Nome:____N. USP:________________

Física II: Prova III

- Não adianta apresentar contas sem uma discussão mínima sobre o problema. Respostas sem justificativas não serão consideradas.
- Defina claramente seu referencial cartesiano.
- Use caneta para as respostas finais das questões. Conteúdo a lápis não será considerado na hora da revisão.
- Não é permitido o uso de celulares.

1) No churrasco de final de ano de 2017, os alunos da turma de engenharia de materiais resolveram testar seus conhecimentos de Física II sobre o calor. O objetivo é refrigerar latas de cerveja para o churrasco. Cada lata é feita de alumínio, de massa igual a 28 g e capacidade de 350 ml, e está repleta de cerveja. A lata inicialmente encontra-se à temperatura de 25^0 C.

a) Um aluno propõe utilizar um conhecimento empírico de usar 0.4 Kg de gelo à -10^0C por lata em um cooler termicamente isolado. Um segundo aluno levanta a possibilidade de que a cerveja talvez congele. Alguma fração da lata de cerveja congelará (**0.7 pontos**) ? Se sim qual fração? O gelo derreterá (**0.7 pontos**) ? Se sim qual a fração? Qual será a temperatura final do sistema (**0.6 pontos**) ? Todas respostas precisam ser justificadas.

b) Para evitar um eventual congelamento da cerveja, outro aluno propõe um outro procedimento. Ele deseja calcular a quantidade mínima necessária de gelo à -10^0C para ser misturada com uma lata de cerveja de modo que sua temperatura final seja 0^0C e o gelo derreta totalmente. Qual deve ser esta massa por lata? (**1.0 pontos)**

Considere que o sistema cerveja-gelo não perde/ganha calor do ambiente. Dados: calor específico do Alumínio: c_{Al} = 0,20 cal/g ºC, calor específico da cerveja: $c_{cerveja}$ = 1,01 cal/g ºC, calor específico do gelo: c_{gelo} = 0,49 cal/g ºC, massa específica da cerveja: $\rho_{cerveja}$ = 1,02 g/cm^3, Calor latente de fusão do gelo L = 80 cal/g

a) A quantidade de energia para resfriar a lata de 25°C à 0°C é

$$Q_1 = (m_{Al} c_{AL} + m_c c_c) \times 25 K$$

$m_{AL} = 28$, $c_{AL} = 0.2\ cal/g\,K$, $m_c = 350 \times 1.02 g$ 0.2

$$Q_1 = 9159.25 \text{ calorias}$$

A quantidade de energia para esquentar o gelo de -10°C à 0° é

$$Q_2 = m_g c_g 10 = 1960 \text{ calorias}$$ 0.2

Como $Q_1 > Q_2$, a cerveja não congelará! Já que o processo de levar o gelo de $-10°C$ à $0°C$ não absorver todo o calor removido para trazer a cerveja à $0°C$ 0.3

Então o gelo precisará derreter para conseguir levar a cerveja à $0°C$

Para calcular a fração de gelo que derreterá temos que fazer

$$Q_1 - Q_2 = mL$$

$$m = \frac{9154.25 - 1960}{80} \simeq 90 g$$ 0.3

fração é $90/400$ 0.4

E a temperatura final é $0°C$ 0.6

b) A quantidade mínima de gelo que será derretida é dada por

$$m'_g c_g \times 10 + L m'_g = Q_1$$ 0.5

$$m'_g = \frac{9154.25}{80 + 4.9} \simeq 107.8 g$$ 0.5

2) Um submarino está enguiçado a uma profundidade de 75 m. O plano para resgatar a tripulação é utilizar uma câmara cilíndrica de raio de 1 m e altura de 5 m, a qual é aberta em baixo e levará dois operadores. Esta câmara será baixa com um cabo, e no final da descida será conectada a escotilha do submarino, por onde a tripulação poderá passar para a câmara. Mas para o plano funcionar, durante a descida, os operadores precisam liberar ar de tanques para que a câmara não seja inundada. Para que isso aconteça, a pressão do ar no interior da câmara deve ser igual à pressão da água à profundidade h, dada por $p_0+\rho gh$, onde $p_0=1$ atm na superfície e $\rho=1024$ kgm^3 é a densidade da água do mar. Suponha que a temperatura na superfície é de 20^0C e na profundidade do submarino de 0^0C. Considere R= 8.31 J/mol.K.

a) Qual o volume de ar na superfície? (**0.5 pontos**)
b) Se não tivesse sido liberado ar de tanques qual seria o volume do ar na câmara à profundidade h=75 m? (**1.5 pontos**)
c) Quantos mols adicionais de ar foram necessários para manter o volume inicial de ar na câmara? (**1.0 ponto**)

a) $V = \pi(r^2) \times \cancel{h} = \pi(1)^2 5 \cong 15.7\, m^3$ 0.5

b) na superfície $T_1 = 20°C = 293 K$
no submarino $T_2 = 0°C = 273 K$

$P_2 = 1\,atm + \frac{1024 \times 9.8 \times 75}{1.01\; 10^5} \simeq 8.45\, atm$ 0.5

Usando a lei dos gases ideais
$PV = nRT$ temos

$\frac{P_1 V_1}{P_2 V_2} = \frac{T_1}{T_2}$ 0.5

$V_2 = \frac{P_1 V_1 T_2}{V_2 T_1} = \frac{1 \times 273 \times 15.7}{8.45 \times 293} \simeq 1.73\, m^3$ 0.5

c) Já que a quantidade de ar da superfície fica reduzida à um Volume de 1.73 m^3, precisamos de mais ar para preencher o Volume restante. Assim isso é dado por

$$n = \frac{P \Delta V}{RT}$$ 0.5

P = pressão do fundo = 8,45 atm

T = Temperatura do fundo = 273 K

$\Delta V = (15.7 - 1.73)\ m^3$

$$n = \frac{8.45 \times 1.01\ 10^5 \times (15.7 - 1.73)}{8.31 \times 273}$$

$n \simeq 5.2\ 10^3$ moles 0.5

3) Um gás ideal com n mols e coeficiente adiabático γ passa por um processo cíclico composto por 3 etapas. A partir de um estado inicial A, de pressão P_A e volume V_A, o gás sofre uma expansão adiabática até atingir um estado B, de volume r vezes maior do que V_A, com $r > 1$. Na segunda etapa, ocorre uma compressão isotérmica até o sistema atingir o estado C, de volume igual ao inicial (V_A). Finalmente, um processo isocórico fecha o ciclo. A constante universal dos gases é denotada por R. **Dica: faça um esboço do diagrama PV, para ajudar a visualizar e entender bem o ciclo.**

a) Complete a tabela abaixo (reproduza-a na folha de respostas). (1.5 pontos)

Estado	V	P	T
A	V_A	P_A	
B			
C			

b) Se Q, W e U respectivamente representam o calor fornecido ao sistema, o trabalho realizado PELO sistema e a variação da energia interna do sistema, preencha a tabela abaixo (reproduza a tabela na folha de respostas). (1.5 pontos)

Processos	W	Q	ΔU
$A \rightarrow B$			
$B \rightarrow C$			
$C \rightarrow A$			

c) Determine o rendimento desse sistema, visto como um motor, apenas em função de $\rho = T_A/T_B$. (1 ponto)

Q3 (a)

A: $\boxed{T_A = \dfrac{P_A V_A}{nR}}$

B: $\boxed{V_B = r V_A}$ $\quad P_A V_A^{\gamma} = P_B V_B^{\gamma} \Rightarrow P_B = \left(\dfrac{V_A}{V_B}\right)^{\gamma} P_A \quad \therefore \boxed{P_B = r^{-\gamma} P_A}$

$$T_A V_A^{\gamma-1} = T_B V_B^{\gamma-1} \Rightarrow T_B = \left(\frac{V_A}{V_B}\right)^{\gamma-1} T_A$$

$$\therefore \boxed{T_B = r^{1-\gamma} \frac{P_A V_A}{nR}}$$

C: $\boxed{V_C = V_A}$ $\quad T_C = T_B \Rightarrow \boxed{T_C = r^{1-\gamma} \dfrac{P_A V_A}{nR}}$

$$P_B V_B = P_C V_C \Rightarrow \cancel{V_C = \frac{P_B V_B}{P_C}}$$

$$\Rightarrow P_C = \frac{V_B}{V_C} P_B \quad \therefore \boxed{P_C = r^{1-\gamma} P_A}$$

	P (0,5)	V	T (1,0)
A	P_A	V_A	$P_A V_A / nR$ 0,2
B	P_A / r^{γ} 0,25	$r V_A$	$\dfrac{1}{r^{\gamma-1}} \cdot \dfrac{P_A V_A}{nR}$ 0,4
C	$P_A / r^{\gamma-1}$ 0,25	V_A	$\dfrac{1}{r^{\gamma-1}} \cdot \dfrac{P_A V_A}{nR}$ 0,4

SEMPRE $\dfrac{PV}{T} = nR$.

(b) $A \to B$: ADIABÁTICO, $\boxed{Q = 0}$

PELA 1ª LEI, $\Delta U = -W$.

$-\Delta U$

OU USA $W = \dfrac{-\Delta(PV)}{\gamma - 1} = \dfrac{1}{\gamma-1}(P_A V_A - P_B V_B) = \dfrac{P_A V_A}{\gamma - 1}\left(1 - \dfrac{1}{r^{\gamma-1}}\right)$

OU USA $\Delta U = C_V \Delta T = \dfrac{nR}{\gamma-1}(T_B - T_A) = \dfrac{nR}{\gamma-1}\left[\dfrac{1}{r^{\gamma-1}} \dfrac{P_A V_A}{nR} - \dfrac{P_A V_A}{nR}\right]$

$-W$

$B \to C$: ISOTERMA, $\boxed{\Delta U = 0}$.

PELA 1ª LEI, $Q = W$.

$$W_{B\to C} = nRT_B \ln\left(\frac{V_C}{V_B}\right) = nR\left[\frac{1}{r^{\gamma-1}}\cdot\frac{P_A V_A}{nR}\right]\ln\left(\frac{1}{r}\right)$$

$$\therefore \boxed{Q_{B\to C} = W_{B\to C} = -\frac{P_A V_A}{r^{\gamma-1}}\ln r}$$

$C \to A$: ISOVOLUMÉTRICO, $\Delta V = 0$, $\boxed{W = 0}$.

PELA 1ª LEI, $\Delta U = Q$.

$$Q_{C\to A} = C_V(T_A - T_C) = \frac{nR}{\gamma-1}\left(\frac{P_A V_A}{nR} - \frac{1}{r^{\gamma-1}}\frac{P_A V_A}{nR}\right)$$

$$= \frac{P_A V_A}{\gamma-1}\left(1 - \frac{1}{r^{\gamma-1}}\right)$$

$$\therefore \boxed{U_A - U_C = Q_{C\to A} = \frac{P_A V_A}{\gamma-1}\left(1 - \frac{1}{r^{\gamma-1}}\right)}$$

	Q	W	ΔU	
$A \to B$	0	$\frac{P_A V_A}{\gamma-1}\left(1-\frac{1}{r^{\gamma-1}}\right)$	$-\frac{P_A V_A}{\gamma-1}\left(1-\frac{1}{r^{\gamma-1}}\right)$	$\to 0{,}5$
$B \to C$	$-\frac{P_A V_A}{r^{\gamma-1}}\ln r$	$-\frac{P_A V_A}{r^{\gamma-1}}\ln r$	0	$\to 0{,}5$
$C \to A$	$\frac{P_A V_A}{\gamma-1}\left(1-\frac{1}{r^{\gamma-1}}\right)$	0	$\frac{P_A V_A}{\gamma-1}\left(1-\frac{1}{r^{\gamma-1}}\right)$	$\to 0{,}5$

SEMPRE $\Delta U = Q - W$.

(c) ~~$\varepsilon = 1 -$ CALOR FORNECIDO PELA FONTE QUENTE / CALOR DESC~~

0,1 0,3

$$\varepsilon = 1 - \frac{\text{CALOR DESCARTADO À FONTE FRIA}}{\text{CALOR FORNECIDO PELA FONTE QUENTE}} = 1 - \frac{-Q_{B\to C}}{+Q_{C\to A}}$$

0.3

$$\varepsilon = 1 - \frac{(P_A V_A \ln r)/r^{\gamma-1}}{\frac{P_A V_A}{\gamma-1}\left(1 - \frac{1}{r^{\gamma-1}}\right)} = 1 - \frac{\gamma-1}{r^{\gamma-1}-1}\ln r = 1 - \frac{\ln(r^{\gamma-1})}{r^{\gamma-1}-1}.$$

MAS $\rho = \frac{T_A}{T_B} = r^{\gamma-1}$. LOGO, $\boxed{\varepsilon = 1 - \frac{\ln\rho}{\rho-1}}$. 0,3

Exercício Extra

Nome: ______________________________________ n^0 USP______________

1) a) Partindo da primeira lei da termodinâmica demonstre que para uma expansão adiabática quase-estática PV^{γ}=constante onde $\gamma=C_p/C_v$. (**1.5 pontos**)

c) demonstre que para o mesmo sistema $TV^{\gamma-1}$=constante onde $\gamma=C_p/C_v$. (**0.5 pontos**)

d) Calcule o trabalho efetuado pelo gás quando este expande de V_1 à V_2. (**1.5 pontos**)

Da primeira lei temos que

$$dQ = dU + PdV = 0 \quad \text{adiabatica}$$

Mas sabemos que $dU = c_v dT$

assim

$$C_v dT + PdV = 0$$ 0.2

Utilizando a eq. dos gases ideais

$PV = nRT$ podemos diferencia-la

e obter

$$PdV + VdP = nRdT$$ 0.2

$$PdV + VdP = nR\left(-\frac{PdV}{C_v}\right)$$

$$C_v PdV + C_v V dP = -nRPdV$$

$$\underbrace{(C_v + nR)}_{C_p} PdV + C_v V dP = 0$$

$$C_p PdV + C_v VdP = 0$$

$$\gamma = \frac{C_p}{V_c} \Rightarrow \gamma PdV + VdP = 0$$

$$\gamma \frac{dV}{V} + \frac{dP}{P} = 0$$ 0.4

integrando

$$\gamma \ln V + \ln P = \text{const}$$ 0.4

$$V^{\gamma} P = \text{const}$$ 0.3

b) Usando que $PV = nRT$

$$P = n\frac{RT}{V}$$

$$n\frac{RT}{V} \cdot V^{\gamma} = const$$

$$TV^{\gamma-1} = const'$$ 0.5

c) Sabemos que $PV^{\gamma} = const$

$$PV^{\gamma} = P_1 V_1^{\gamma}$$

$$dW = PdV = \frac{P_1 V_1^{\gamma}}{V^{\gamma}} dV$$ 0.5

$$W = P_1 V_1^{\gamma} \left. \frac{V^{-\gamma+1}}{-\gamma+1} \right|_{V_1}^{V_2}$$ 0.5

$$= \frac{P_1 V_1^{\gamma}}{1-\gamma} \left(V_2^{1-\gamma} - V_1^{1-\gamma} \right)$$

$$= \frac{P_1 V_1^{\gamma}}{\gamma - 1} \left(\frac{1}{V_1^{\gamma-1}} - \frac{1}{V_2^{\gamma-1}} \right)$$ 0.5