em duas localizações ao longo da tubulação.



Energia no escoamento dos tubos

- A distância medida entre os pontos a e b representa a altura total, ou a energia total contida em cada unidade de peso de água que passa pela seção 1.

$$H_1 = \frac{V_1^2}{2g} + \frac{P_1}{\gamma} + h_1$$

- A energia restante em cada unidade de peso de água na seção 2 é representada pela distância entre os pontos a' e b' na figura.

$$H_2 = \frac{V_2^2}{2g} + \frac{P_2}{\gamma} + h_2$$

- A relação de energia entre as duas seções pode ser descrita da seguinte forma:

$$\frac{V_1^2}{2g} + \frac{P_1}{\gamma} + h_1 = \frac{V_2^2}{2g} + \frac{P_2}{\gamma} + h_2 + h_L$$

Energia no escoamento dos tubos

R. J. HOUGHTALEN
NED H. C. HWANG
A. OSMAN AKAN
ENGENHARIA
HIDRÁULICA

4^a
edição

- Essa relação é conhecida como *equação de energia*, mas, por vezes, é erroneamente chamada de *equação de Bernoulli* (que não inclui perdas, tampouco supõe que elas são desprezíveis).
- Para um tubo horizontal de tamanho uniforme, pode-se demonstrar que a perda de altura resulta na diminuição de pressão no tubo porque as alturas de velocidade e as alturas de elevação são iguais.

$$\frac{P_1 - P_2}{\gamma} = h_L$$

Perda de altura devida ao atrito no tubo

R. J. HOUGHTALEN
NED H. C. HWANG
A. OSMAN AKAN
ENGENHARIA
HIDRÁULICA

4^a
edição

- Algumas vezes, a perda de atrito é denominada perda primária, em razão de sua magnitude, e todas as outras perdas são denominadas perdas secundárias.

A resistência do escoamento em um tubo é:

1. independente da pressão sob a qual a água escoar;
2. linearmente proporcional ao comprimento do tubo (L);
3. inversamente proporcional a alguma potência do diâmetro do tubo (D);
4. proporcional a alguma potência da velocidade média (V);
5. relacionada à rugosidade do tubo, se o fluxo for turbulento.

Perda de altura devida ao atrito no tubo

R. J. HOUGHTALEN
NED H. C. HWANG
A. OSMAN AKAN
ENGENHARIA
HIDRÁULICA
4ª edição

- A equação de fluxo em tubos mais popular é:
- Essa equação é conhecida como *equação de Darcy-Weisbach*.

$$h_f = f \left(\frac{L}{D} \right) \frac{V^2}{2g}$$

Fator de atrito no fluxo laminar

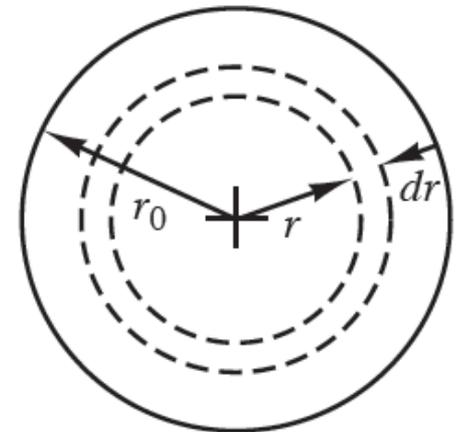
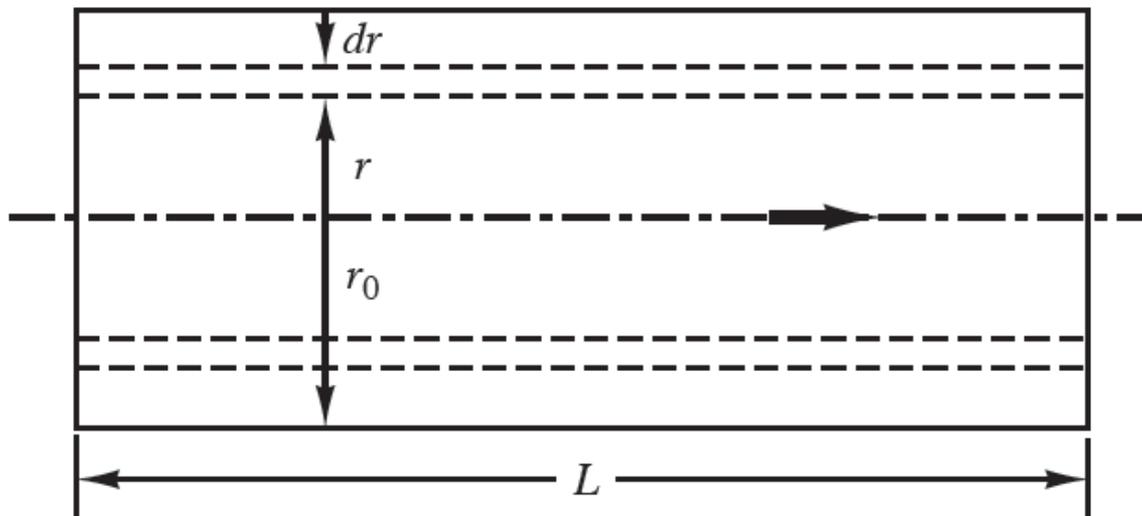
- Em uma seção de um tubo cilíndrico de raio r (figura a seguir), a diferença na força de pressão entre as duas extremidades do cilindro é $(P_1 - P_2) \pi r^2$, e a força de viscosidade no cilindro é igual a $(2 \pi r L) \tau$.

Fator de atrito no fluxo laminar

Geometria de um tubo circular.

R. J. HOUGHTALEN
NED H. C. HWANG
A. OSMAN AKAN
ENGENHARIA
HIDRÁULICA

4^a
edição



Fator de atrito no fluxo laminar

- A expressão geral da velocidade do fluxo em termos de r :

$$v = \left(\frac{P_1 - P_2}{4\mu L} \right) (r_0^2 - r^2)$$

- A descarga total ao longo do tubo pode ser obtida por meio da integração da descarga ao longo da área elementar $(2\pi r)dr$.

$$\begin{aligned} Q &= \int dQ = \int v dA = \int_{r=0}^{r=r_0} \frac{P_1 - P_2}{4\mu L} (r_0^2 - r^2) (2\pi r) dr \\ &= \frac{\pi r_0^4 (P_1 - P_2)}{8\mu L} = \frac{\pi D^4 (P_1 - P_2)}{128\mu L} \quad (3.18) \end{aligned}$$

Fator de atrito no fluxo laminar

- Essa relação também é conhecida como lei *Hagen-Poiseuille* do fluxo laminar. A velocidade média é:

$$V = \frac{Q}{A} = \frac{\pi D^4 (P_1 - P_2)}{128 \mu L} \left(\frac{1}{(\pi/4) D^2} \right)$$

- Para um tubo horizontal uniforme, a equação de energia nos leva a

$$h_f = \frac{P_1 - P_2}{\gamma}$$

- Assim sendo, a equação de Darcy-Weisbach pode ser escrita como:

$$\frac{P_1 - P_2}{\gamma} = f \left(\frac{L}{D} \right) \frac{V^2}{2g}$$

- Combinando as equações anteriores, temos:

$$f = \frac{64 \mu g}{\gamma V D}$$

- Como $\gamma = \rho g$,
- $$f = \frac{64 \mu}{\rho V D} = \frac{64}{N_R}$$

Fator de atrito no fluxo turbulento

R. J. HOUGHTALEN
NED H. C. HWANG
A. OSMAN AKAN
ENGENHARIA
HIDRÁULICA
4ª edição

- Quando o número de Reynolds se aproxima de um valor mais alto — ou seja, $N_R \gg 2.000$ —, o fluxo no tubo se torna praticamente turbulento, e o valor de f se torna menos dependente do número de Reynolds, porém mais dependente da rugosidade relativa (e/D) do tubo.
- *Theodore Von Kármán* desenvolveu uma equação para o fator de atrito:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 2 \log \left(\frac{N_R \sqrt{f}}{2,51} \right)$$

Fator de atrito no fluxo turbulento

R. J. HOUGHTALEN
NED H. C. HWANG
A. OSMAN AKAN
ENGENHARIA
HIDRÁULICA

4^a
edição

- Descobriu-se que, se $\delta' < 0,08e$, f se torna independente do número de Reynolds e dependente somente da altura da rugosidade relativa. Nesse caso, o tubo comporta-se como um tubo hidraulicamente áspero, e Von Kármán descobriu que f pode ser escrito como:

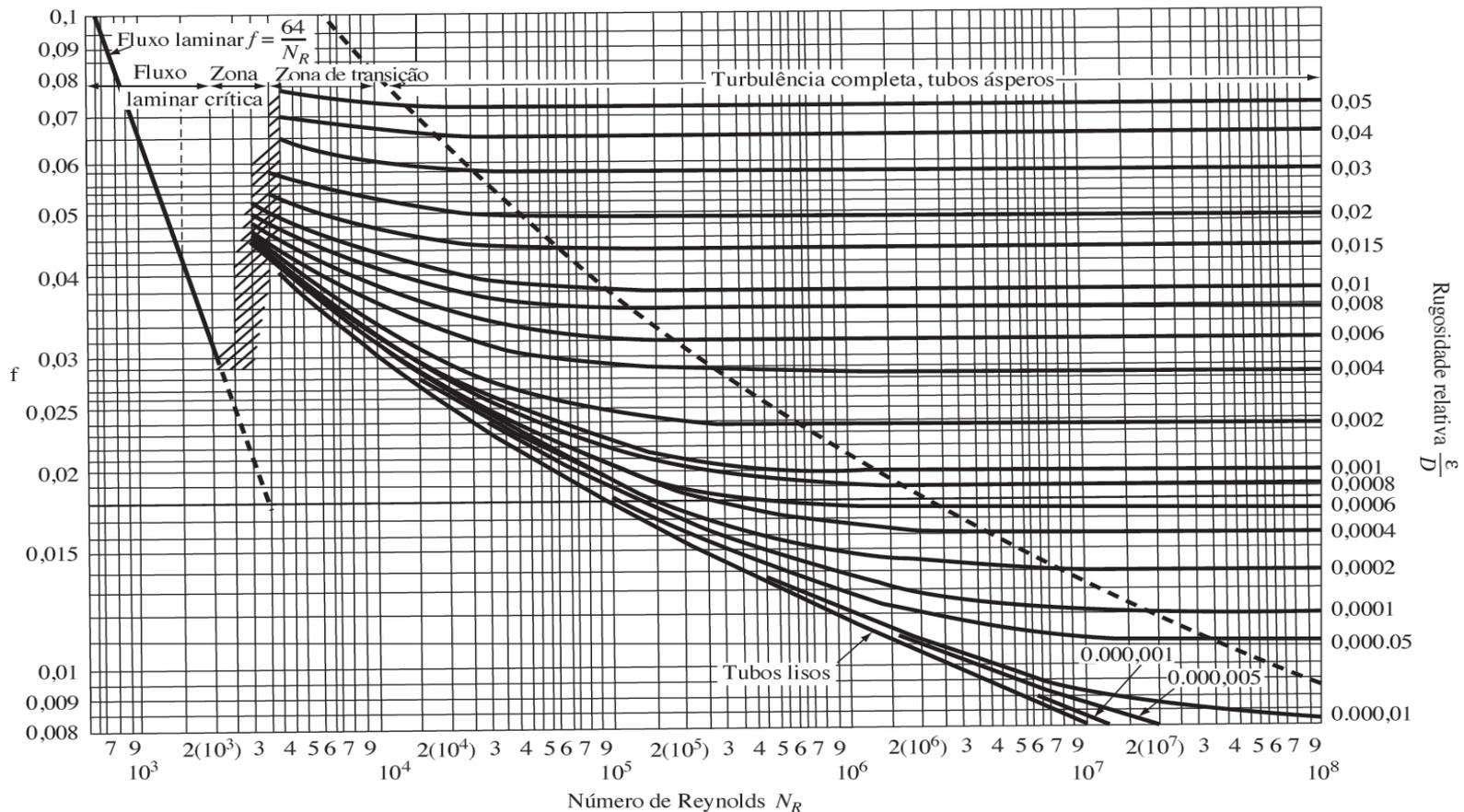
$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 2 \log \left(3,7 \frac{D}{e} \right)$$

- *Colebrook* esboçou uma relação aproximada para uma faixa intermediária:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -\log \left(\frac{\frac{e}{D}}{3,7} + \frac{2,51}{N_R \sqrt{f}} \right)$$

Fator de atrito no fluxo turbulento

Fatores de atrito para fluxos em tubos: o diagrama de Moody.



Fator de atrito no fluxo turbulento

R. J. HOUGHTALEN
NED H. C. HWANG
A. OSMAN AKAN
ENGENHARIA
HIDRÁULICA
4ª edição

O diagrama mostra claramente as quatro zonas de fluxo de tubos:

1. Uma zona de fluxo laminar onde o fator de atrito é uma função linear simples do número de Reynolds;
2. Uma zona crítica onde os valores são incertos porque o fluxo pode não ser nem laminar nem verdadeiramente turbulento;
3. Uma zona de transição onde f é uma função tanto do número de Reynolds quanto da rugosidade relativa do tubo;
4. Uma zona de turbulência totalmente desenvolvida na qual o valor de f depende unicamente da rugosidade relativa e é independente do número de Reynolds.

Fator de atrito no fluxo turbulento

R. J. HOUGHTALEN
NED H. C. HWANG
A. OSMAN AKAN
ENGENHARIA
HIDRÁULICA

4^a
edição

- Depois do desenvolvimento do diagrama de Moody, foi proposta a equação de *Swamee-Jain* para resolver o fator de atrito quando N_R é conhecido.

$$f = \frac{0,25}{\left[\log \left(\frac{e/D}{3,7} + \frac{5,74}{N_R^{0,9}} \right) \right]^2}$$

Equações empíricas para a perda da carga de atrito

- A equação de Hazen-Williams, originalmente desenvolvida para o sistema britânico de medidas, foi escrita na forma

$$V = 1,318 C_{HW} R_h^{0,63} S^{0,54}$$

- Para um tubo circular, com $A = \pi D^2/4$ e $P = \pi D$, o raio hidráulico é

$$R_h = \frac{A}{P} = \frac{\pi D^2/4}{\pi D} = \frac{D}{4}$$

- Como $1,318 \text{ pés}^{0,37}/\text{s} = 0,849 \text{ m}^{0,37}/\text{s}$, a equação de Hazen-Williams no sistema internacional de medidas pode ser escrita da seguinte maneira:

$$V = 0,849 C_{HW} R_h^{0,63} S^{0,54}$$

Perda de carga de atrito – relações de descarga

R. J. HOUGHTALEN
NED H. C. HWANG
A. OSMAN AKAN
ENGENHARIA
HIDRÁULICA
4ª
edição

- Podemos reorganizar a equação de Darcy-Weisbach, como

$$h_f = fL \frac{0,0252 Q^2}{D^5}$$

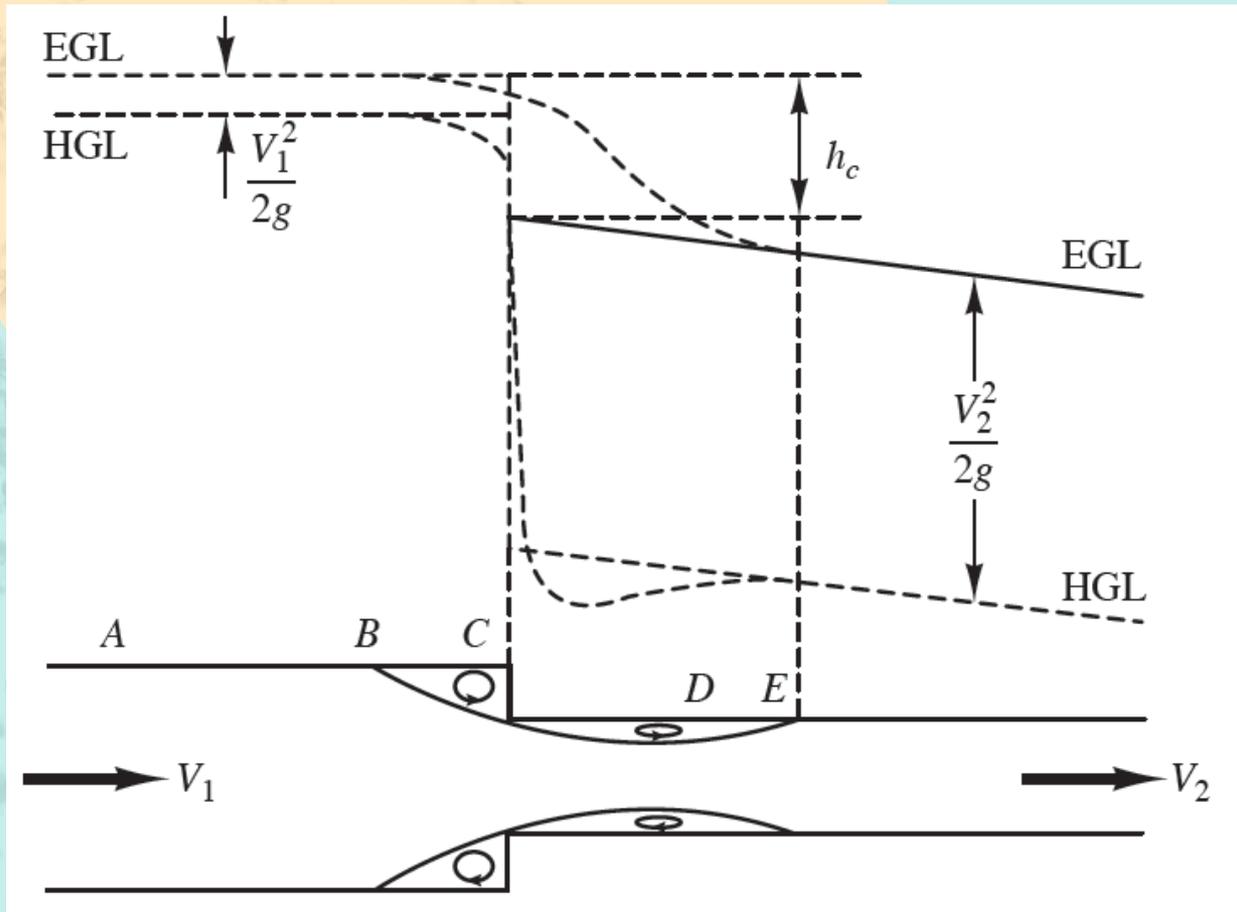
- Para fins práticos, a equação acima é escrita como $h_f = KQ^m$

Perda de carga em contrações de tubos

- Uma contração brusca em um tubo costuma causar uma diminuição na pressão no tubo, tanto em razão do aumento na velocidade quanto da perda de energia pela turbulência.

Perda de carga em contrações de tubos

Perda de carga e variação de pressão resultantes da contração brusca.



Perda de carga em contrações de tubos

- A perda de carga em uma contração brusca pode ser representada em termos da altura da velocidade no tubo menor

$$h_c = K_c \left(\frac{V_2^2}{2g} \right)$$

- Valores do coeficiente K_c para contrações bruscas.

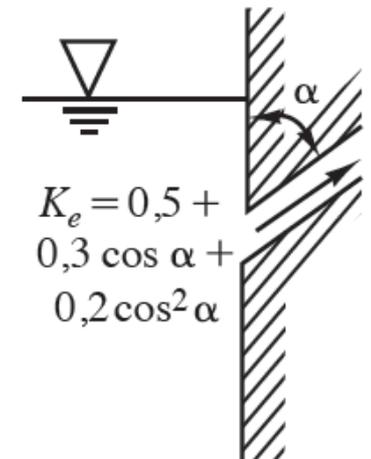
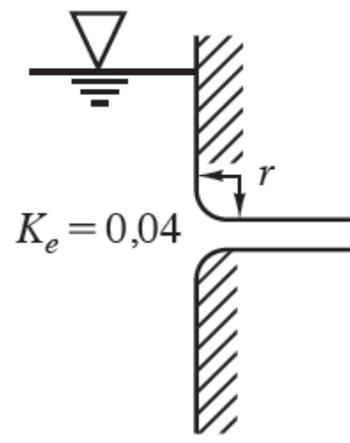
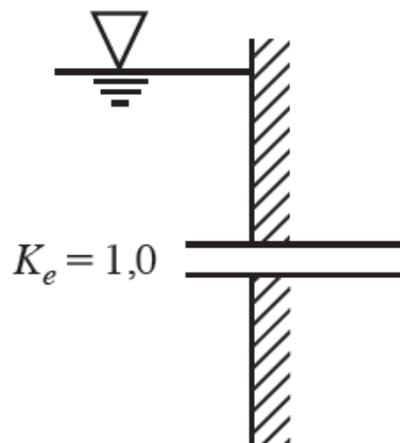
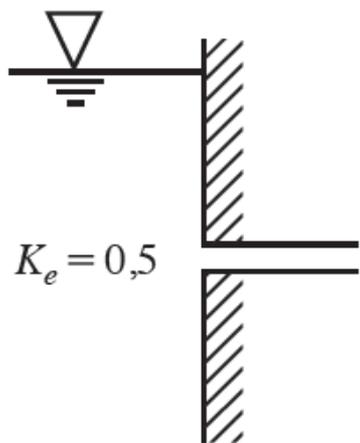
Velocidade em um tubo menor (m/s)	Coeficientes de contrações bruscas, K_c									
	(Razão para diâmetros do tubo, do menor para o maior, D_2/D_1)									
	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
1	0,49	0,49	0,48	0,45	0,42	0,38	0,28	0,18	0,07	0,03
2	0,48	0,48	0,47	0,44	0,41	0,37	0,28	0,18	0,09	0,04
3	0,47	0,46	0,45	0,43	0,4	0,36	0,28	0,18	0,1	0,04
6	0,44	0,43	0,42	0,4	0,37	0,33	0,27	0,19	0,11	0,05
12	0,38	0,36	0,35	0,33	0,31	0,29	0,25	0,2	0,13	0,06

Perda de carga em contrações de tubos

- A equação geral para uma perda de carga na entrada também é escrita em termos da altura de velocidade do tubo:

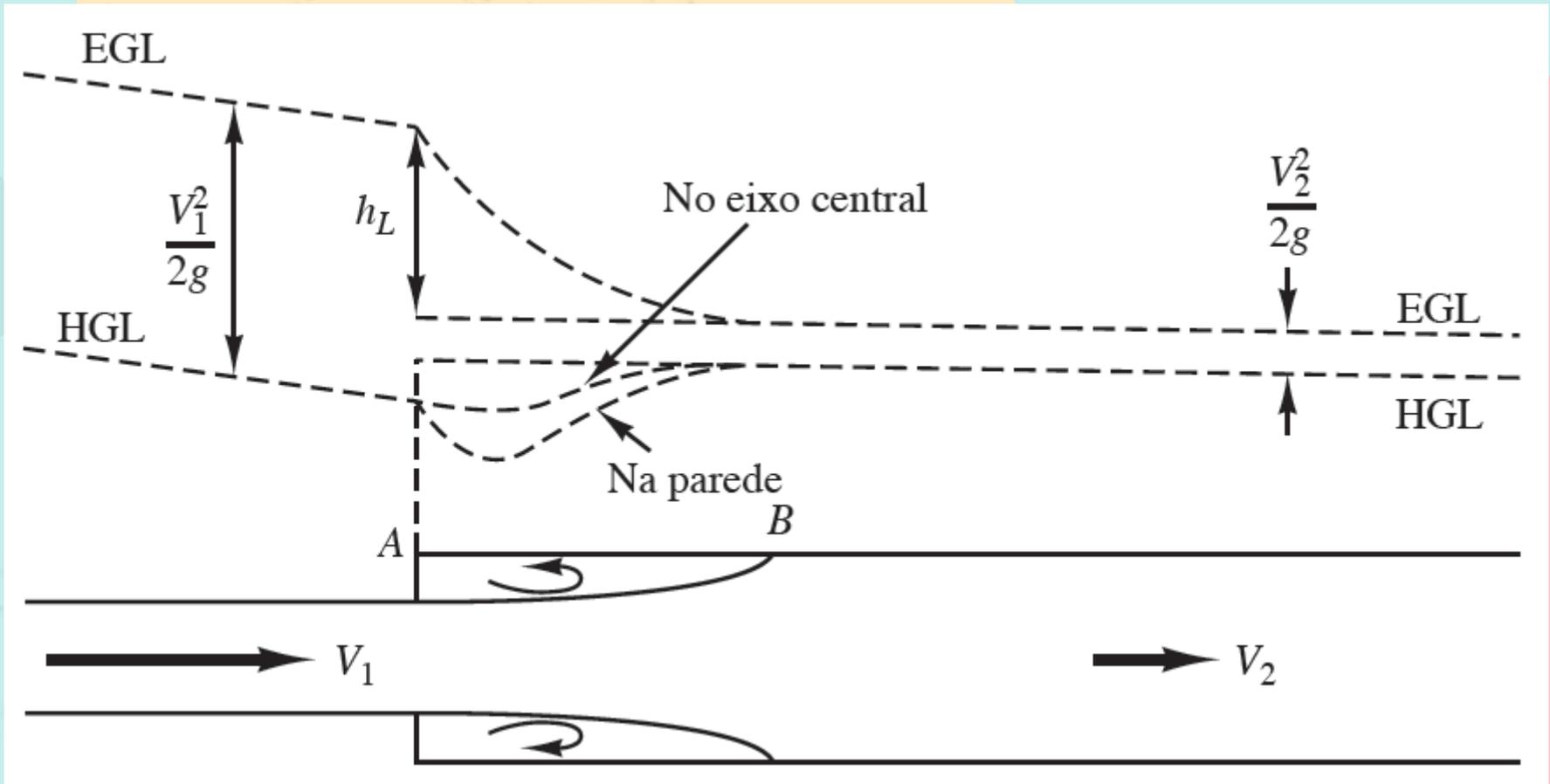
$$h_e = K_e \left(\frac{V^2}{2g} \right)$$

- Os valores aproximados para o *coeficiente de perda na entrada* (K_e) para diferentes condições de entrada são mostrados na figura abaixo:



Perda de carga em expansões de tubulações

Perda de altura a partir de uma expansão brusca.



Perda de carga em expansões de tubulações

- A magnitude da perda de carga pode ser escrita como

$$h_E = \frac{(V_1 - V_2)^2}{2g}$$

- A perda de altura nesse caso de transição pode ser escrita como

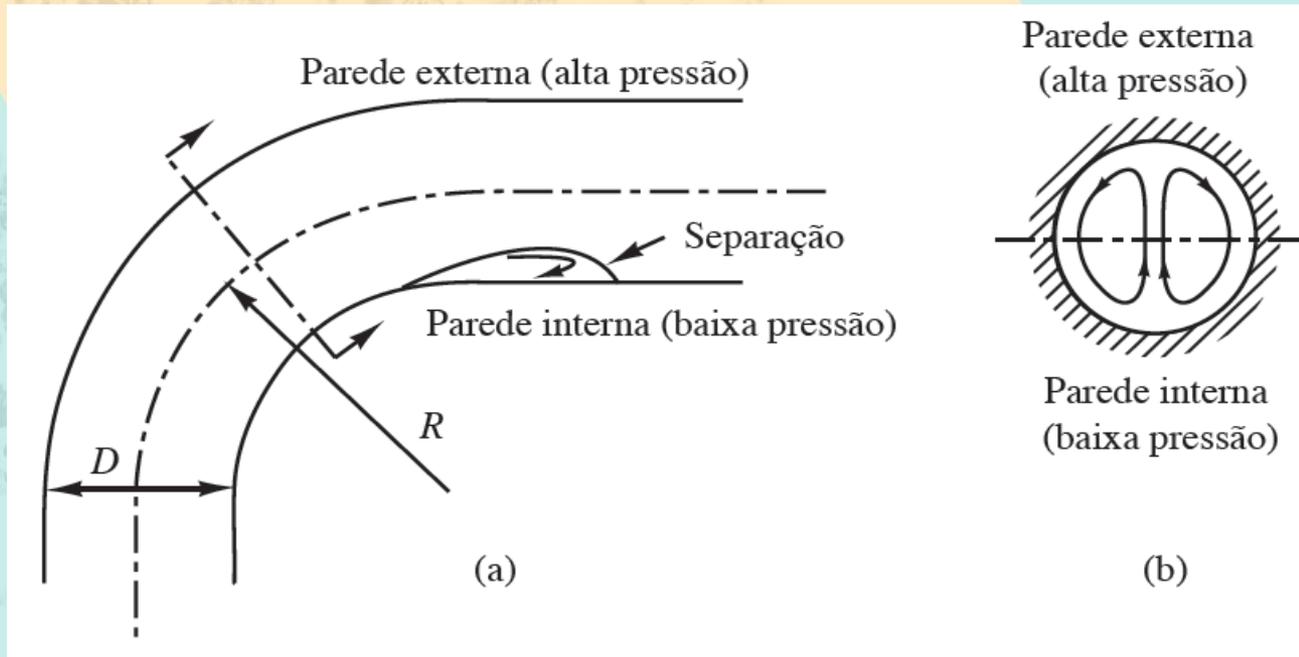
$$h'_E = K'_E \frac{(V_1^2 - V_2^2)}{2g}$$

- A partir da primeira equação, vemos que a altura de velocidade total do fluxo do tubo é dissipada e que *a perda de altura na saída* (descarga) é

$$h_d = K_d \frac{V^2}{2g}$$

Perda de altura na curvatura de tubos

- Descobriu-se que a perda de altura produzida na curvatura é dependente da razão entre o raio da curvatura (R) e o diâmetro do tubo (D) (figura abaixo).



Perda de altura na curvatura. (a) Separação do fluxo em uma curvatura. (b) Fluxo secundário na curvatura.

Perda de altura na curvatura de tubos

- No projeto hidráulico, a perda de altura causada por uma curvatura, com exceção daquela que ocorre em um tubo liso de igual comprimento, pode ser escrita em termos da altura da velocidade como

$$h_b = K_b \frac{V^2}{2g}$$

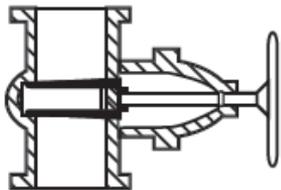
- Para uma curvatura lisa de 90°, os valores de K_b para vários valores de R/D conforme determinado por *Beij* estão listados na tabela a seguir:

R/D	1	2	4	6	10	16	20
K_b	0,35	0,19	0,17	0,22	0,32	0,38	0,42

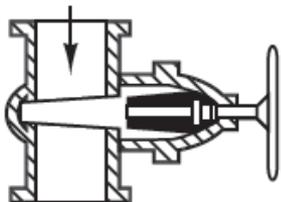
Perda de carga em válvulas de tubos

- A perda de altura através das válvulas também pode ser escrita em termos da altura de velocidade no tubo:
- $$h_v = K_v \frac{V^2}{2g}$$
- Os valores de K_v para as válvulas mais comuns estão listados abaixo.

A. Válvulas de gaveta



Fechada

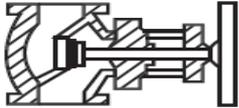


Aberta

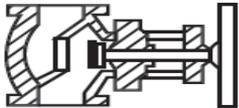
$$K_v = 0,15 \text{ (totalmente aberta)}$$

Perda de carga em válvulas de tubos

B. Válvulas globo



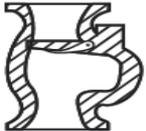
Fechada



Aberta

$$K_v = 10,0 \text{ (totalmente aberta)}$$

C. Válvulas de retenção



Fechada

Dobradiça (antirretorno) Antirretorno: $K_v = 2,5$ (totalmente aberta)

Esfera: $K_v = 70,0$ (totalmente aberta)

Elevação: $K_v = 12,0$ (totalmente aberta)



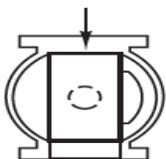
Aberta

D. Válvulas rotativas



Fechada

$$K_v = 10,0 \text{ (totalmente aberta)}$$



Aberta

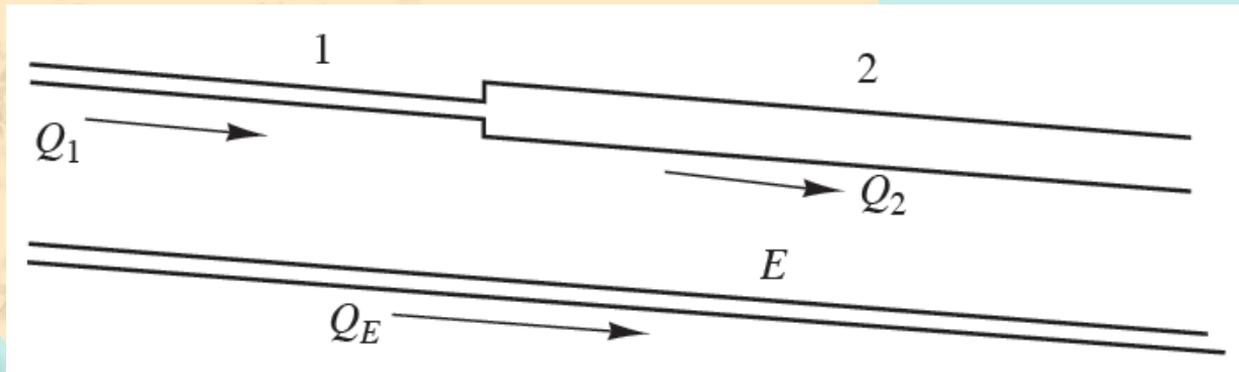
Método de tubos equivalentes

R. J. HOUGHTALEN
NED H. C. HWANG
A. OSMAN AKAN
ENGENHARIA
HIDRÁULICA
4^a
edição

- O método de tubos equivalentes é utilizado para facilitar a análise dos sistemas compostos por diversos tubos em série ou em paralelo.
- Um tubo equivalente é um tubo hipotético que produz a mesma perda de carga que dois ou mais tubos em série ou em paralelo para a mesma descarga.
- As expressões apresentadas para tubos equivalentes consideram somente as perdas causadas por atrito.

Tubos em série

- Considere os tubos 1 e 2 apresentados na figura.



- Desejamos encontrar um único tubo, E, que seja hidraulicamente equivalente aos tubos 1 e 2 em série. Para que os dois sistemas apresentados na figura sejam equivalentes, desprezando a perda de carga causada pelas expansões e contrações do tubo, devemos ter $Q_1 = Q_2 = Q_E$

e
$$h_{f_E} = h_{f_1} + h_{f_2}$$

Tubos em série

Então, escrevendo a equação $h_f = f \frac{8LQ^2}{g\pi^2 D^5}$ para os tubos 1, 2 e

E , substituindo na equação anterior e simplificando com $Q_E = Q_1 = Q_2$, obtemos

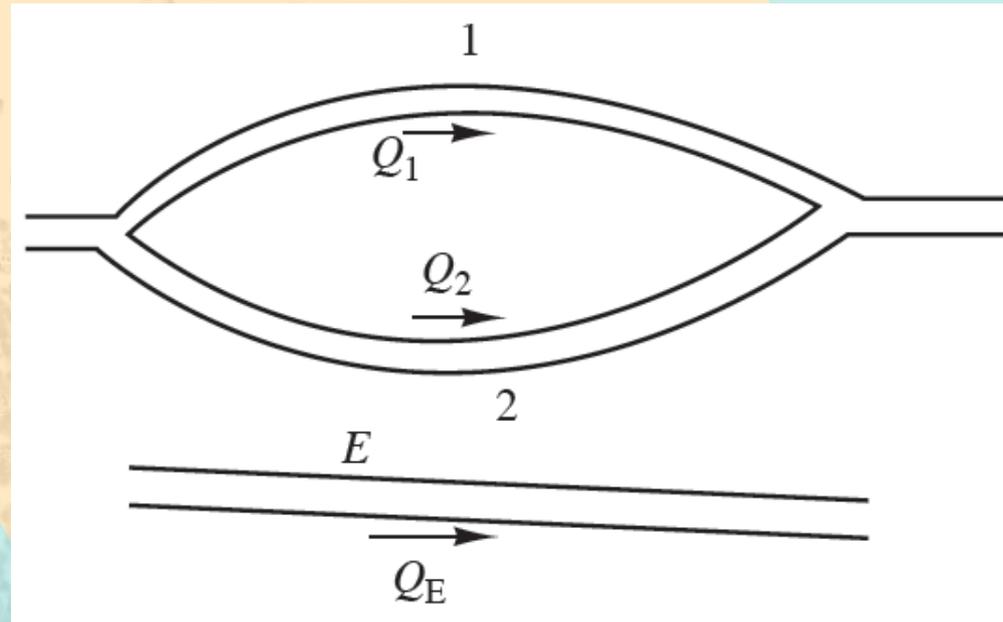
$$f_E \frac{L_E}{D_E^5} = f_1 \frac{L_1}{D_1^5} + f_2 \frac{L_2}{D_2^5}$$

Para N tubos em série, um tubo equivalente pode ser encontrado utilizando-se

$$f_E \frac{L_E}{D_E^5} = \sum_{i=1}^N f_i \frac{L_i}{D_i^5}$$

Tubos em paralelo

Considere o sistema apresentado na figura abaixo.



Imagine que desejamos determinar um único tubo que seja equivalente aos tubos 1 e 2 em paralelo. Os dois sistemas serão

equivalentes se $h_{f_1} = h_{f_2} = h_{f_E}$ e $Q_E = Q_1 + Q_2$

Tubos em paralelo

- Podemos reorganizar a equação da seguinte maneira:

$$Q = \left\{ \frac{g \pi^2 D^5 h_f}{8 f L} \right\}^{1/2}$$

$$h_f = f \frac{8 L Q^2}{g \pi^2 D^5}$$

da seguinte

- Escrevendo a equação acima para os tubos 1, 2 e E , substituindo na equação anterior e simplificando com $h_{f_1} = h_{f_2} = h_{f_E}$, obtemos

$$\sqrt{\frac{D_E^5}{f_E L_E}} = \sqrt{\frac{D_1^5}{f_1 L_1}} + \sqrt{\frac{D_2^5}{f_2 L_2}}$$

- Para N tubos em paralelo,

$$\sqrt{\frac{D_E^5}{f_E L_E}} = \sum_{i=1}^N \sqrt{\frac{D_i^5}{f_i L_i}}$$