UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
FACULDADE DE ECONOMIA, ADMINISTRAÇÃO E CONTABILIDADE
DEPARTAMENTO DE ECONOMIA

EAE 308 – Macroeconomia II
2º Semestre de 2017 – Noturno
Prof. Fernando Rugitsky

Lista de Exercícios 4

[*Os primeiros três exercícios foram extraídos do manual do Blanchard.*]

[1] Suponhamos que a função de produção da economia seja $Y = \sqrt{K}\sqrt{AN}$, que a taxa de poupança, s, seja igual a 16% e que a taxa de depreciação, δ, seja igual a 10%. Suponhamos ainda que o número de trabalhadores cresça a 2% ao ano e que a taxa de progresso tecnológico seja de 4% ao ano.

[a] Obtenha os valores no estado estacionário de:
i. Estoque de capital por trabalhador efetivo.
ii. Produto por trabalhador efetivo.
iii. Taxa de crescimento do produto por trabalhador efetivo.
iv. Taxa de crescimento do produto por trabalhador.
v. Taxa de crescimento do produto.

[b] Suponhamos que a taxa de progresso tecnológico dobre para 8% ao ano. Calcule novamente as respostas para o item (a). Explique.

[c] Suponhamos agora que a taxa de progresso tecnológico ainda seja igual a 4% ao ano, mas que o número de trabalhadores cresça a 6% ao ano. Calcule novamente as respostas de (a). As pessoas estão em melhor situação em (a) ou em (c)? Explique.

[2] Discuta o papel potencial dos seguintes fatores sobre o nível de produto por trabalhador no estado estacionário. Em cada caso, indique se o efeito se dá por meio de A, K, H ou de alguma combinação entre esses fatores. A é o nível de tecnologia, K é o nível de estoque de capital e H é o nível do estoque de capital humano.

a. Localização geográfica.
b. Educação.
c. Proteção aos direitos de propriedade.
d. Abertura ao comércio.
e. Baixas alíquotas de impostos.
f. Infraestrutura pública adequada.
g. Baixo crescimento populacional.

[3] A função $Y = K^{1/3}(AN)^{2/3}$ nos dá uma boa descrição da produção em países ricos. Seguindo os mesmos passos do apêndice, você pode mostrar que:

$$\left(\frac{2}{3}\right) g_A = g_Y - \left(\frac{2}{3}\right) g_N - \left(\frac{1}{3}\right) g_K = (g_Y - g_N) - (\frac{1}{3})(g_K - g_N)$$

onde g_Y representa a taxa de crescimento de Y.

[a] O que a quantidade $g_Y - g_N$ representa? O que a quantidade $g_K - g_N$ representa?

[b] Rearranje a equação anterior a fim de resolver para a taxa de crescimento do capital por trabalhador.

[4] Indique e justifique (com argumentos econômicos, algébricos e/ou gráficos) se a seguinte assertiva é falsa ou verdadeira: "No modelo de Solow-Swan sem progresso tecnológico, se a economia possui um estoque de capital físico por trabalhador de equilíbrio de estado estacionário acima daquele da 'regra de ouro' da acumulação de capital, então o consumo *per capita* poderá ser maximizado se a geração corrente se dispuser a reduzir seu nível de consumo".

[5] Considere o seguinte modelo de crescimento:

(1) $Y = AK^{1/3}L_Y^{2/3}$

(2) $\dot{K} = \frac{dK}{dt} = sY$

(3) $\dot{A} = \frac{dA}{dt} = zAL_A$

(4) $L = L_Y + L_A = \overline{L}$

(5) $L_A = bL$

em que Y é o produto agregado, A é o estoque de conhecimento, K é o estoque de capital físico, cuja taxa de depreciação é nula, $L = \overline{L}$ é o tamanho da força de trabalho, que é igual ao tamanho da população, cuja taxa de crescimento é nula, L_Y é o volume de trabalhadores empregados na geração do produto agregado, L_A é o volume de trabalhadores engajados na produção de conhecimento, enquanto $z > 0$ é um parâmetro que define a produtividade nesta última atividade. Por fim, $0 < s < 1$ é a taxa de poupança, que é exógena e constante, enquanto $0 < b < 1$ é um parâmetro que define a proporção da força de trabalho engajada na produção de conhecimento.

[a] Derive algebricamente a *taxa de crescimento* da renda *per capita* no equilíbrio de longo prazo, g_y^*.

[b] Como base na expressão derivada no item anterior, é correto concluir que uma menor produtividade na produção de conhecimento gera uma maior taxa de crescimento da renda *per capita*? Justifique sua resposta em termos algébricos e econômicos.

[6] Considere o seguinte modelo de crescimento:

(1) $Y = AL_Y$

(2) $\dot{A} = \frac{dA}{dt} = \delta L_A A$

(3) $L = L_Y + L_A$

em que Y é o produto agregado real, A é a produtividade do trabalho, L é o tamanho da força de trabalho, que é igual ao tamanho da população, L_Y é o volume de trabalhadores empregados na geração do produto agregado, L_A é o volume de trabalhadores engajados em P&D, enquanto $\delta > 0$ é um parâmetro que define a produtividade nesta última atividade. Em equilíbrio, ambas essas atividades – geração de produto e P&D – empregam um volume não-nulo de trabalhadores, sendo que a fração da força de trabalho engajada em P&D é representada por s. Por fim, suponha que a força de trabalho cresce a uma taxa exógena e constante representada por n.

[a] É correto afirmar que, no equilíbrio de longo prazo (*steady state*), em que s é constante e independente de L, a renda *per capita* dessa economia, $y \equiv Y/L$, cresce a uma taxa g_y que é positiva e, além disso, varia positivamente com o tamanho da força de trabalho? Justifique sua resposta em termos algébricos e econômicos.

[b] Suponha agora que a função de produção de conhecimento, representada pela equação (2), exibe retornos decrescentes, passando a ser dada por $\dot{A} = \delta L_A A^{\phi}$, com $0 < \phi < 1$. De que maneira, se alguma, essa suposição alternativa altera os resultados obtidos no item anterior? Justifique sua resposta em termos algébricos e econômicos.

[7**]** Considere o seguinte modelo de crescimento:

$Y_t = AK_t{}^{\alpha}H_t{}^{1-\alpha}$, $\quad H_t \equiv hL_t$, $\quad h = e^{\psi u}$, $\quad Y_t = C_t + S_t$, $\quad S_t = I_t = \dot{K}_t + \delta K_t$, $K_0 > 0$ dado,

onde e é o número neperiano indicando uma função exponencial, o subscrito t indica um período qualquer, Y_t é o nível de produto, cuja elasticidade em relação ao estoque de capital físico K_t é a constante $\alpha \in (0,1)$, e $A > 0$ é uma constante tecnológica. A população L_t cresce à taxa constante $n > 0$, e cada indivíduo dedica uma fração exógena $u \in [0,1]$ de seu tempo à produção de seu nível de habilidade *per capita* h (e $\psi > 0$ é constante). O consumo é C_t, a poupança é S_t, e a propensão a poupar é constante, de modo que $S_t = sY_t$, com $s \in (0,1)$, I_t é o investimento bruto, e $\delta > 0$ a taxa de depreciação do capital físico.

[a] Calcule o nível (economicamente relevante) de capital *per capita* de estado estacionário (equilíbrio de longo prazo), k^*, e discuta gráfica e economicamente sua estabilidade.

[b] Suponha que a economia esteja inicialmente (t = 0) no equilíbrio de longo prazo (estado estacionário). No instante $\bar{t} > 0$, o governo aumenta (de uma só vez e para sempre) o nível de investimento em educação (produção de habilidades produtivas) de u para $u' > u$. Faça um gráfico do nível de produto *per capita*, y, como função do tempo $t \in [0, +\infty)$. Inclua no gráfico (ou ao lado deste) os valores de y_0, $y_{\bar{t}}$, e $\lim_{t \to +\infty} y_t$.

[c] Suponha que o objetivo do governo seja maximizar o nível de consumo *per capita* no equilíbrio de longo prazo. Sob essa ótica, seja u_G o nível ótimo de investimento em educação. Calcule esse valor. Qual é a intuição econômica para esse resultado, a partir do modelo dado?

[8] É dado o seguinte modelo de crescimento:

$$Y_t = K_t{}^{\alpha}(A_t L_t)^{1-\alpha}$$
$$C_t = Y_t - S_t$$
$$I_t = \dot{K}_t + \delta K_t$$
$$K_0 > 0,\ A_0 > 0 \text{ e } L_0 > 0 \text{ dados,}$$

onde Y_t é o nível de produto (o subscrito t indica um período qualquer), K_t o estoque de capital (físico), $A_t = A_0 e^{gt}$ ($g > 0$) o estado da tecnologia e g a sua taxa exógena de crescimento, $L_t = L_0 e^{nt}$ ($n \geq 0$) a quantidade de trabalhadores (igual à população) e n a sua taxa exógena de crescimento, $\alpha \in (0,1)$ a participação do capital na renda nacional, S_t a poupança, C_t o consumo, $s = S_t / Y_t$ a propensão a poupar (constante), I_t o investimento bruto (sempre igual à poupança), e $\delta > 0$ a taxa de depreciação do capital. Esse modelo é válido para dois países, que serão chamados de país 1 e 2, e considera-se que os parâmetros α, δ e g são comuns entre eles (mas possivelmente $s_1 \neq s_2$, $n_1 \neq n_2$, $K_{01} \neq K_{02}$, $A_{01} \neq A_{02}$, ou $L_{01} \neq L_{02}$). Adicionalmente supomos que não há mobilidade de fatores de produção entre esses países. Prove (se for verdadeira) ou desprove (se for falsa) cada uma das afirmações a seguir.

[a] Os produtos *per capita* dos países 1 e 2 não necessariamente convergem entre si em termos de seus níveis, mas convergem entre si em termos de suas taxas de crescimento.

[b] A produção por unidade de trabalhador efetivo, $Y/(AL)$, começa com uma taxa de crescimento maior no país 1 do que no país 2 se, e somente se, $s_1(A_{01}L_{01})^{1-\alpha} - n_1 K_{01}{}^{1-\alpha} > s_2(A_{02}L_{02})^{1-\alpha} - n_2 K_{02}{}^{1-\alpha}$.

[c] Se $\alpha = 1/3$, $s_1 = 1/3$, $s_2 = 2/3$, $n_1 = n_2$ e $A_{01} = A_{02}$, então apenas o país 1 atingirá no longo prazo o estoque de capital por unidade de trabalho efetivo da "regra de ouro".

[9] Considere uma economia cuja determinação da produção agregada é descrita pela função de produção $Y = K^{\alpha}(hL)^{1-\alpha}$, em que Y é o produto, K é o estoque de capital físico, h é o estoque de capital humano *per capita*, L é o número de trabalhadores empregados (que é sempre igual à população total) e $0 < \alpha < 1$ é um parâmetro. Por seu turno, $0 < s < 1$ e $0 < \delta < 1$ denotam, respectivamente, a taxa de poupança e a taxa de depreciação do estoque de capital físico, ambas exógenas e constantes (o capital humano não se deprecia). Além disso, supõe-se que toda a poupança agregada se transforma em investimento agregado bruto, I, e que as taxa de crescimento (exógenas, constantes e positivas) do número de trabalhadores empregados e do estoque de capital humano *per capita* são, respectivamente, n e g.

[a] Quando a economia se encontra fora do equilíbrio de longo prazo, de que maneira a taxa de crescimento da renda *per capita*, $\hat{y} = \frac{\dot{y}}{y} = (\frac{dy}{dt})(\frac{1}{y})$, responde a uma pequena variação na própria renda *per capita*, $y = Y / L$? Justifique sua resposta em termos algébricos, computando $\partial\hat{y} / \partial y$, e econômicos.

[b] Refaça o item anterior supondo $h = 1$ e $\delta = g = 0$. O sinal de $\partial\hat{y} / \partial y$ obtido agora é o mesmo que o obtido no item anterior? Justifique sua resposta tanto em termos algébricos, computando $\partial\hat{y} / \partial y$, como econômicos.

[10] Considere uma economia cuja determinação da produção agregada é descrita pela função de produção $Y = K^{\alpha}(AL_Y)^{1-\alpha}$, em que Y é o produto, K é o estoque de capital físico, A é o estoque de conhecimento, L_Y é o número de trabalhadores empregados nessa produção e $0 < \alpha < 1$ é um parâmetro. Por seu turno, $0 < s < 1$ e $0 < \delta < 1$ denotam, respectivamente, a taxa de poupança e a taxa de depreciação do estoque de capital físico, ambas exógenas e constantes (o estoque de conhecimento não se deprecia). O fluxo de produção de conhecimento, por sua vez, é descrito por $\frac{dA}{dt} = \dot{A} = bL_A$, em que L_A é o número cientistas e o parâmetro $b > 0$ denota uma medida de sua criatividade média. Além disso, supõe-se que toda a poupança agregada se transforma em investimento agregado bruto, I, e que a população total de trabalhadores, $L = L_Y + L_A$, cresce à taxa constante n (e não há desemprego): $\left(\frac{dL}{dt}\right)\left(\frac{1}{L}\right) = \frac{\dot{L}}{L} = n.$

[a] Tratando $(L_A / L) = c$ com um parâmetro, calcule o valor de equilíbrio de longo prazo de $\tilde{y} = \frac{\mathrm{Y}}{\mathrm{AL}}$, denotando-o por $\tilde{y}^*$.

[b] Qual o valor do parâmetro c que maximiza a renda *per capita* de equilíbrio de longo prazo, y^*? Justifique sua resposta tanto em termos algébricos, denotando o valor desse parâmetro por c^m, como econômicos.

[11] Considere uma economia cuja determinação da produção agregada é descrita pela função de produção $Y = K^{\alpha}(AL)^{1-\alpha}$, em que Y é o produto, K é o estoque de capital físico, A é o nível tecnológico (cuja taxa de crescimento, $g > 0$, é exógena e constante), L é o número de trabalhadores empregados (que é sempre igual à população total) e $0 < \alpha < 1$ é um parâmetro. Supõe-se que toda a poupança agregada se transforma em investimento agregado bruto, I, sendo que $0 < s < 1$ denota a taxa de poupança. Além disso, supõe-se que o capital físico não se deprecia, e que a taxa de crescimento da população, $n > 0$, é exógena e constante.

[a] Pode-se afirmar que um pequeno aumento permanente na taxa de poupança reduz o consumo *per capita* de forma igualmente permanente, ou seja, esse consumo será mais baixo não apenas no curto prazo, mas, inclusive, no longo prazo? Justifique sua resposta em termos algébricos ou econômicos.

[b] Supondo que $A = 1$ e $g = 0$, avalie a correção da seguinte proposição: "Ao nível de capital *per capita* correspondente à *regra de ouro*, o produto marginal do capital é igual à taxa de crescimento da população". Justifique sua resposta em termos algébricos ou gráficos.