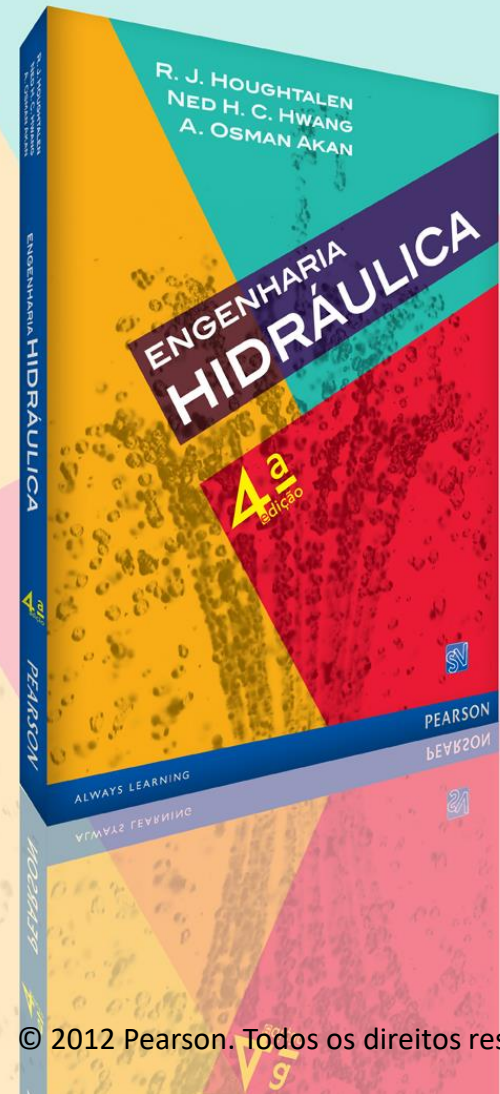


Capítulo 2

Pressão da água e forças de pressão



Pressão absoluta e pressão manométrica

R. J. HOUGHTALEN
NED H. C. HWANG
A. OSMAN AKAN
ENGENHARIA
HIDRÁULICA
4ª edição

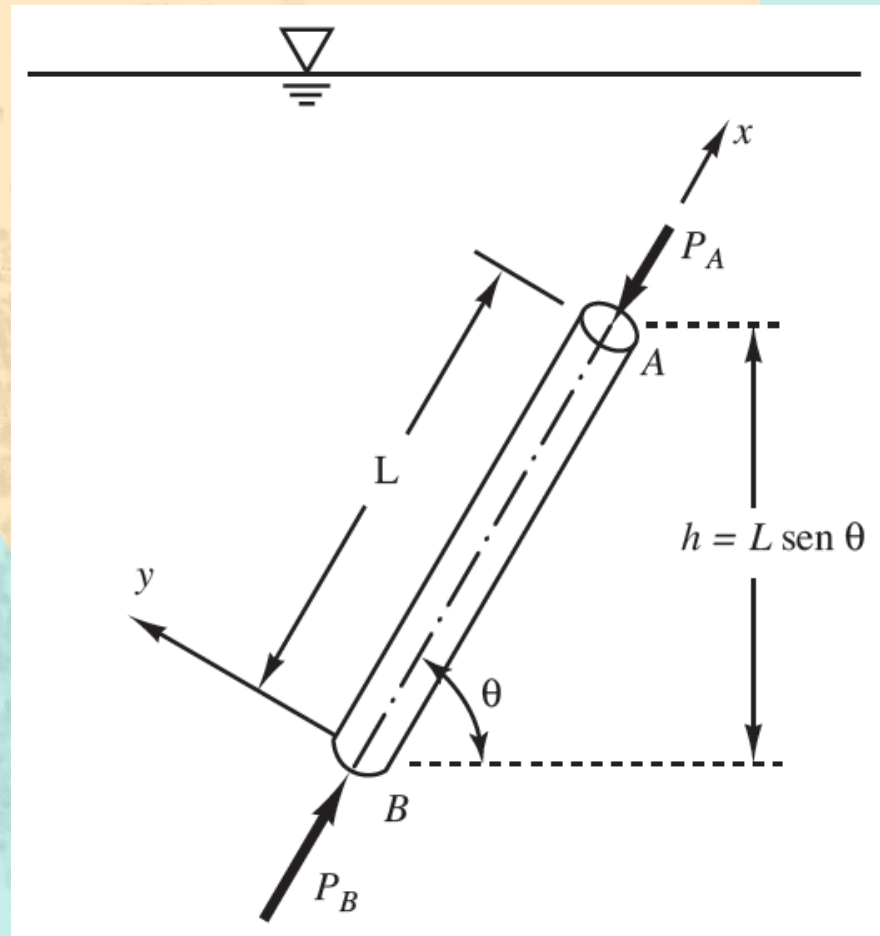
- Uma superfície de água em contato com a atmosfera terrestre está sujeita à pressão atmosférica.
- Na água em repouso, qualquer objeto abaixo da superfície dela está sujeito a uma pressão maior do que a atmosférica. Essa pressão adicional costuma ser chamada de *pressão hidrostática*.
- Para determinar a variação da pressão hidrostática entre dois pontos na água (com peso específico de γ), podemos considerar dois pontos arbitrários A e B ao longo de um eixo x também arbitrário, conforme mostra a figura a seguir.

Pressão absoluta e pressão manométrica

R. J. HOUGHTALEN
NED H. C. HWANG
A. OSMAN AKAN
ENGENHARIA
HIDRÁULICA

4^a
edição

Pressão hidrostática sobre um prisma.



Pressão absoluta e pressão manométrica

R. J. HOUGHTALEN
NED H. C. HWANG
A. OSMAN AKAN
ENGENHARIA
HIDRÁULICA
4ª edição

- Para os componentes de força na direção x , podemos representar

$$\sum F_x = P_A dA - P_B dA + \gamma L dA \sin \theta = 0$$

- Observe que $L \cdot \sin \theta = h$ é a diferença na elevação vertical entre os dois pontos. A equação anterior pode ser reduzida a

$$P_B - P_A = \gamma h$$

- Se o corpo de água possui uma superfície livre que é exposta à pressão atmosférica, P_{atm} , podemos posicionar o ponto A na superfície livre e escrever

$$(P_B)_{\text{abs}} = \gamma h + P_A = \gamma h + P_{\text{atm}}$$

- Essa pressão, $(P_B)_{\text{abs}}$, é comumente denominada *pressão absoluta*.

Pressão absoluta e pressão manométrica

R. J. HOUGHTALEN
NED H. C. HWANG
A. OSMAN AKAN
ENGENHARIA
HIDRÁULICA
4ª edição

- Manômetros costumam ser projetados para medir pressões acima ou abaixo da pressão atmosférica. O resultado obtido, utilizando a pressão atmosférica como base, é denominado *pressão manométrica, P* .
- A pressão absoluta é sempre igual ao somatório da pressão manométrica e da pressão atmosférica.

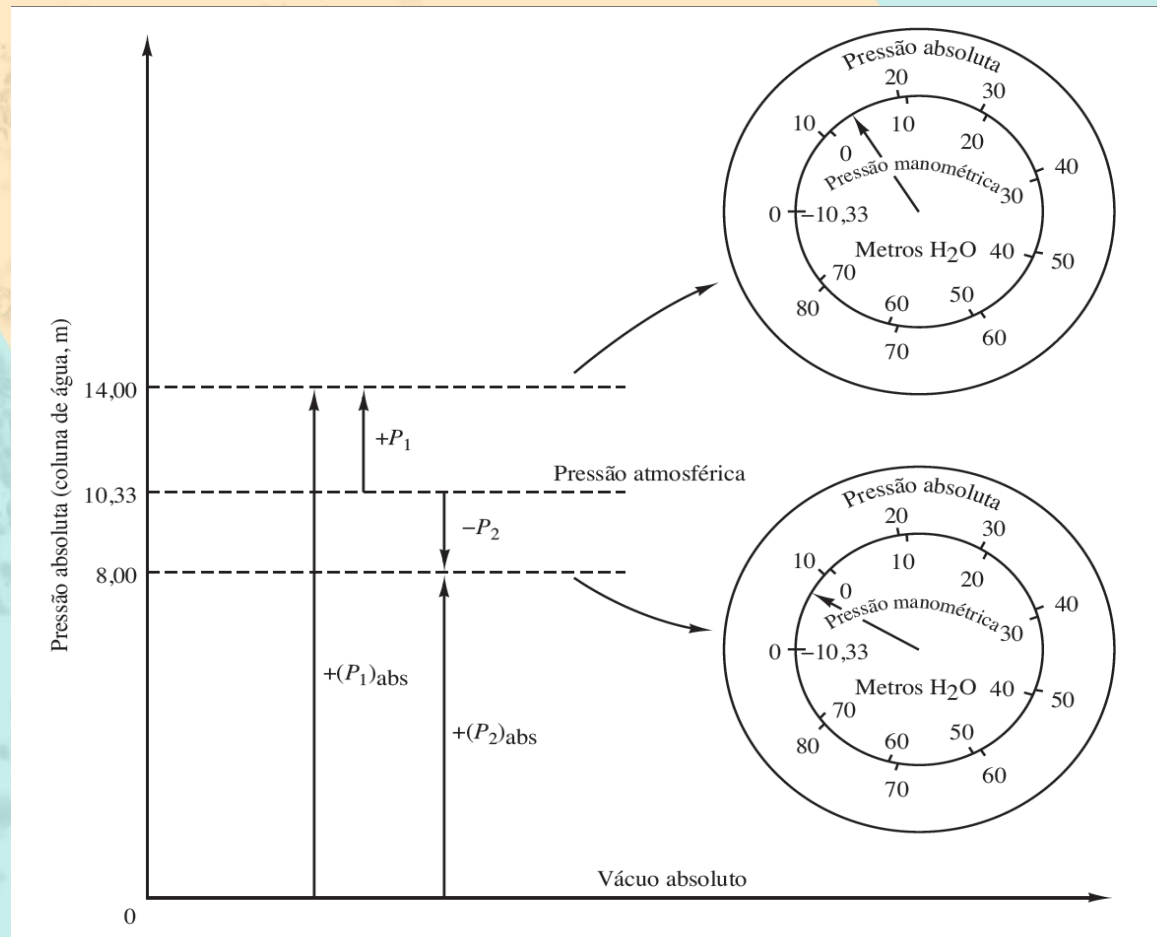
$$P = P_{\text{abs}} - P_{\text{atm}}$$

- A figura a seguir apresenta graficamente a relação entre a pressão absoluta e a pressão manométrica e dois mostradores típicos de manômetros.

Pressão absoluta e pressão manométrica

R. J. HOUGHTALEN
NED H. C. HWANG
A. OSMAN AKAN
ENGENHARIA
HIDRÁULICA

4^a
edição



Pressão absoluta e pressão manométrica

R. J. HOUGHTALEN
NED H. C. HWANG
A. OSMAN AKAN
ENGENHARIA
HIDRÁULICA
4ª edição

- Comparando as equações anteriores:

$$P = \gamma h$$

ou

$$h = \frac{P}{\gamma}$$

- Portanto, a equação $P_B - P_A = \gamma h$ pode ser reescrita de forma mais geral como

$$\frac{P_B}{\gamma} - \frac{P_A}{\gamma} = \Delta h$$

Superfícies de mesma pressão

R. J. HOUGHTALEN
NED H. C. HWANG
A. OSMAN AKAN
ENGENHARIA
HIDRÁULICA
4ª edição

- Uma superfície de mesma pressão requer que:
 1. os pontos sobre a superfície estejam no mesmo líquido,
 2. os pontos estejam na mesma elevação (ou seja, estejam na superfície horizontal), e
 3. o líquido que contém os pontos possa ser relacionado.
- O conceito de superfície de mesma pressão é um método útil na análise da força ou intensidade da pressão hidrostática em vários pontos em um contêiner.

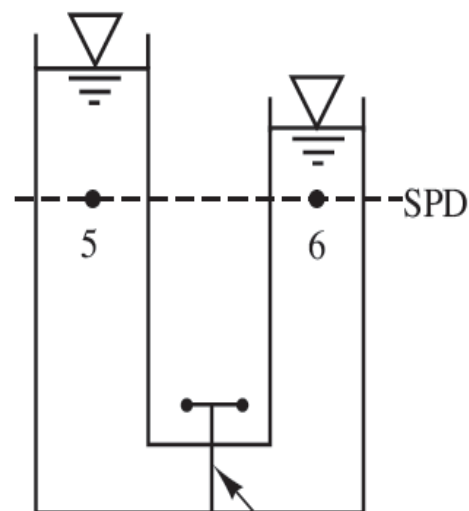
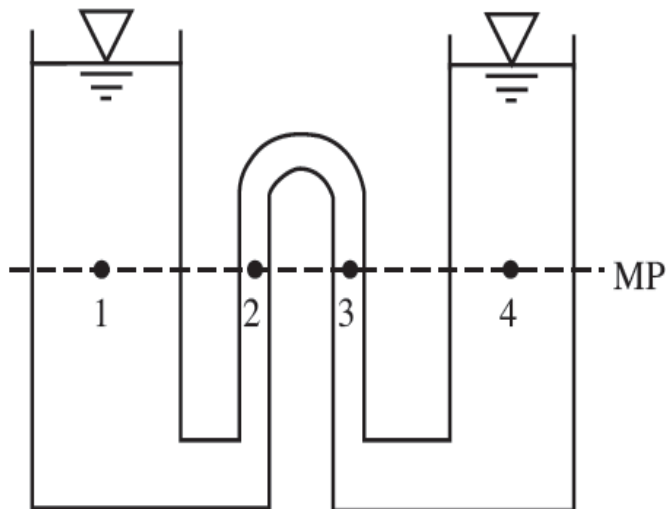
Superfícies de mesma pressão

R. J. HOUGHTALEN
NED H. C. HWANG
A. OSMAN AKAN
ENGENHARIA
HIDRÁULICA
4ª edição

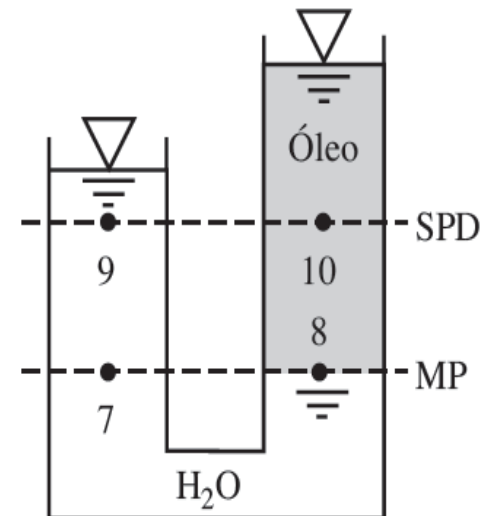
Pressão hidráulica em compartimentos.

MP = superfície de mesma pressão

SPD = superfície de pressão diferente



Válvula
fechada



Manômetros

R. J. HOUGHTALEN
NED H. C. HWANG
A. OSMAN AKAN
ENGENHARIA
HIDRÁULICA
4ª edição

- Um *manômetro* é um dispositivo para medição de pressão. Basicamente, existem dois tipos deles:
 1. Um manômetro aberto possui uma extremidade aberta à pressão atmosférica e é capaz de medir a pressão manométrica em um compartimento.
 2. Um manômetro diferencial possui cada uma de suas extremidades conectada a um fole de pressão distinta e é capaz de medir a diferença de pressão entre os dois foles.
- O líquido utilizado em um manômetro costuma ser mais pesado do que os fluidos a serem medidos.

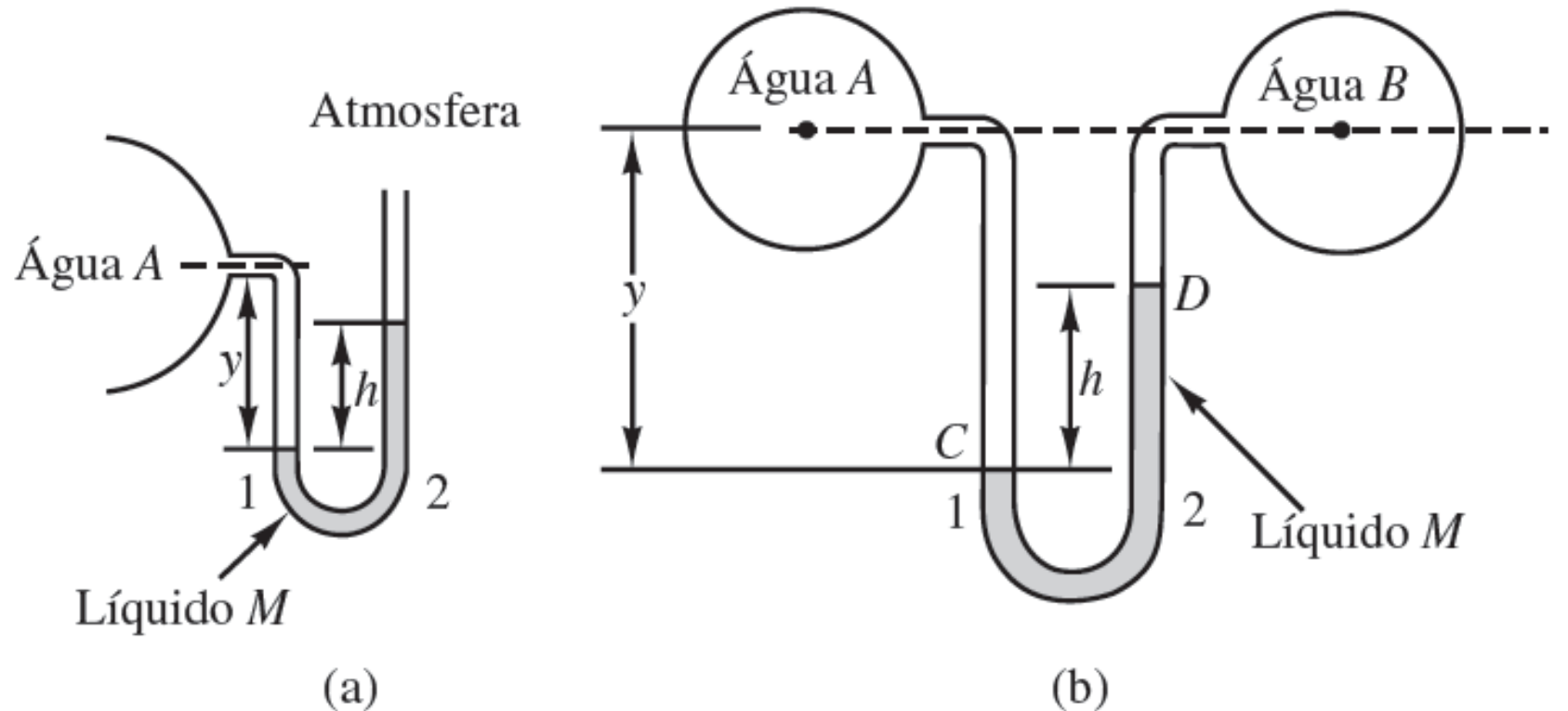
Manômetros

R. J. HOUGHTALEN
NED H. C. HWANG
A. OSMAN AKAN
ENGENHARIA

HIDRÁULICA

4^a
edição

Tipos de manômetros: (a) manômetro aberto e (b) manômetro diferencial.



Manômetros

R. J. HOUGHTALEN
NED H. C. HWANG
A. OSMAN AKAN
ENGENHARIA
HIDRÁULICA
4ª edição

Um procedimento passo a passo simples é sugerido para o cálculo da pressão.

- **Passo 1.** Faça um esboço do sistema manométrico, em escala aproximada.
- **Passo 2.** Desenhe uma linha horizontal cruzando a superfície inferior do líquido do manômetro (ponto 1). A pressão nos pontos 1 e 2 deve ser a mesma, já que o sistema está em equilíbrio estático.
- **Passo 3.** (a) Para manômetros abertos, a pressão em 2 é exercida pelo peso da coluna de líquido M acima de 2; e a pressão em 1 é exercida pelo peso da coluna de água acima de 1 mais a pressão no compartimento A.

Manômetros

- As pressões devem ser de igual valor. Essa relação pode ser escrita da seguinte forma:

$$\gamma_M h = \gamma y + P_A \quad \text{ou} \quad P_A = \gamma_M h - (\gamma y)$$

- (b) Para manômetros diferenciais, a pressão em 2 é exercida pelo peso da coluna de líquido M acima de 2, pelo peso da coluna de água acima de D e pela pressão no compartimento B ; e a pressão em 1 é exercida pelo peso da coluna de água acima de 1 mais a pressão no compartimento A . Essa relação pode ser escrita como:

ou

$$\gamma_M h + \gamma (y - h) + P_B = \gamma y + P_A$$

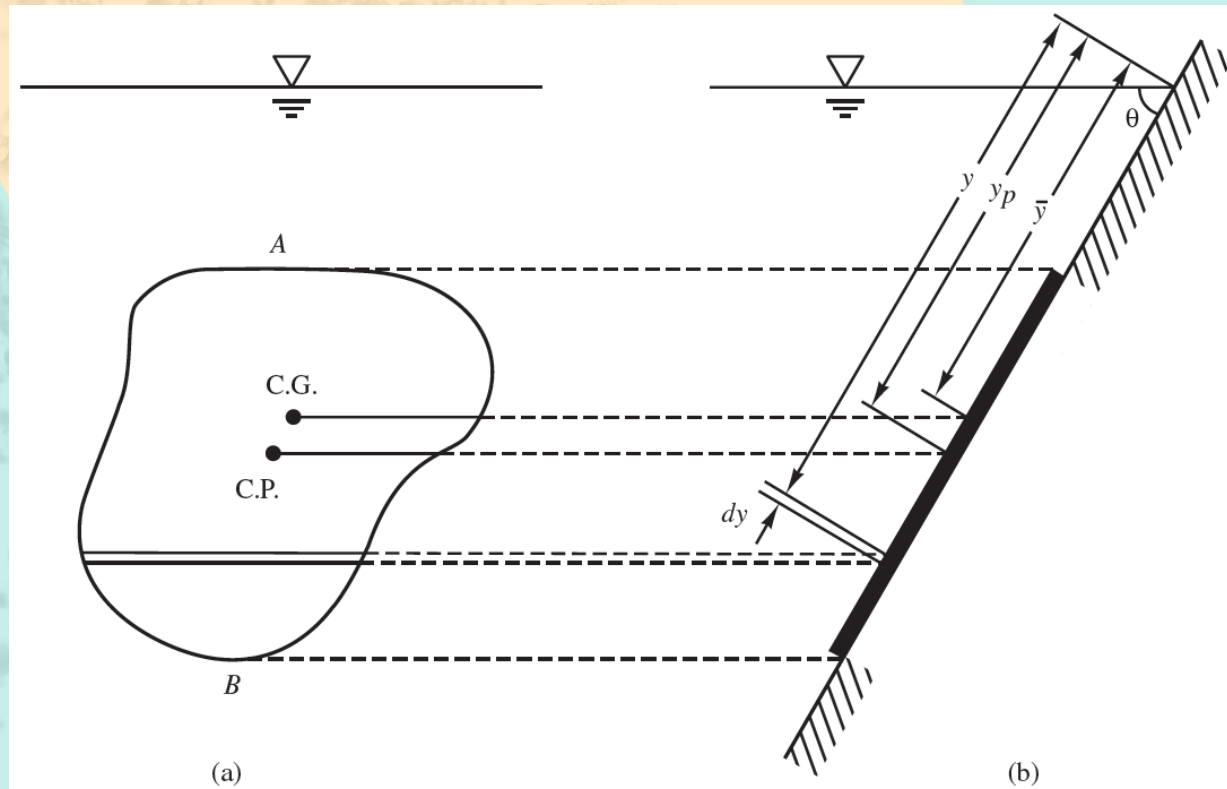
$$\Delta P = P_A - P_B = h(\gamma_M - \gamma)$$

Forças hidrostáticas sobre superfícies planas

R. J. HOUGHTALEN
NED H. C. HWANG
A. OSMAN AKAN
ENGENHARIA
HIDRÁULICA

4^a
edição

Para determinar a magnitude dessa força, vamos examinar uma área arbitrária AB na parte de trás de uma barragem que se inclina a um ângulo θ .



Forças hidrostáticas sobre superfícies planas

R. J. HOUGHTALEN
NED H. C. HWANG
A. OSMAN AKAN
ENGENHARIA
HIDRÁULICA
4ª edição

A parte (a) da figura mostra a visão de um plano (frente) da área, e a parte (b) da figura mostra a projeção de AB sobre a superfície da barragem.

- Podemos supor que a superfície plana AB é composta por um número infinito de faixas horizontais, cada uma com largura dy e área dA .
- A pressão hidrostática em cada faixa pode ser considerada constante, pois a largura de cada uma é muito pequena. Para uma faixa a uma profundidade h abaixo da superfície livre, a pressão é $P = \gamma h = \gamma y \sin \theta$

Forças hidrostáticas sobre superfícies planas

R. J. HOUGHTALEN
NED H. C. HWANG
A. OSMAN AKAN
ENGENHARIA
HIDRÁULICA
4ª edição

A força de pressão total na faixa é a pressão vezes a área

$$dF = \gamma y \sin \theta dA$$

A força de pressão total (força resultante) em todo o plano de superfície AB é a soma da pressão em todas as faixas

$$\begin{aligned} F &= \int_A dF = \int_A \gamma y \sin \theta dA = \gamma \sin \theta \int_A y dA \\ &= \gamma \sin \theta A \bar{y} \end{aligned}$$

Substituindo $\bar{h}$, a distância vertical do centroide abaixo da superfície da água, por $\bar{y} \sin \theta$, temos

$$F = \gamma \bar{h} A$$

Forças hidrostáticas sobre superfícies planas

R. J. HOUGHTALEN
NED H. C. HWANG
A. OSMAN AKAN
ENGENHARIA

HIDRÁULICA

4^a
edição

Definindo y_p como a distância medida do eixo x até o centro de pressão, podemos escrever

$$F y_p = \int_A y dF$$

Logo,

$$y_p = \frac{\int_A y dF}{F}$$

Substituindo as relações $dF = \gamma y \sin \theta dA$ e $F = \gamma \sin \theta A \bar{y}$ podemos escrever a equação acima como

$$y_p = \frac{\int_A y^2 dA}{A \bar{y}}$$

Forças hidrostáticas sobre superfícies planas

R. J. HOUGHTALEN
NED H. C. HWANG
A. OSMAN AKAN
ENGENHARIA
HIDRÁULICA

4^a
edição

Portanto,

$$y_p = \frac{I_x}{M_x}$$

Considerando o centroide do plano, a relação pode ser escrita como

$$y_p = \frac{I_0 + A\bar{y}^2}{A\bar{y}} = \frac{I_0}{A\bar{y}} + \bar{y}$$

O centro de pressão de qualquer superfície plana submersa está sempre abaixo do centroide da área da superfície, ou seja $y_p > \bar{y}$

Forças hidrostáticas sobre superfícies curvas

R. J. HOUGHTALEN
NED H. C. HWANG
A. OSMAN AKAN
ENGENHARIA
HIDRÁULICA
4ª edição

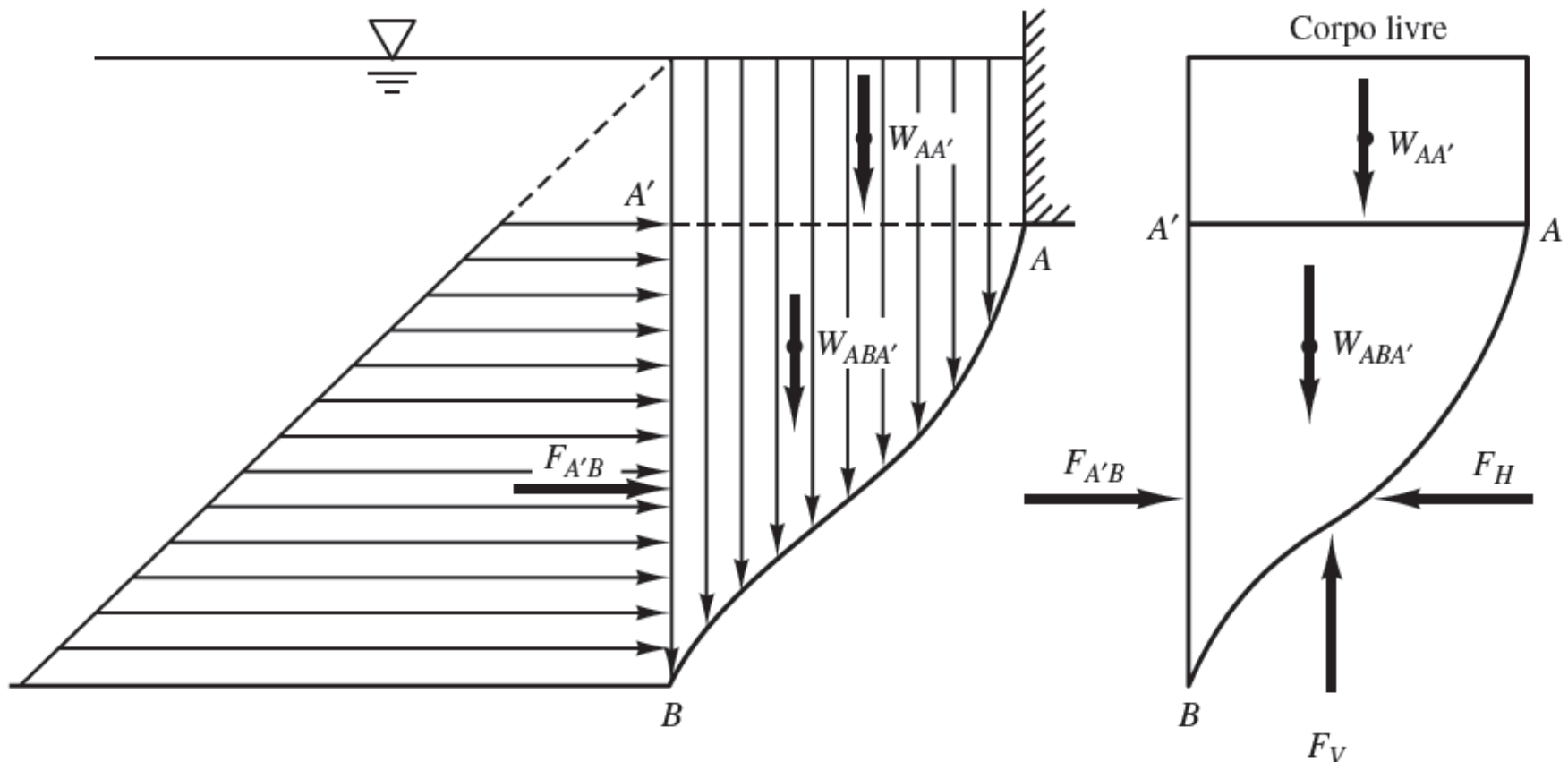
- A força hidrostática em uma superfície curva pode ser analisada obtendo-se a força total de pressão na superfície para o interior de seus componentes horizontais e verticais.
- A figura a seguir apresenta uma parede curva da abertura de um contêiner que possui uma unidade de comprimento perpendicular ao plano da página.
- Como o corpo de água no contêiner está imóvel, cada uma de suas partes deve estar em equilíbrio ou cada um dos componentes de força deve satisfazer as condições de equilíbrio – ou seja, $\Sigma F_x = 0$ e $\Sigma F_y = 0$.

Forças hidrostáticas sobre superfícies curvas

R. J. HOUGHTALEN
NED H. C. HWANG
A. OSMAN AKAN
ENGENHARIA
HIDRÁULICA

4^a
edição

Pressão hidrostática sobre uma superfície curva.



Forças hidrostáticas sobre superfícies curvas

R. J. HOUGHTALEN
NED H. C. HWANG
A. OSMAN AKAN
ENGENHARIA
HIDRÁULICA
4ª edição

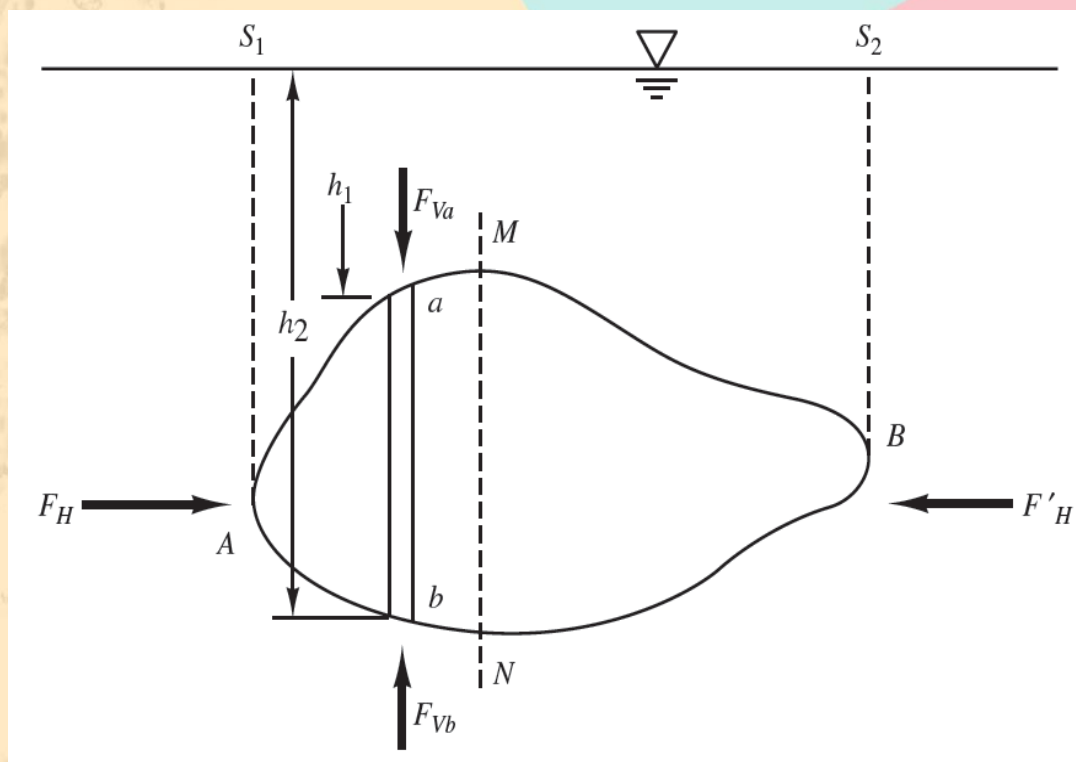
- No diagrama do corpo livre da água contida em ABA' , o equilíbrio requer que a pressão horizontal exercida sobre a superfície plana $A'B$ (a projeção vertical de AB) seja igual e oposta ao componente horizontal de pressão F_H (a força que a parede da porta exerce sobre o fluido). Do mesmo modo, o componente vertical, F_V , deve ser igual ao peso total do corpo de água acima da porta AB . Então, as forças de pressão horizontal e vertical sobre a porta podem ser escritas como

$$\begin{aligned}\Sigma F_x &= F_{A'B} - F_H = 0 \\ \therefore F_H &= F_{A'B} \\ \Sigma F_y &= F_V - (W_{AA'} + W_{ABA'}) = 0 \\ \therefore F_V &= W_{AA'} + W_{ABA'}\end{aligned}$$

Flutuabilidade

- Arquimedes descobriu (~250 a.C.) que o *peso de um corpo submerso é reduzido em um montante igual ao peso do líquido deslocado pelo corpo.*

Considere que um corpo sólido de forma arbitrária, *AB*, está submerso em água conforme se vê na figura ao lado.



Flutuabilidade

- Um plano vertical MN pode, então, ser desenhado através do corpo em direção perpendicular à página.
- O componente de força de pressão vertical pode ser analisado tomando-se um pequeno prisma vertical ab com área de seção transversal dA . A força de pressão vertical no topo do prisma ($\gamma h_1 dA$) atua em movimento descendente.
- A força vertical na base do prisma ($\gamma h_2 dA$) atua em movimento ascendente. A diferença nos dá o componente de força vertical resultante do prisma (*força de flutuabilidade*).

$$F_V = \gamma h_2 dA - \gamma h_1 dA = \gamma (h_2 - h_1) dA \uparrow$$

Flutuabilidade

R. J. HOUGHTALEN
NED H. C. HWANG
A. OSMAN AKAN
ENGENHARIA
HIDRÁULICA
4ª edição

- O peso do prisma submerso é reduzido em um montante igual ao peso do líquido substituído pelo prisma.
- Um somatório das forças verticais em todos os prismas que compõem o corpo submerso AB prova o princípio de Arquimedes.

Estabilidade da flutuação

- A estabilidade de um corpo em flutuação é determinada pelas posições relativas do *centro de gravidade* do corpo G e o centro de *flutuabilidade* B , conforme mostra a figura a seguir.

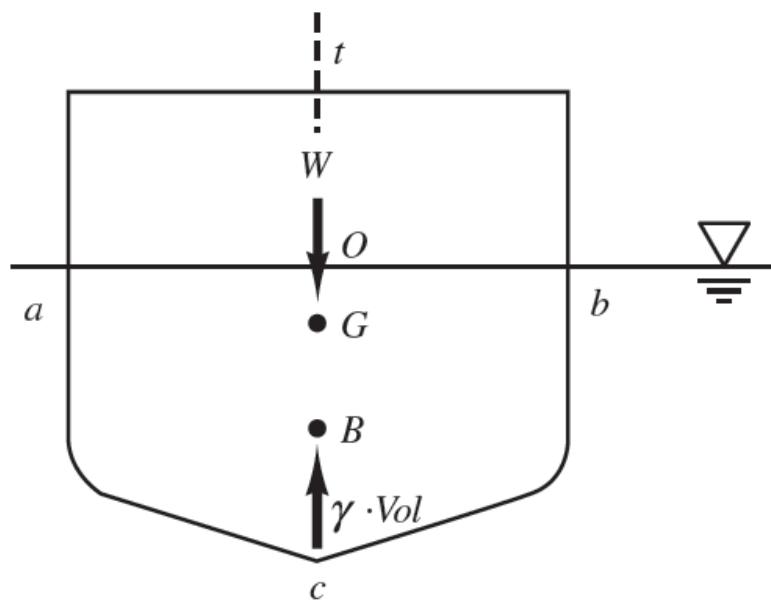
Estabilidade da flutuação

R. J. HOUGHTALEN
NED H. C. HWANG
A. OSMAN AKAN
ENGENHARIA

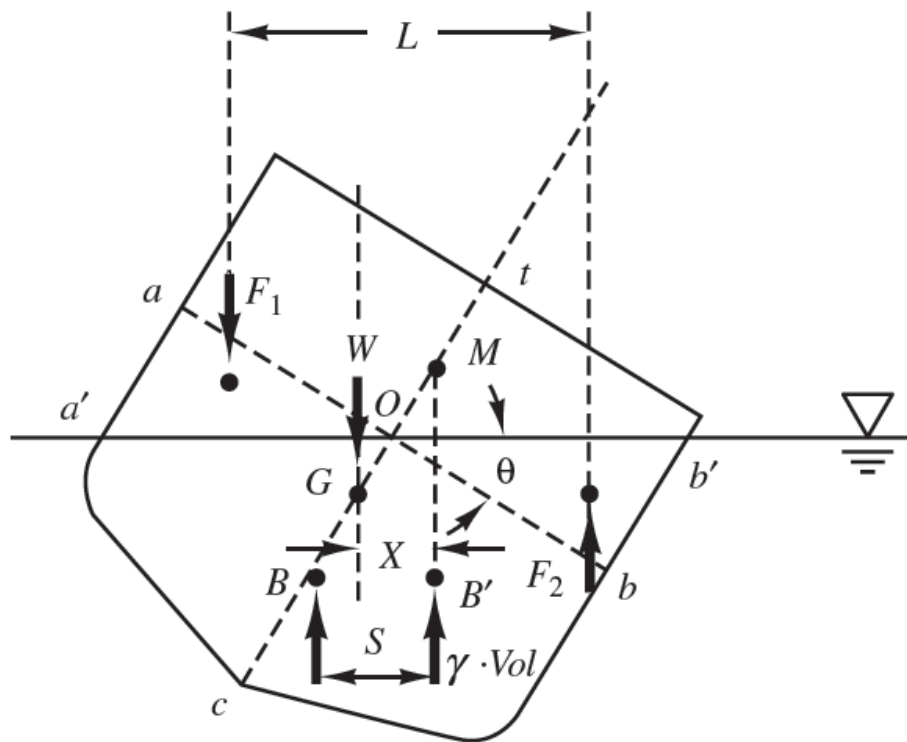
HIDRÁULICA

4^a
edição

Centro de flutuabilidade e metacentro de um corpo flutuante.



(a)



(b)

Estabilidade da flutuação

R. J. HOUGHTALEN
NED H. C. HWANG
A. OSMAN AKAN
ENGENHARIA
HIDRÁULICA
4ª edição

- O corpo está em equilíbrio se seu centro de gravidade e seu centro de flutuabilidade estiverem sobre a mesma linha vertical, como na parte (a) da figura.
- Esse equilíbrio pode ser abalado por uma série de motivos (por exemplo, a ação do vento ou da onda), e o corpo em flutuação é feito para elevar-se ou declinar-se através de um ângulo θ , conforme a parte (b) da figura.
- Quando o corpo em flutuação está em posição de elevação, seu centro de gravidade permanece inalterado, mas o centro de flutuabilidade, que é agora o centro de gravidade da área $a'cb'$, foi alterado de B para B' .

Estabilidade da flutuação

R. J. HOUGHTALEN
NED H. C. HWANG
A. OSMAN AKAN
ENGENHARIA

HIDRÁULICA

4^a
edição

- A força flutuante $\gamma \cdot Vol$, atuando de forma ascendente através de B' , e o peso do corpo W , atuando de forma descendente através de G , constituem um par, $W \cdot x$, que resiste a futuras transformações e tende a restaurar o corpo à sua posição de equilíbrio original.
- O ponto M é conhecido como *metacentro* do corpo flutuante, e a distância entre o centro de gravidade e o metacentro é conhecida como *altura metacêntrica*.
- A rotação por um ângulo θ altera somente a forma do volume deslocado acrescentando a cunha de imersão *bob'* e subtraindo a cunha de emersão *aoa'*.

Estabilidade da flutuação

R. J. HOUGHTALEN
NED H. C. HWANG
A. OSMAN AKAN
ENGENHARIA
HIDRÁULICA
4ª edição

- Nessa nova posição, a força flutuante total ($\gamma \cdot Vol$) movimenta-se de S a B' ao longo de uma distância horizontal. Essa movimentação cria um par F_1 e F_2 em razão das novas cunhas de imersão e emersão. O momento da força resultante $(\gamma \cdot Vol)_B'$ em relação ao ponto B deve ser igual à soma dos momentos das forças componentes:

$$\begin{aligned}\gamma Vol)_{B'}(S) &= (\gamma Vol)_B(\text{zero}) + \text{momento do par de forças} \\ &= 0 + \gamma Vol_{\text{cunha}} L\end{aligned}$$

Estabilidade da flutuação

Ou $(\gamma Vol)_{B'} S = \gamma Vol_{\text{cunha}} L$

$$S = \frac{Vol_{\text{cunha}}}{Vol} L$$

Segundo a relação geométrica, entretanto, temos

$$S = \overline{MB} \sin \theta \quad \text{ou} \quad \overline{MB} = \frac{S}{\sin \theta}$$

Combinando as equações temos

$$\overline{MB} = \frac{Vol_{\text{cunha}} L}{Vol \sin \theta}$$

Para um ângulo pequeno, $\sin \theta \approx \theta$, a relação anterior pode ser simplificada para

$$\overline{MB} = \frac{Vol_{\text{cunha}} L}{Vol \theta}$$

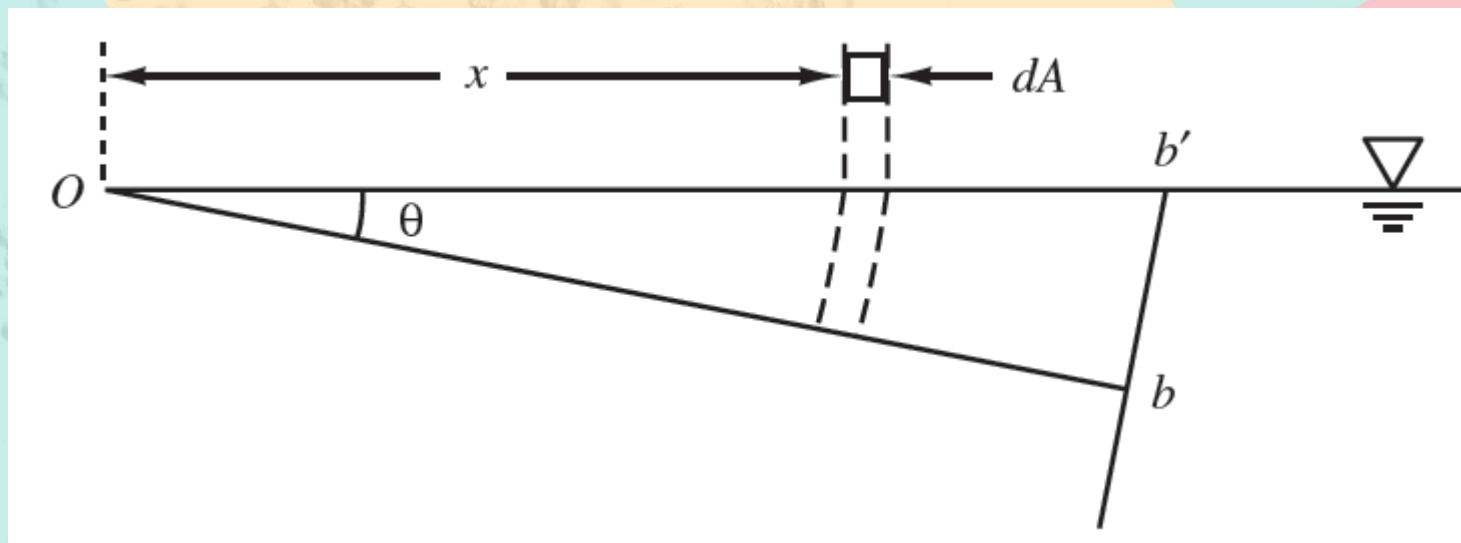
Estabilidade da flutuação

R. J. HOUGHTALEN
NED H. C. HWANG
A. OSMAN AKAN
ENGENHARIA

HIDRÁULICA

4^a
edição

A força flutuante produzida pela cunha bob' , conforme mostrado na figura abaixo, pode ser estimada considerando-se um pequeno prisma na cunha.



Estabilidade da flutuação

R. J. HOUGHTALEN
NED H. C. HWANG
A. OSMAN AKAN
ENGENHARIA
HIDRÁULICA
4ª edição

Suponha que o prisma possui uma área horizontal, dA , e está localizado a uma distância x do eixo de rotação O . A altura do prisma é $x(\tan \theta)$. Para um pequeno ângulo θ , ele pode ser aproximado para $x \theta$. Desse modo, a força flutuante produzida por esse pequeno prisma é $\gamma x \theta dA$. O momento dessa força em relação ao eixo de rotação O é $\gamma x^2 \theta dA$.

A soma dos momentos produzidos por cada um dos prismas na cunha dá-nos o momento da cunha de imersão. O momento produzido pelo par de forças é, portanto,

$$\gamma Vol_{\text{cunha}} L = FL = \int_A \gamma x^2 \theta dA = \gamma \theta \int_A x^2 dA$$

Estabilidade da flutuação

R. J. HOUGHTALEN
NED H. C. HWANG
A. OSMAN AKAN
ENGENHARIA

HIDRÁULICA

4^a
edição

- Contudo, $\int_A x^2 dA$ é o momento de inércia da área de seção transversal da linha de flutuação do corpo flutuante em relação ao eixo de rotação O .

$$I_0 = \int_A x^2 dA$$

- Assim, temos $Vol_{\text{cunha}} L = I_0 \theta$

- Para pequenos ângulos de inclinação, o momento de inércia para a seção transversal perpendicular aob e a seção transversal inclinada $a'ob'$ podem ser aproximados por um valor constante. Portanto,

$$\overline{MB} = \frac{I_0}{Vol}$$

Estabilidade da flutuação

R. J. HOUGHTALEN
NED H. C. HWANG
A. OSMAN AKAN
ENGENHARIA
HIDRÁULICA
4ª edição

- A altura metacêntrica, definida como a distância entre o metacentro M e o centro de gravidade G , pode ser estimada em

$$\overline{GM} = \overline{MB} \pm \overline{GB} = \frac{I_0}{Vol} \pm \overline{GB}$$

- Quando a inclinação acontece conforme a figura apresentada anteriormente, o *momento de recuperação* é

$$M = W\overline{GM}\sin\theta$$

- Um corpo flutuante está estável se o centro de gravidade estiver abaixo do metacentro. Se não, ele está instável.
- Um corpo submerso está estável se o centro de gravidade estiver abaixo do centro de flutuabilidade.