

# Avaliação do Sistema de Medição

- O monitoramento de um processo dá-se através da medição de uma característica de qualidade;
- Medição produz resultados com erros ou com certo grau de incerteza;

# Avaliação do Sistema de Medição

- Variabilidade total nos valores medidos de  $X$ :
  - √ Variabilidade real: inerente ao processo produtivo
    - Causas comuns e, ocasionalmente causas aleatórias;
  - √ Variabilidade inerente à medição.

$$\sigma_{total}^2 = \sigma_{processo}^2 + \sigma_{medição}^2$$

- Se o erro de medição for independente do verdadeiro valor da grandeza medida consegue-se estimar diretamente  $\sigma_{tot.}^2$  e  $\sigma_{med.}^2$ .

$$\sigma_{processo}^2 = \sigma_{total}^2 - \sigma_{medição}^2$$

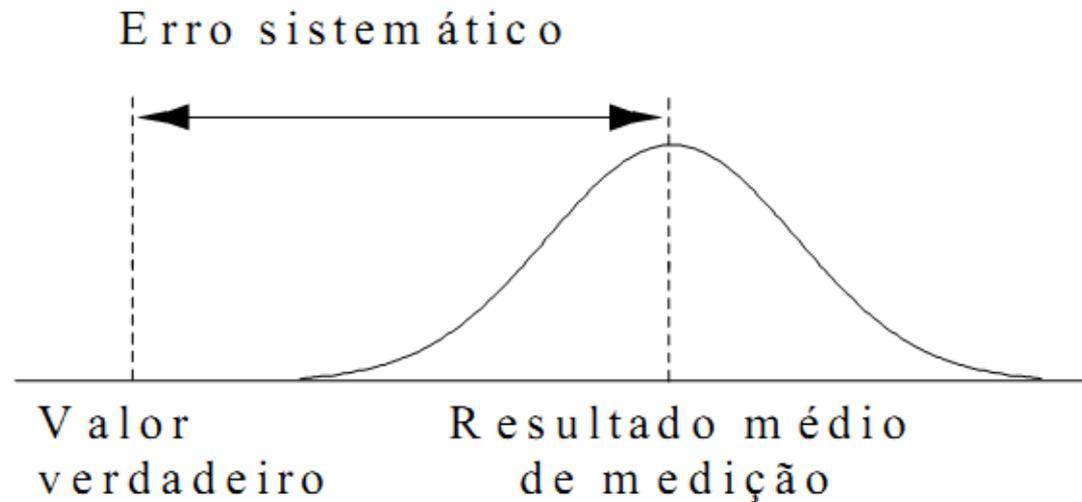
# Avaliação do Sistema de Medição

- Valor verdadeiro:
  - √ Resultado de uma medição perfeita
- Erro de medição:
  - √ Diferença entre o resultado de uma medição e o valor verdadeiro

# Avaliação do Sistema de Medição

- Erro sistemático:
  - √ Diferença entre o valor médio de infinitas medições do mensurando (sob as mesmas condições) e seu valor verdadeiro;
- Erro aleatório:
  - √ Diferença entre o resultado da medição e esse valor médio;
  - √ Tem média nula.
  - √ Em geral, é bem representado por uma distribuição normal.

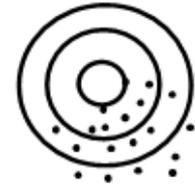
# Avaliação do Sistema de Medição



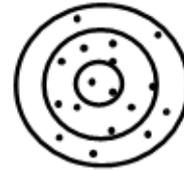
- A magnitude do erro sistemático pode variar ao longo da escala do instrumento de medição;
- O erro sistemático pode ser conhecido e corrigido através de procedimento de calibração

# Avaliação do Sistema de Medição

## Relacionamento entre os Erros



a.



b.



c.



d.

Erro  
aleatório  
grande

Erro  
aleatório  
pequeno

Com erro  
sistemático

Sem erro  
sistemático

- Centro do alvo: valor verdadeiro da grandeza medida
- Instrumento “exato”: Não possui erro sistemático;
- Instrumento “preciso”: seu erro aleatório é pequeno

# Avaliação do Sistema de Medição

## Diferenças entres Sistemas de Medição

- Principais fatores que diferenciam os sistemas de medição:
  - √ Detalhes construtivos e de projeto;
  - √ Desgaste decorrente do uso;
  - √ Modo de operação;
  - √ Condições ambientais;
  - √ Calibração.

# Avaliação do Sistema de Medição

## Avaliação do Erro Sistemático

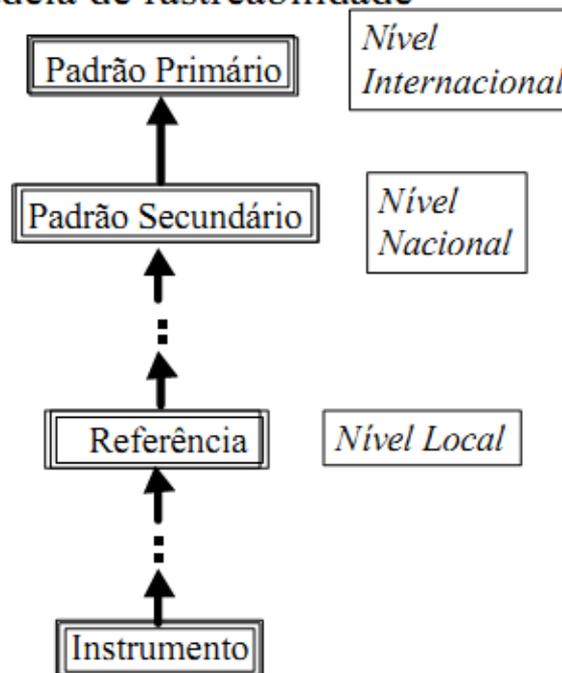
- Comparação do resultados de medição obtido pelo instrumento com valor de referência obtido por padrão;
- Calibração:
  - √ Conjunto de operações que estabelece correspondência entre os valores entre os valores indicados pelo instrumento e os valores estabelecidos por padrão de referência

# Avaliação do Sistema de Medição

## Rastreabilidade

- Propriedade de um resultado de medição relacionar-se com referências estabelecidas;

Cadeia de rastreabilidade



# Avaliação do Sistema de Medição

## Procedimento para Cálculo do Erro Sistemático

- Diferença média entre o valor de referência ( $x$ ) e o valor medido ( $x_i$ ) repetidas vezes pelo mesmo operador e em condições normais de operação

$$\bar{d} = \frac{\sum_{i=1}^k (x_i - x)}{k}$$

- Desvio-padrão amostral:

$$S_d = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k (d_i - \bar{d})^2}{k-1}}$$

# Avaliação do Sistema de Medição

## Intervalo de Confiança

- Intervalo com  $(1 - \alpha)100\%$  de confiança:

$$\bar{d} - t_{\alpha/2, (k-1)} \frac{S_d}{\sqrt{k}} \leq \text{erro} \leq \bar{d} + t_{\alpha/2, (k-1)} \frac{S_d}{\sqrt{k}}$$

- Se o intervalo de confiança incluir o zero, não temos evidência amostral pra afirmar que o erro sistemático é diferente de zero, a um nível de significância  $\alpha$ .

# Avaliação do Sistema de Medição

## Erro Sistemático Relativo

- Porcentagem em relação à variabilidade total

$$\% \text{ erro sistemático} = \frac{|\bar{d}|}{\hat{\sigma}_{total}} \cdot 100$$

- Recomenda-se que esse percentual não deva exceder *10%* para se considerar adequado o sistema de medição.

## Variabilidade na Medição

- Variância total:

$$\sigma_{total}^2 = \sigma_{processo}^2 + \sigma_{medição}^2$$

- Norma *QS 9000 Quality Manuals*  
(CHRYSLER, FORD, GENERAL MOTORS,  
1994)
  - √ *process variation*: variação total
  - √ *part-to-part variation*: variação do processo

# Avaliação do Sistema de Medição

## Propriedades

- Repetitividade:
  - √ Aptidão do instrumento em fornecer indicações muito próximas, em medições sucessivas de um mesmo mensurando, sob as mesmas condições;
- Reprodutibilidade:
  - √ Grau de concordância entre resultados de medições de um mesmo mensurando efetuados sob condições variadas de medição
- Podem ser expressas quantitativamente em função da dispersão dos resultados

# Avaliação do Sistema de Medição

## Condições de Repetitividade

- Mesmo procedimento de medição;
- Mesmo observador;
- Mesmo instrumento de medição, utilizado nas mesmas condições;
- Mesmo local;
- Repetição em curto espaço de tempo.

# Avaliação do Sistema de Medição

## Variabilidade da Medição

- Variabilidade inerente à medição:

$$\sigma_{med}^2 = \sigma_{repe}^2 + \sigma_{repro}^2$$

- $\sigma_{repe}^2$ : variância dos resultados de medições sucessivas de um mesmo mensurando sob as mesmas condições;
- $\sigma_{repro}^2$ : variância dos resultados de um mesmo mensurando efetuadas sob condições variadas de medição

# Avaliação do Sistema de Medição

- Quanto menores  $\sigma_{repe}^2$  e  $\sigma_{repro}^2$  maiores, respectivamente, serão a repetitividade e a reprodutibilidade dos resultados das medições;
- Usa-se quantificar a repetitividade de um instrumento pela largura da faixa que conterà 99,73% dos resultados sob condições de repetitividade (sob hipótese de normalidade):

$$\sqrt{6} \sigma_{repe}$$

- Analogamente, a reprodutibilidade pode ser quantificada por:

$$\sqrt{\sigma_{repro}}$$

# Avaliação do Sistema de Medição

## Procedimento de Estimação de $\sigma^2_{repe}$

- Medições sucessivas:
  - √ da mesma grandeza;
  - √ pelo mesmo operador;
  - √ usando o mesmo procedimento de medição;
  - √ num mesmo local;
  - √ sob as mesmas condições;
  - √ em curto período de tempo.
- Seqüência de medições aleatorizada:
  - √ Operador não sabe quando mede a mesma peça.

# Avaliação do Sistema de Medição

$$\hat{\sigma}_{repe} = \frac{\bar{R}}{d_2}$$

- √ R: média das amplitudes de cada conjunto de medidas da mesma peça;
- √ Em geral, 2 medidas para a mesma peça.

# Avaliação do Sistema de Medição

## Procedimento de Estimação de $\sigma^2_{repro}$

- Em geral considera-se a influência de diferentes operadores:
- $\hat{\sigma}_{repro}$  : desvio-padrão de médias de vários operadores

$$\hat{\sigma}_{repro} = \sqrt{\left(\frac{\bar{R}_{\bar{x}}}{d_2}\right)^2 - \frac{(\hat{\sigma}_{repe})^2}{nr}}, \text{ com } \bar{R}_{\bar{x}} = \bar{x}_{\max.} - \bar{x}_{\min.}$$

- √  $\bar{x}_{\max.}$  : máximo Valor dos resultados médios obtidos por diferentes operadores
- √  $r$ : número de vezes que cada item é medido por cada operador;
- √  $n$ : número de itens medido

$$\hat{\sigma}_{repro} = \sqrt{\left(\frac{\bar{R}_{\bar{x}}}{d_2}\right)^2 - \frac{(\hat{\sigma}_{repe})^2}{nr}}, \text{ com } \bar{R}_{\bar{x}} = \bar{x}_{\max.} - \bar{x}_{\min.}$$

variância  
total

variância da média amostral  
de cada operador

- Se há vários operadores, estima-se  $\sigma_{repro}$  por:

$$\hat{\sigma}_{repe} = \frac{\bar{R}}{d_2}$$

- Estima-se que  $\sigma_{repro}^2 = 0$ , se  $\left(\frac{\bar{R}_{\bar{x}}}{d_2}\right)^2 - \frac{(\hat{\sigma}_{repe})^2}{nr} < 0$

# Avaliação do Sistema de Medição

## Índice $R \& R$

- Estimativa da capacidade do sistema de medição:

$$R \& R = 6 \hat{\sigma}_{med} = 6 \sqrt{\hat{\sigma}_{repe}^2 + \hat{\sigma}_{repro}^2}$$

- Índice  $R \& R$ : índice de repetitividade e reprodutibilidade

# Avaliação do Sistema de Medição

## Adequabilidade

- Adequação do sistema de medição:
  - √ comparação de sua capacidade com as tolerâncias da característica de qualidade.
- *PT*: percentagem de tolerância

$$PT = \frac{R \& R}{LSE - LIE} \cdot 100$$

# Avaliação do Sistema de Medição

- Relação com a variabilidade total do conjunto de dados:

$$\%R \& R = \frac{R \& R}{6\hat{\sigma}_{total}} \cdot 100$$

√ com:

$$\hat{\sigma}_{total} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^o \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^r \left( X_{ijk} - \bar{\bar{\bar{X}}} \right)^2}{onr - 1}}$$

√  $o$ : número de operadores

√  $n$ : número de itens medidos;

√  $r$ : número de medidas de cada item

√  $\hat{\sigma}_{total}$ : desvio-padrão amostral de todas as medidas ,  
de todos os itens, por todos os operadores.

√  $\bar{\bar{\bar{X}}}$ : média aritmética global

# Avaliação do Sistema de Medição

## Classificação da Adequabilidade de Sistema de Medição

- Classificação quanto à *razão PT*:
  - √ Critério pouco rigoroso em caso de processos altamente capazes.
- Classificação quanto à *%R&R*:

# Avaliação do Sistema de Medição

## Classificação quanto à % R & R

<i>% R&amp;R</i>	<i>Classificação</i>
$\%R\&R = 10$	Adequado
$10 = \%R\&R = 30$	Pode ser adequado dependendo da importância da aplicação, do custo do instrumento, etc.
$\%R\&R > 30$	Inadequado. Sistema de medição necessita de melhorias

- %R&R alto pode indicar que parte significativa da variação total provém do sistema de medição.

# Avaliação do Sistema de Medição

## Comentários

- $\sigma^2_{repe}$  deve ser diminuído através da melhoria do processo de medição;  
√ instrumento mais sofisticado, treinamento operador, etc.
- Se  $\sigma^2_{repe}$  é baixo com relação a  $\sigma^2_{repro}$  pode-se suspeitar de problemas com manutenção do instrumento, operadores, qualidade metrológica do instrumento, etc.
- Se  $\sigma^2_{repro}$  é baixo com relação a  $\sigma^2_{repe}$  deve-se observar a necessidade de treinamento de operadores

# Avaliação do Sistema de Medição

## Norma QS9000

- Recomendações:
  - √ amostra de tamanho  $n=10$ ,
  - √ cada operador medindo 2 vezes a mesma peça;
  - √ 3 operadores medindo as mesmas peças
- Caso possível aumentar o número de medidas por operador:
  - √ Obtém-se melhores resultados medindo mais peças, do que aumentar a quantidade de medidas na mesma peça por operador.