UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
FACULDADE DE ECONOMIA, ADMINISTRAÇÃO E CONTABILIDADE
DEPARTAMENTO DE ECONOMIA

EAE 308 – Macroeconomia II
2º Semestre de 2017

Prof. Fernando Rugitsky

Gabarito da Lista de Exercícios 4

[1]

[a] $K/AN = [s/(\delta + g_A + g_N)]^2 = 1$; $Y/AN = 1$; $g_{Y/AN} = 0$; $g_{Y/N} = 4\%$; $g_Y = 6\%$

[b] $K/AN = (4/5)^2$; $Y/AN = 4/5$; $g_{Y/AN} = 0$; $g_{Y/N} = 8\%$; $g_Y = 10\%$

[c] $K/AN = (4/5)^2$; $Y/AN = 4/5$; $g_{Y/AN} = 0$; $g_{Y/N} = 4\%$; $g_Y = 10\%$. As pessoas estão em melhor situação em [a]. Embora os níveis tecnológicos sejam os mesmos em [a] e [c], o nível de capital por trabalhador efetivo é mais elevado em [a]. Por conseguinte, o produto por trabalhador é igualmente mais elevado em [a].

[2]

[a] Se a localização geográfica afetar, por exemplo, as condições climáticas, ela pode vir a influenciar o nível tecnológico (A).

[b] Tende a afetar o capital humano (H) e, se influenciar a produtividade da pesquisa, possivelmente (A).

[c] Tende a afetar (A), já que maior proteção tende a encorajar atividades de P&D. No caso de patentes, porém, essa maior proteção tende a limitar a difusão tecnológica.

[d] Se estimular a difusão tecnológica, por exemplo, pode vir a afetar (A).

[e] Tende a afetar (A), (K) e (H). Baixas alíquotas tendem a afetar o retorno (líquido de impostos) do investimento em capital físico e humano, além de tenderem a estimular gastos em P&D.

[f] No caso da infraestrutura de transporte, por exemplo, (A) e (K) podem ser afetados positivamente.

[g] Na ausência de progresso tecnológico, um menor crescimento populacional resulta em um nível mais elevado do produto por trabalhador no equilíbrio estacionário. Quando há progresso tecnológico, por sua vez, o produto por trabalhador cresce à mesma taxa que o progresso tecnológico no equilíbrio estacionário. Reveja a resposta [1][c] acima.

[3]

[a] $(g_Y - g_N)$ representa a taxa de crescimento do produto por trabalhador e $(g_K - g_N)$ representa taxa de crescimento do capital por trabalhador.

[b] $g_K - g_N = 3(g_Y - g_N) - 2g_A$.

[4]

<u>Falsa</u>: como a economia se encontra em equilíbrio de longo prazo (estado estacionário) com estoque de capital per capita acima do correspondente ao da regra de ouro, uma <u>queda</u> na taxa de poupança (ou seja, a geração corrente consome uma parcela <u>maior</u> da sua renda) aumenta o consumo per capita.

[5]

[a] Segue-se que $g_Y = g_y = g_A + (1/3)g_K + (2/3)g_{L_Y}$. Por sua vez, $g_A = zL_A = zb\overline{L} = \overline{g}$ e $g_K = s(Y/K)$. Portanto, a taxa de crescimento do estoque de capital será constante quando Y/K for constante, o que requer $g_Y = g_K$. Dado que a população é constante, segue-se que $g_Y^* = \overline{g} + (1/3)g_Y^* = (3/2)\overline{g} = (3/2)zbL$. No equilíbrio de longo prazo, portanto, a taxa de crescimento do produto (que é igual à taxa de crescimento da renda *per capita*) é constante e positiva.

[b] Não, pelo contrário, pois a taxa de crescimento da renda *per capita* varia <u>positivamente</u> com z. Logo, uma <u>menor</u> produtividade na produção de conhecimento gera uma <u>menor</u> (e não uma maior) taxa de crescimento da renda *per capita*, já que o motor do crescimento de longo prazo é a acumulação de conhecimento.

[6]

[a] A taxa de crescimento da renda per capita é dada por $\hat{y} = \frac{\dot{y}}{y} = \frac{\dot{Y}}{Y} - \frac{\dot{L}}{L} = g_y$. Usando (1), obtemos $Y = AL_Y = A(1-s)L$, em que $L_A = sL$. Logo, $Y/L = y = (1-s)A$. No equilíbrio de longo prazo, s é constante, com que obtemos $g_y = \hat{y} = g_A = \frac{\dot{A}}{A} = \delta sL$. Logo, um aumento no tamanho da força de trabalho eleva o número de trabalhadores engajados em P&D e, com isso, eleva g_y. Logo, a resposta é sim. Porém, a evidência empírica revela que não existe relação entre o nível da população e g_y.

[b] Agora, portanto, muito embora P&D eleve o estoque de conhecimento, ele o faz a uma taxa declinante: $\frac{\dot{A}}{A} = \hat{A} = g_A = \delta L_A A^{\phi - 1}$. No equilíbrio de longo prazo, portanto, temos $g_y = n/(1-\phi)$. Agora, portanto, g_y depende de n, e não de L, como em [a]. Note que g_y varia positivamente com ϕ, por razões intuitivas. Porém, a evidência empírica também revela que não existe relação entre g_y e n.

[7]

[a] Para simplificar, façamos $A = 1$. Logo, temos $k^* = h\big(s/(\delta + n)\big)^{1/(1-\alpha)}$, estável porque a curva $\dot{k}(k)$ cruza o eixo k de cima para baixo. Ou seja, k acima (abaixo) de k^* implica uma depreciação de capital maior que a acumulação bruta de capital, de maneira que o estoque de capital está caindo (subindo).

[b] Em $t \in [0, \bar{t}[$, temos $y_t = k_t^\alpha h^{1-\alpha} = (k^*)^\alpha h^{1-\alpha}$ $[= h\big(s/(\delta + n)\big)^{\alpha/(1-\alpha)}]$, uma vez que a economia já estava no equilíbrio de longo prazo (ou caminho de expansão equilibrado). Por mais que k não possa saltar em $\bar{t}$ (ambas K e L não são variáveis de salto), $y_t = k_t^\alpha h^{1-\alpha}$ salta, devido à mudança em h, para $y_{\bar{t}} = (k^*)^\alpha (h')^{1-\alpha} > y_{\bar{t}-}$. A partir daí, y_t cresce continuamente, com assíntota $y = h'\big(s/(\delta + n)\big)^{\alpha/(1-\alpha)}$.

[c] O consumo *per capita* de longo prazo (dado que o equilíbrio de longo prazo é estável) é $c^* = (1-s)h\big(s/(\delta + n)\big)^{\alpha/(1-\alpha)}$, logo é maximizado (em relação a u) quando h é máximo, ou seja, quando $u_G = 1$. De fato, o modelo não prevê nenhum *tradeoff* relativo à decisão de investimento em capital humano; seu custo de oportunidade é zero. Note que esse resultado seria diferente se a função de produção fosse dada por $Y_t = A{K_t}^\alpha\big((1-u)H_t\big)^{1-\alpha}$, de maneira que a dotação de tempo da população deve ser alocada ou à produção de habilidades ou à produção do bem final. Seguindo o argumento anterior, u_G será o $u \in [0,1]$ que maximiza $(1-u)h = (1-u)e^{\psi u}$, de maneira que certamente não será mais igual 1.

[8]

[a] Verdadeira.
"Os produtos *per capita* dos países 1 e 2 não necessariamente convergem entre si em termos de seus níveis, [...]". Seja $y_{ti} \coloneqq Y_{ti}/A_t L_t = k_{ti}^\alpha$, onde $k_{ti} \coloneqq K_{ti}/A_t L_t$. Então a dinâmica acima dá $\dot{k}_{ti} = s_i k_{ti}^\alpha - (\delta + n_i + g)k_{ti}$, donde $k_i^* \coloneqq \lim_{t\to\infty} k_{ti} = [s_i/(\delta + n_i + g)]^{1/(1-\alpha)}$. Suponha $n_1 = n_2$ e $A_{01} = A_{02}$, mas $s_1 \neq s_2$. Logo, $(Y_{t1}/L_{t1})/(Y_{t2}/L_{t2}) = y_{t1}/y_{t2}$, com que $\lim\limits_{t\to\infty}(Y_{t1}/Y_{t2}) = (s_1/s_2)^{\alpha/(1-\alpha)} \neq 1$. "[...] mas convergem entre si em termos de suas taxas de crescimento." De fato, pela dinâmica acima, vemos que $\hat{k}_{ti} = s_i k_{ti}^{\alpha-1} - (\delta + n_i + g)$, com que $\lim_{t\to\infty} \hat{k}_{ti} = s_i (k_i^*)^{\alpha-1} - (\delta + n_i + g) = 0$. Logo $\lim_{t\to\infty} \widehat{(K/L)}_{ti} = g$, que independe de i.

[b] Falsa.

Como $y_{ti} = k_{\square i}^{\alpha}$, temos $\hat{y}_{ti} = \alpha\hat{k}_{ti}$, e em particular $\hat{y}_{0i} = \alpha\hat{k}_{0i}$. Logo:

$$\hat{y}_{01} > \hat{y}_{02} \Leftrightarrow \hat{k}_{01} > \hat{k}_{02} \Leftrightarrow s_1 k_{01}^{\alpha-1} - (\delta + n_1 + g)$$
$$> s_2 k_{02}^{\alpha-1} - (\delta + n_2 + g) \Leftrightarrow s_1 k_{01}^{\alpha-1} - n_1 > s_2 k_{02}^{\alpha-1} - n_2$$

Entretanto, observe que esta última desigualdade estrita não é equivalente a $s_1(A_{01}L_{01})^{1-\alpha} - n_1 {K_{01}}^{1-\alpha} > s_2(A_{02}L_{02})^{1-\alpha} - n_2 {K_{02}}^{1-\alpha}$. De fato, tome $n_1 = n_2 = 0$, $\alpha = s_1 = s_2 = 0.5$, $A_{01} = A_{02} = L_{01} = L_{02} = K_{01} = 1$, e $K_{02} = 4$. Então a primeira desigualdade vira $0.5 > 0.25$ (verdadeira), enquanto a segunda se escreve $0.5 > 0.5$ (falsa).

[c] Verdadeira.

A regra de ouro é equivalente à maximização (em relação a s_i) do consumo por trabalhador efetivo no equilíbrio de longo prazo (estado estacionário), consumo que é dado por $(1 - s_i)y_i^* = (1 - s_i)(k_i^*)^{\alpha} = (1 - s_i)[s_i/(\delta + n_i + g)]^{\alpha/(1-\alpha)}$. Basta então maximizar $(1 - s_i){s_i}^{\alpha/(1-\alpha)}$ em relação a s_i, ou ainda $\log(1 - s) + \alpha/(1 - \alpha)\log s$ em relação a s (esta côncava, por ser soma de côncavas). Então basta a satisfação da condição de primeira ordem para encontrarmos um máximo global (único pela concavidade estrita). A CPO é $-1/(1 - s) + \big(\alpha/(1 - \alpha)\big)1/s = 0$, donde $s = \alpha$. Assim, o país 1, e apenas ele, está operando sob a regra de ouro.

[9]

[a] Inicialmente, vamos normalizar a função de produção por L, com que obtemos $y = Y/L = k^{\alpha}h^{1-\alpha}$, em que $k = K/L$. Logo, segue-se que $k = (y/h^{1-\alpha})^{1/\alpha}$ e $\hat{y} = \alpha\hat{k} + (1-\alpha)g$. Por outro lado, $\hat{k} = s(y/k) - n - \delta$, com que a taxa de crescimento da renda *per capita*, fora do equilíbrio de longo prazo, é representada pela expressão $\hat{y} = \alpha[s(h/y)^{(1-\alpha)/\alpha} - n - \delta] + (1-\alpha)g$. Portanto, segue-se que, fora do equilíbrio de longo prazo, $\partial\hat{y}/\partial y < 0$. Note que o presente modelo é formalmente equivalente ao modelo Solow-Swan com mudança tecnológica exógena. Dado que h participa da função de produção como uma tecnologia ampliadora de trabalho (ou seja, variações em h configuram uma mudança tecnológica neutra à la Harrod), $\hat{h}$ determina as taxas de crescimento do capital *per capita* e da renda *per capita* no equilíbrio de longo prazo. E, dado que o produto marginal do capital é positivo, mas declinante, o presente modelo gera a mesma predição em termos de convergência que o modelo Solow-Swan (com ou sem mudança tecnológica), a saber, fora do equilíbrio de longo prazo, a taxa de crescimento da renda *per capita* responde negativamente a uma elevação no nível de renda *per capita*. Ou seja, dois países que compartilham o mesmo equilíbrio de longo prazo, mas não estão igualmente distantes dele, crescerão a taxas diferentes: caso ambos estejam convergindo para o equilíbrio de longo prazo pela esquerda, aquele que estiver mais distante do equilíbrio de longo prazo estará crescendo a uma taxa maior.

[b] Note que o mesmo resultado algébrico anterior é obtido quando supomos $h = 1$ e $\delta = g = 0$, pois são suposições acerca de variáveis exógenas (e, portanto, independentes do nível de renda *per capita*). Além disso, mesmo sob essas suposições, o produto marginal do capital igualmente é positivo, mas declinante.

[10]

[a] Inicialmente, vamos normalizar a função de produção por AL, com que obtemos:

(1) $\tilde{y} = \mathrm{Y/AL} = \tilde{k}^{\alpha}(1-\mathrm{c})^{1-\alpha}$

em que $\tilde{k} = \frac{K}{AL}$. Logo, segue-se que:

(2) $\dot{\tilde{k}} = \mathrm{s}\tilde{y} - (\mathrm{n} + \delta + \hat{\mathrm{A}})\tilde{k}$

com que o valor de equilíbrio de longo prazo de $\tilde{k}$ é dado por:

(3) $\tilde{k}^{*} = (1-\mathrm{c})[\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{n}+\delta+\hat{\mathrm{A}}}]^{\frac{1}{1-\alpha}}$

Logo, dado que se segue de (1) que $\tilde{y}^{*} = \tilde{k}^{*\alpha}(1-\mathrm{c})^{1-\alpha}$, o valor de equilíbrio de longo prazo de $\tilde{y}$ é dado por:

(4) $\tilde{y}^{*} = (1-\mathrm{c})[\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{n}+\delta+\hat{\mathrm{A}}}]^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}$

Segue-se de (4) que, no equilíbrio de longo prazo, o valor da renda *per capita* é dado por:

(5) $$y^{*} = (Y/L)^{*} = A(1-c)\left[\frac{s}{n+\delta+\hat{A}}\right]^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}$$

Porém, a taxa de crescimento do estoque de conhecimento é dada por $\hat{A} = \frac{\dot{\mathrm{A}}}{\mathrm{A}} = \mathrm{bc}(\frac{\mathrm{L}}{\mathrm{A}})$. Portanto, no equilíbrio de longo prazo, no qual essa taxa é constante (ou seja, $(d\hat{A}/dt) = 0$), temos que L/A é constante. Logo, o valor de equilíbrio de longo prazo da taxa de crescimento do estoque de conhecimento é dada por $\hat{A}^{*} = n$, com que o nível do estoque de conhecimento no equilíbrio de longo prazo é dado por $A^{*} = bc(L/n)$. No equilíbrio de longo prazo, portanto, o valor da renda *per capita* é dado por:

(6) $$y^{*} = (Y/L)^{*} = bc(1-c)(L/n)\left[\frac{s}{2n+\delta}\right]^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}$$

[b] Portanto, o valor do parâmetro c que maximiza a renda *per capita* de equilíbrio de longo prazo é dado por $c^{m} = 1/2$, com que $\partial y^{*}/\partial c$ é positivo (negativo) quando $c < c^{m}$ ($c > c^{m}$). A justificativa econômica é que uma elevação no parâmetro c afeta o produto agregado tanto negativamente (ao reduzir a proporção de trabalhadores alocados na sua geração, uma vez que $L_{Y} = (1-c)L$) como positivamente (ao elevar a produção de conhecimento, dado que $L_{A} = cL$).

[11]

[a] Embora seja correto afirmar que um aumento permanente na taxa de poupança reduz o consumo *per capita* no curto prazo, se essa redução é extensiva ao longo prazo é algo que depende do nível da taxa de poupança vigente. Ou seja, se a taxa de poupança vigente for inferior (superior) àquela correspondente à *regra de ouro*, uma elevação na taxa de poupança eleva (reduz) o consumo *per capita* no novo equilíbrio de longo prazo.

[b] A proposição é correta, conforme justificado em termos algébricos e gráficos no cap. 13 de Carlin & Soskice (páginas 506-7).