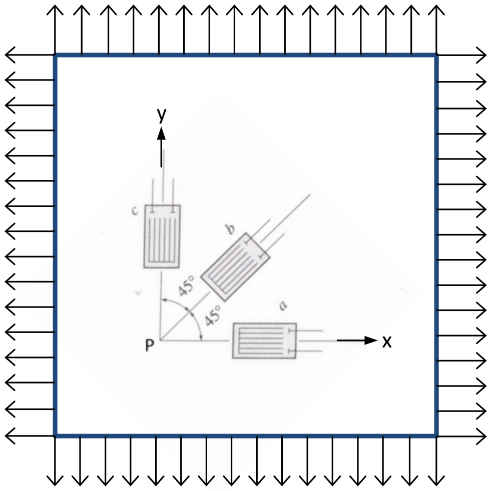
ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
Departamento de Engenharia Mecânica

PME3211 – Mecânica dos Sólidos II – Segunda Prova – 14/10/2015

Resolução

1ª Questão (5,0 pontos)



A placa quadrada da figura tem lado $a = 200mm$ e espessura $t = 10mm$. Sobre ela foi colada uma roseta com extensômetros a 45°. Esta placa foi, então, submetida a um estado biaxial de tensão, com $\sigma_x = 40MPa$ e $\sigma_y = 20MPa$, conforme a figura. Com a aplicação desse carregamento, as leituras obtidas dos extensômetros a e c foram, respectivamente, $\varepsilon_a = 300\mu$ e $\varepsilon_c = 0$. Pede-se:

a) determinar o módulo de elasticidade E e o coeficiente de Poisson ν do material da placa;
b) obter as deformações principais;
c) calcular a máxima distorção;
d) desenhar os círculos de Mohr das deformações;
e) calcular a variação que houve na espessura da placa com a aplicação do carregamento;
f) calcular a variação que houve no volume da placa com a aplicação do carregamento.
g) calcular qual é a leitura ε_b obtida do extensômetro b.

Resolução:

a) Da lei de Hooke, como $\sigma_z = 0$:

$\varepsilon_x = \frac{1}{E}\left(\sigma_x - \nu\sigma_y\right)$ e $\varepsilon_y = \frac{1}{E}\left(\sigma_y - \nu\sigma_x\right)$

como $\varepsilon_x = \varepsilon_a$ e $\varepsilon_y = \varepsilon_c$, então:

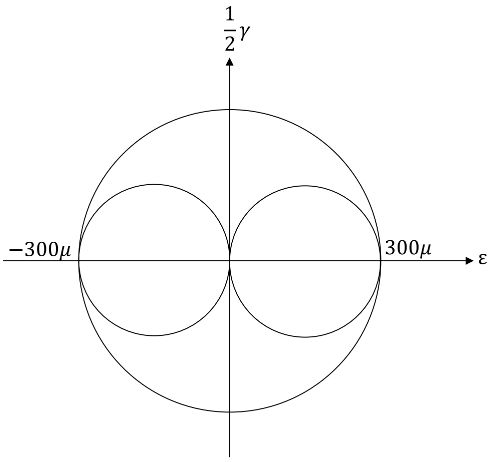
$\boxed{E = 100GPa}$ e $\boxed{\nu = 0{,}5}$ (1,0)

b) como o material é elástico linear, as direções principais de deformação coincidem com as direções principais de tensão. As deformações principais serão, então, ε_x, ε_y e ε_z. Da lei de Hooke:

$\varepsilon_z = -\frac{\nu}{E}\left(\sigma_x + \sigma_y\right) = -300\mu$

Assim: $\boxed{\varepsilon_1 = 300\mu}$ $\boxed{\varepsilon_2 = 0}$ $\boxed{\varepsilon_3 = -300\mu}$ (1,0)

c) $\gamma_{max} = \varepsilon_1 - \varepsilon_2 \Rightarrow$ $\boxed{\gamma_{max} = 600\mu}$ (0,5) d)



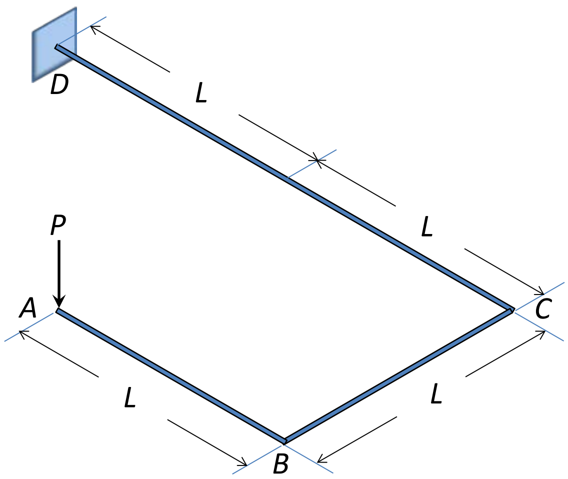
(0,5)

e) $\Delta t = \varepsilon_z\, t \Rightarrow$ $\boxed{\Delta t = -0{,}003\ mm}$ (0,5)

f) Como o material é incompressível ($\nu = 0{,}5$) $\Rightarrow$ $\boxed{\Delta V = 0}$ (0,5)

g) $\gamma_{xy} = 2\varepsilon_b - (\varepsilon_a + \varepsilon_c)$, mas $\gamma_{xy} = 0$. Então: $\boxed{\varepsilon_b = 150\mu}$ (1,0)

2ª Questão (5,0 pontos)

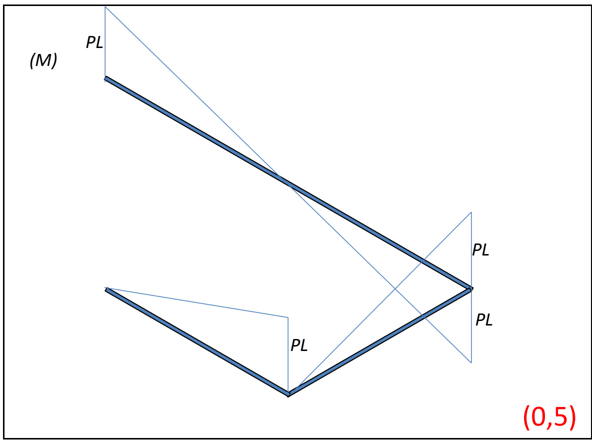


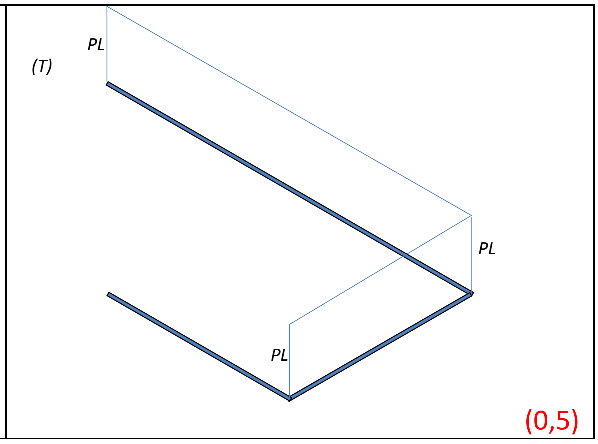
A estrutura horizontal da figura é formada por um arame de peso desprezível, dobrado em ângulos de $90°$, e está engastada na sua extremidade D. Usando o *Princípio do Trabalho e da Energia*, pede-se calcular o deslocamento vertical sofrido pela extremidade *A* quando nela é aplicada uma força *P*, desprezando a energia devida às forças cortantes.

São dados: E e I

Fazer: $G = E/3$ e $I_P = 2I$

Resolução:





Desprezando a parcela devida à força cortante, a energia complementar total será a soma da energia complementar devida ao momento fletor U_M^* com a energia devida ao momento de torção U_T^*:

$$U^* = U_M^* + U_T^*$$

Mas:

$$U_M^* = 4\left(\frac{1}{2EI}\int_0^L (Px)^2 dx\right) \Rightarrow \boxed{U_M^* = \frac{2}{3}\frac{P^2L^3}{EI}} \qquad (1{,}0)$$

e

$$U_T^* = 3\left(\frac{1}{2GI_P}\int_0^L (PL)^2 dx\right) = \frac{3}{2}\frac{P^2L^3}{GI_P} \Rightarrow \boxed{U_T^* = \frac{9}{4}\frac{P^2L^3}{EI}} \qquad (1{,}0)$$

$$\Rightarrow \boxed{U^* = \frac{35}{12}\frac{P^2L^3}{EI}} \qquad (0{,}5)$$

Pelo Princípio do Trabalho e da Energia $W = U$ e, como o material é elástico linear, $U = U^*$. Então

$$\boxed{W = U^*}$$ (0,5)

A única força que realiza trabalho é P e seu trabalho é:

$$\boxed{W = \frac{1}{2} P\delta_A}$$ (0,5)

onde δ_A é o deslocamento vertical do ponto A. Então:

$$\frac{1}{2} P\delta_A = \frac{35}{12}\frac{P^2L^3}{EI} \Rightarrow \boxed{\delta_A = \frac{35}{6}\frac{PL^3}{EI}}$$ (0,5)