RECORDAÇÃO E MOTIVAÇÃO

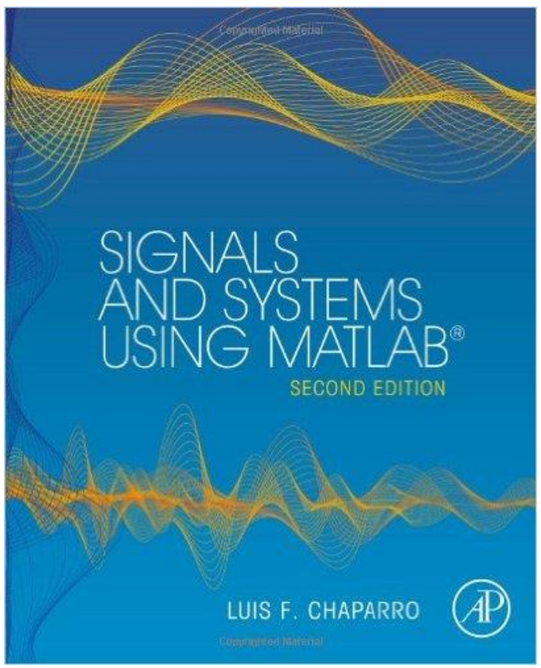
Larissa Driemeier

NOSSO CALENDÁRIO

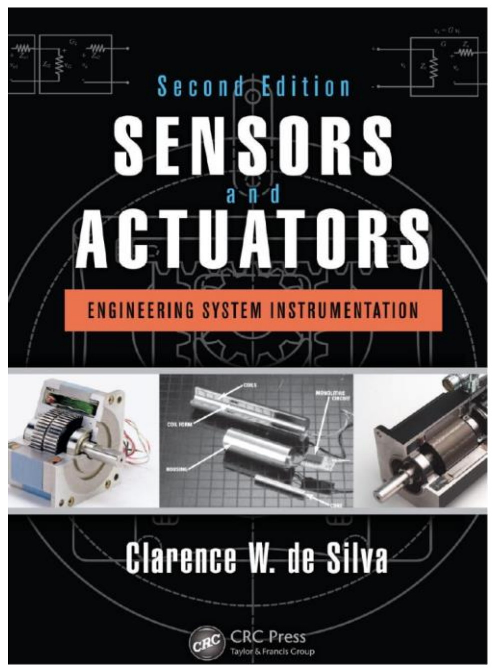
AULA	DATA	CONTEÚDO
21	26/10	Revisão e motivação
22	01/11	Revisão e motivação
23	8/11	Transformada de Fourier (FT)
24	9/11	Transformada de Fourier e Transformada de Laplace
25	16/11	Digitalização de sinais
26	22/11	Transformada de Fourier de Tempo Discreto (DTFT)
27	23/11	Transformada de Fourier de Tempo Discreto (DTFT)
28	29/11	Transformada Discreta de Fourier (DFT)
29	30/11	P3
30	6/12	Substitutiva

LIVRO TEXTO

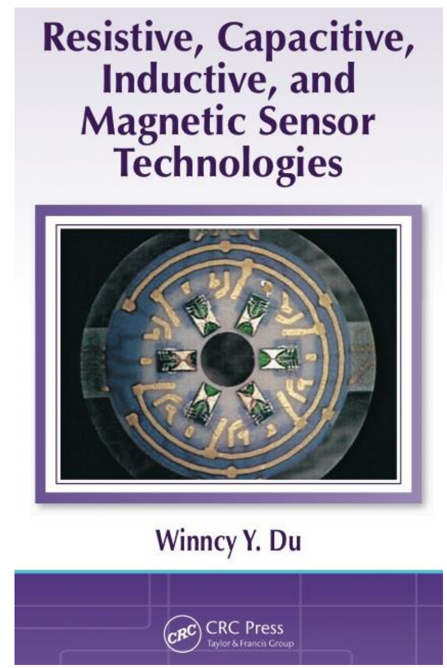
Essa aula é baseada nos livros:



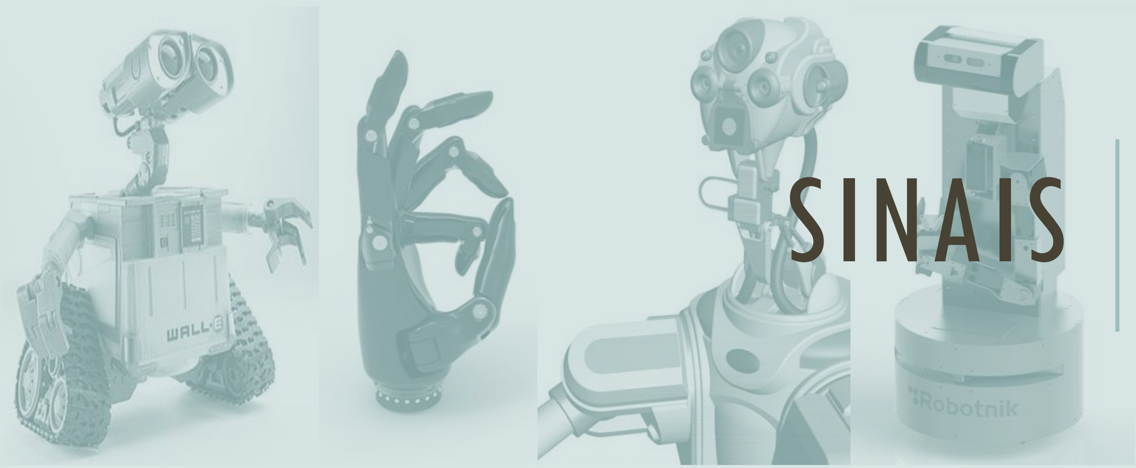
2nd ed – 2015



2nd ed – 2015



1st ed – 2014



SINAIS

SINAIS

Matematicamente falando, um sinal é apenas uma função.

Em engenharia é entendido como sinal qualquer evento que carregue informação.

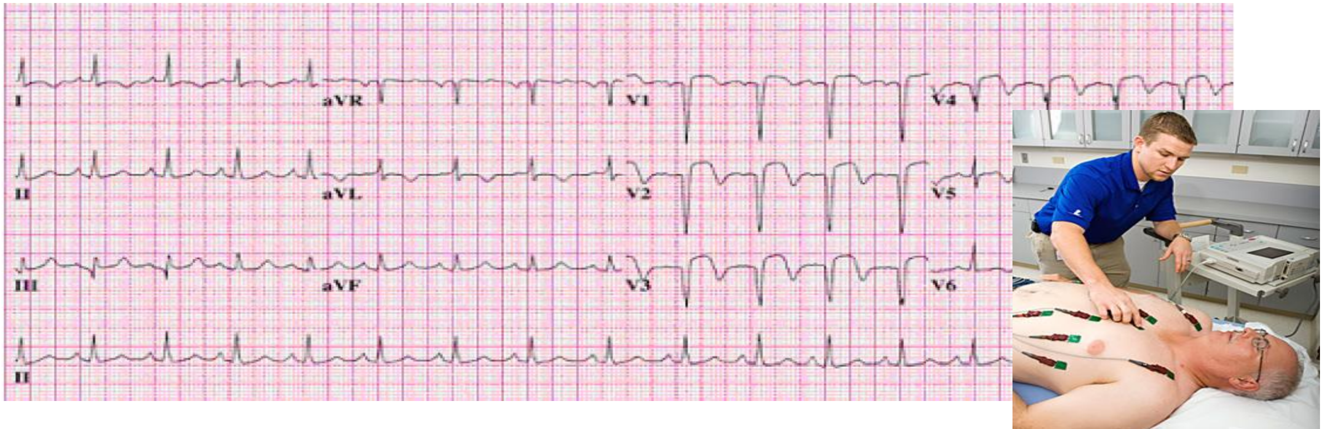
Os *sinais* podem ser descritos de muitas maneiras: através de *números*, *gráficos*, de uma *sequência de dígitos* (*bits*), etc.

EXEMPLO DA SIRENE DE POLÍCIA...

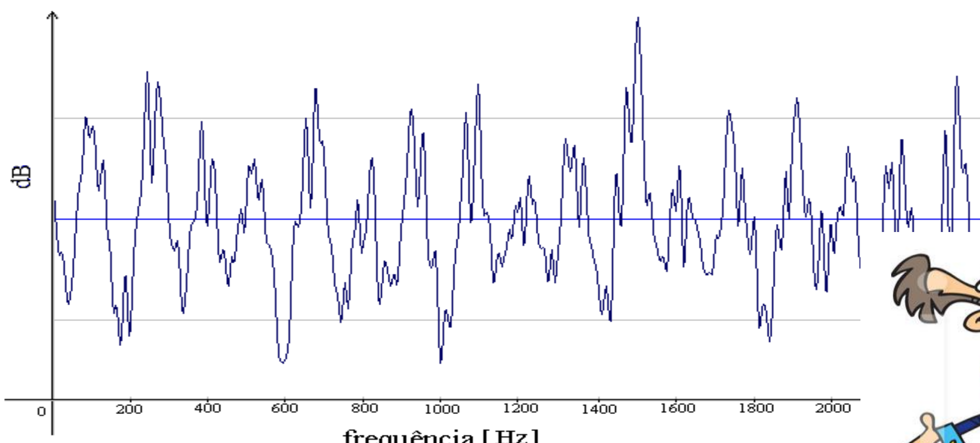
Uma sirene de um carro de polícia **se aproximando** produz uma pressão acústica variável no tempo que nossos ouvidos percebem como som. Uma representação simplificada do sinal de sirene é

$$s(t) = (1 \; + \; t)\sin[2\pi * 1000 + 10 * t + 300 * \sin(2\pi * 2t)]$$

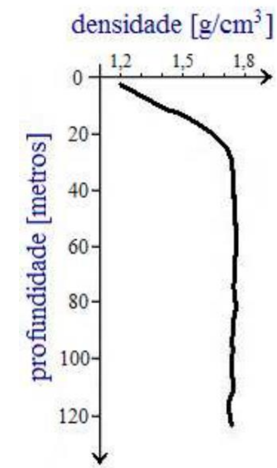
```
dt=1/44100;
Fs=44100;
t=0:dt:10;
f_c=1000;
beta=300;
f_m=2*pi;

sirene=(1 + t).* sin(2*pi*f_c+10.*t -
beta*sin(2*f_m*pi*t))
sound(sirene,Fs);
wavwrite(sirene, Fs, 16,'sirene.wav');
```



Sinal biomédico: – Eletrocardiograma (ECG) de um paciente



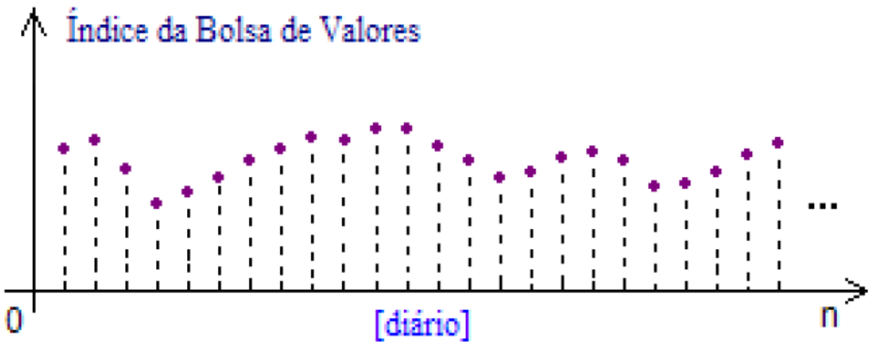
Sinal de voz, obtido com o uso de um microfone.



Em geofísica, sinais que representam variações de quantidades físicas do solo.

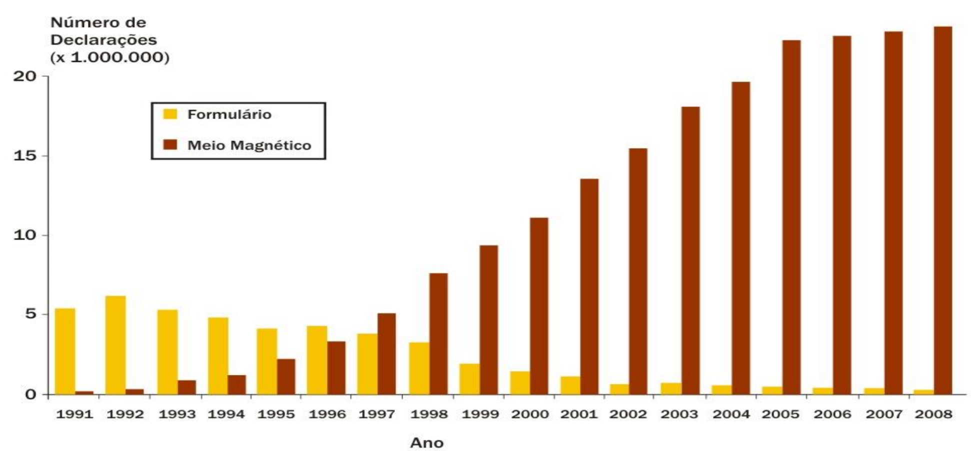
Sinal dos níveis de cinza dos pixels da imagem

120	138	120	151	139
110	129	129	139	146
150	138	137	138	129
137	129	129	128	137
146	145	131	132	145



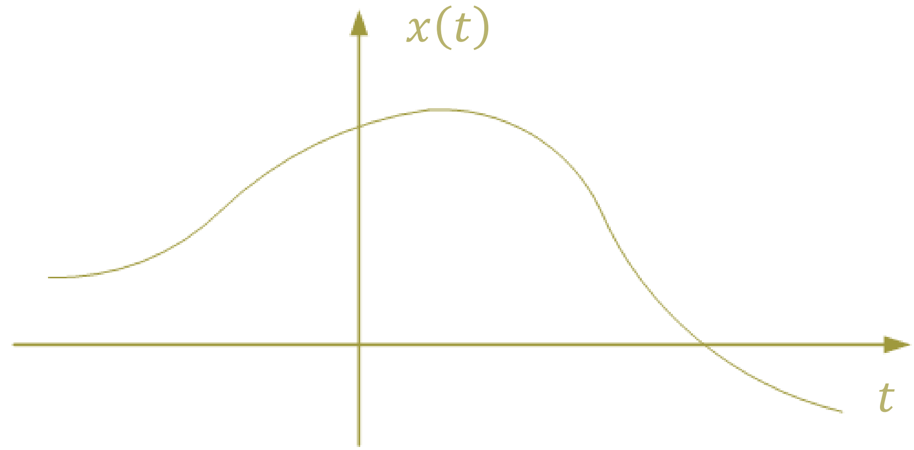
Sinal do índice da bolsa de valores

Sinal do número de declarações do IR por formulário e meio magnético

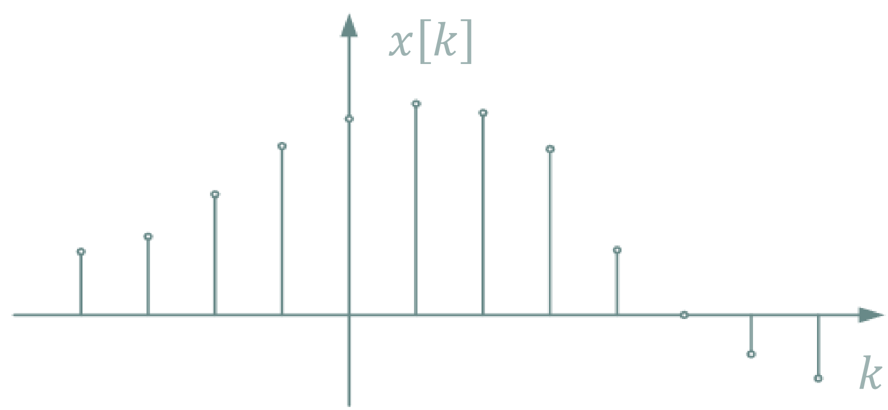


SINAIS DISCRETOS VS CONTÍNUOS

A maioria dos sinais físicos são contínuos, p.ex., posição e velocidade de um corpo, fala ou música captada por um microfone, tensão ou corrente num circuito elétrico...



Só os sinais discretos podem ser armazenados e processados em computadores digitais.



CONTÍNUO VS DISCRETO

Assim, sinais que são naturalmente contínuos no tempo tornam-se sinais discretos para este propósito. Por exemplo:

- No caso de sistemas digitais de áudio
  - *a voz;*
  - *a música;*
  - *o som em geral;*
- No caso de sistemas digitais de imagem
  - *as fotografias que aparecem nos jornais e livros;*
  - *as imagens de um filme gravado em DVD;*
- No caso do piloto automático digital
  - *a posição da aeronave;*
  - *a velocidade da aeronave;*
  - *a direção da aeronave.*

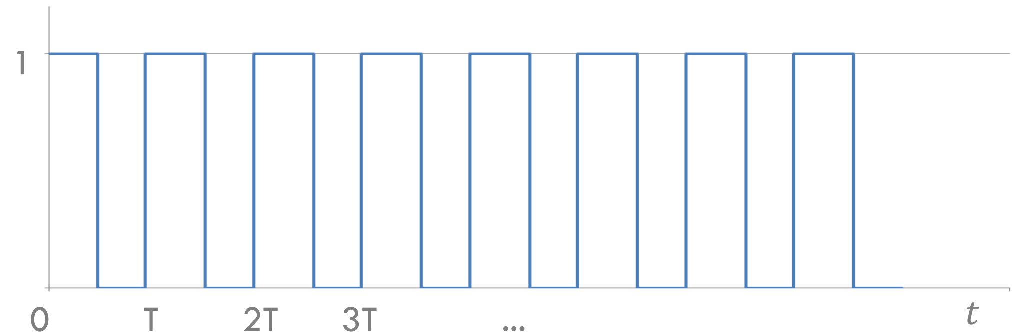
SINAIS PERIÓDICOS

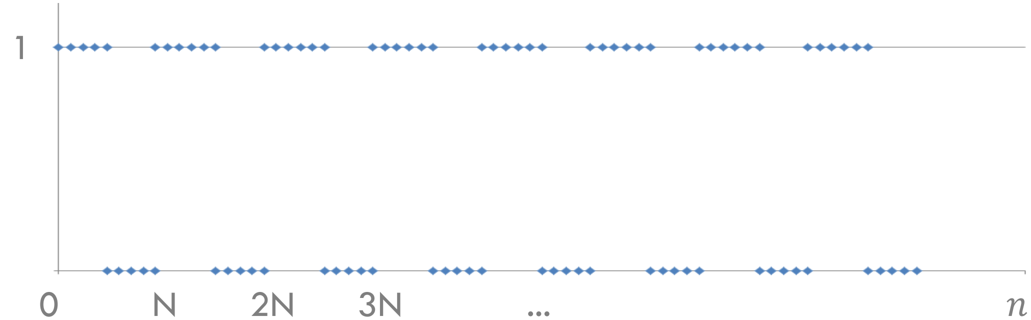
Um sinal é periódico de período T caso se mantenha inalterado por um deslocamento temporal de T,

$$x(t+T) = x(T)$$

ou, no caso discreto,

$$x[k+N] = x[N]$$





Onde,

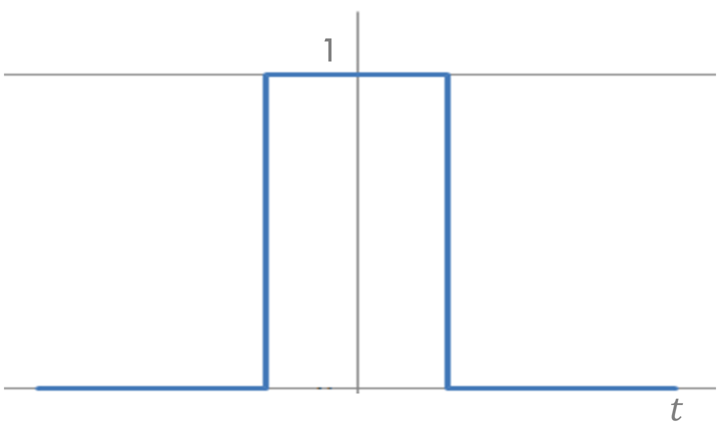
N, T representam o **período fundamental do sinal.**

SINAIS NÃO-PERIÓDICOS

Determinísticos

Seu valor pode ser determinado em qualquer instante de tempo.

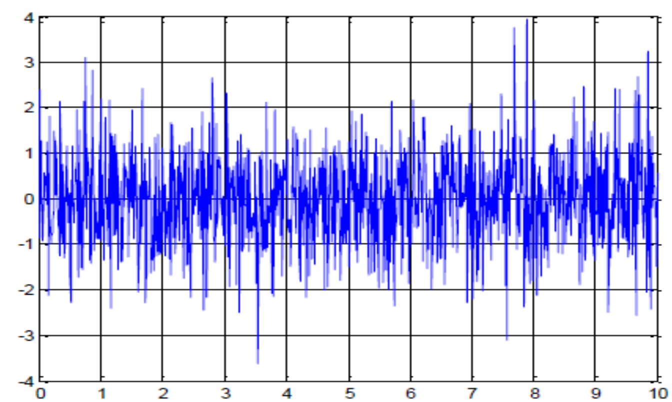
- *Ex. Sinal rampa unitária*



Aleatórios

Há incertezas associadas ao seu valor em qualquer instante de tempo.

- *Ex. ruído branco*

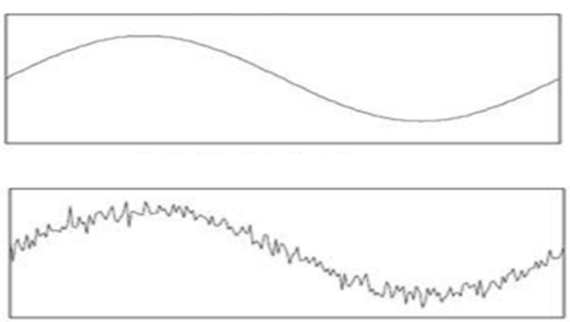


SINAL CORROMPIDO POR RUÍDO

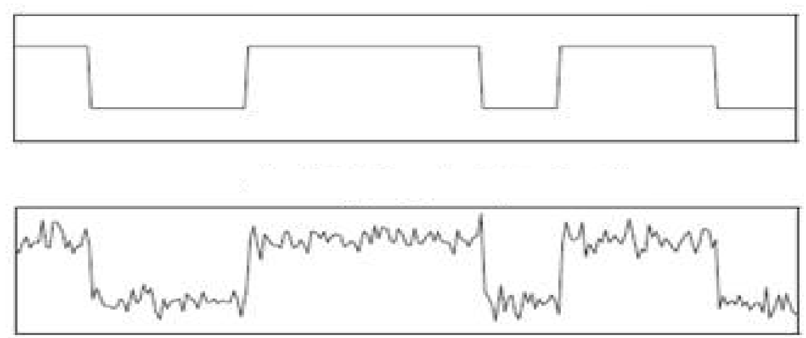
Sinal analógico – caracterizado por variações suavizadas entre máximo e mínimo de sua amplitude, como ondas senoidais.

Sinal digital – caracterizado por variações bruscas, como uma onda quadrada, que pode ser traduzida em código binário.

Sinal analógico



Sinal digital



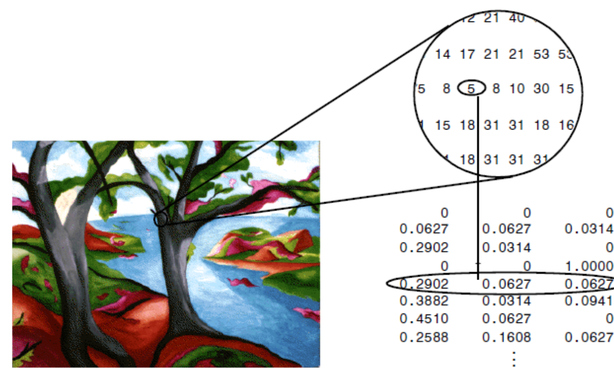
DIMENSÃO

Sinais 1D

Um sinal de áudio é um sinal unidimensional, ou 1D, uma vez que é somente função do tempo, $f(t)$.

Sinais 2D

Uma fotografia colorida é um sinal bidimensional (2D), ou uma imagem, uma vez que é uma função de duas coordenadas espaciais, $f(x,y)$.

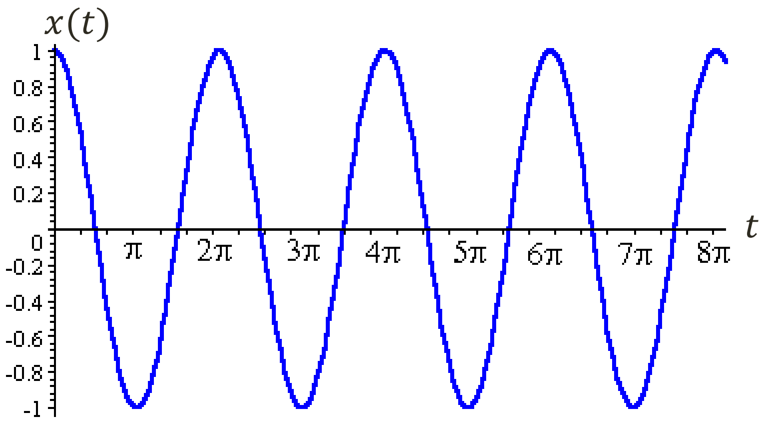


Sinais 3D

Um filme preto e branco é uma sequência de imagens com variação no $f(x,y,t)$.

SIMETRIA DE SINAIS

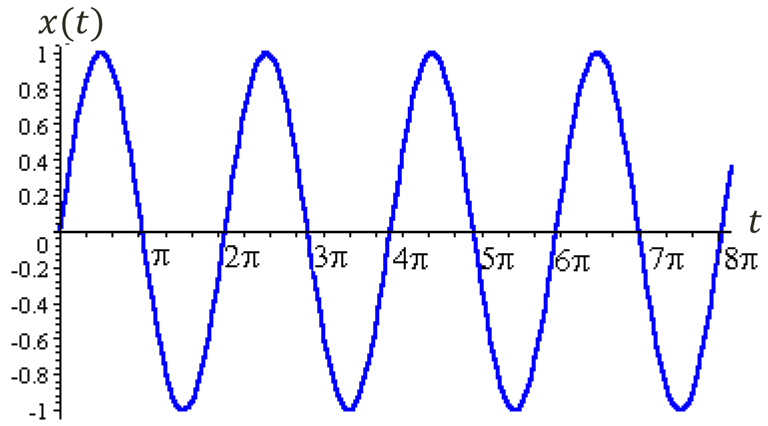
Par



$$x(-t) = x(t)$$

Ex.: $x(t) = \cos t$

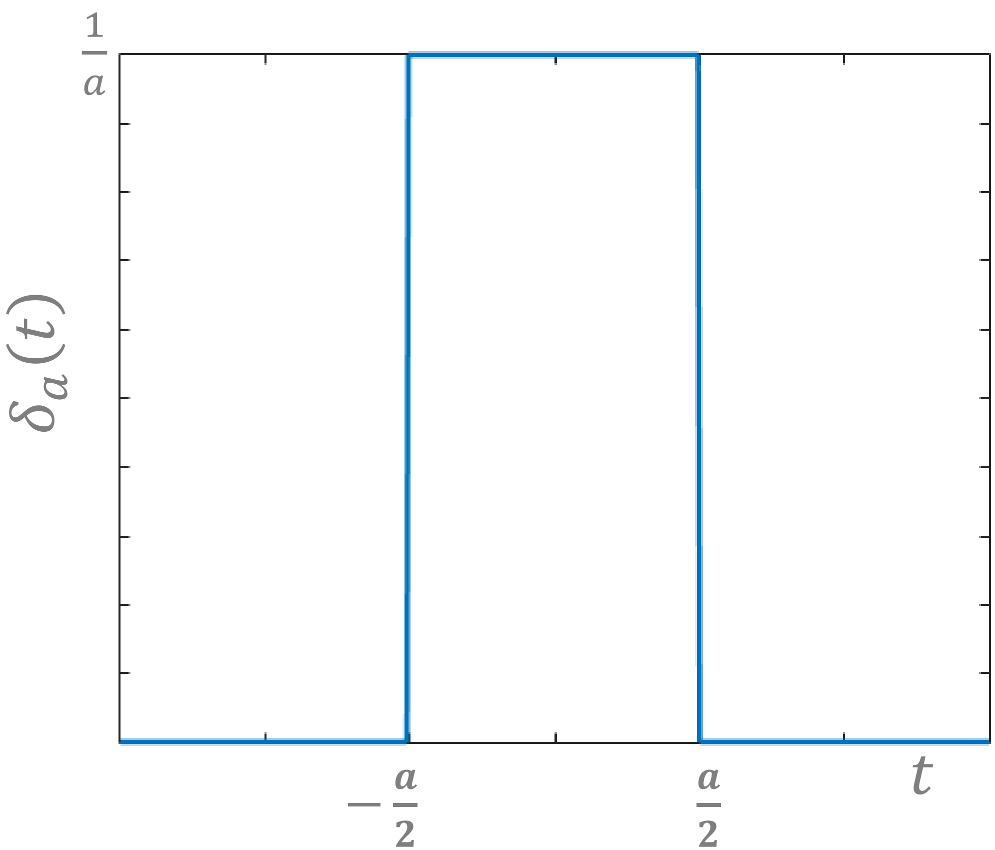
Ímpar



$$x(-t) = -x(t)$$

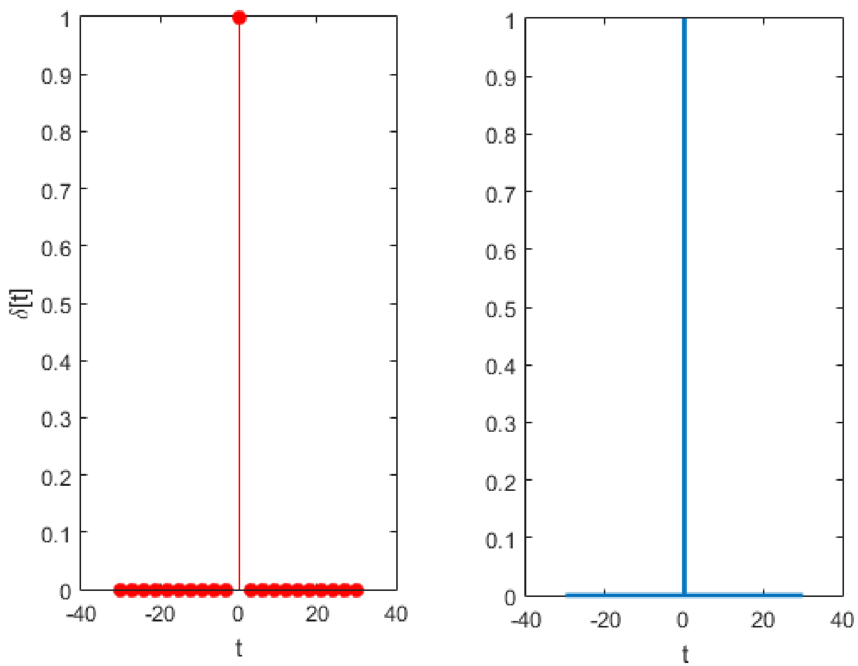
Ex.: $x(t) = \sin t$

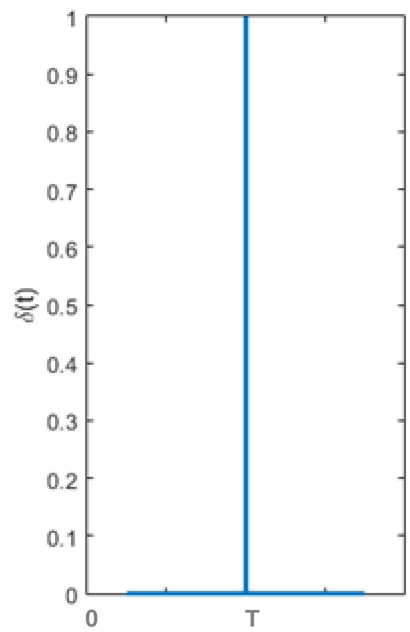
ALGUNS SINAIS IMPORTANTES...



Pulso,

$$\delta_a(t) = \begin{cases} \frac{1}{a}, & |t| < a/2 \\ 0, & |t| > a/2 \end{cases}$$





Impulso unitário,

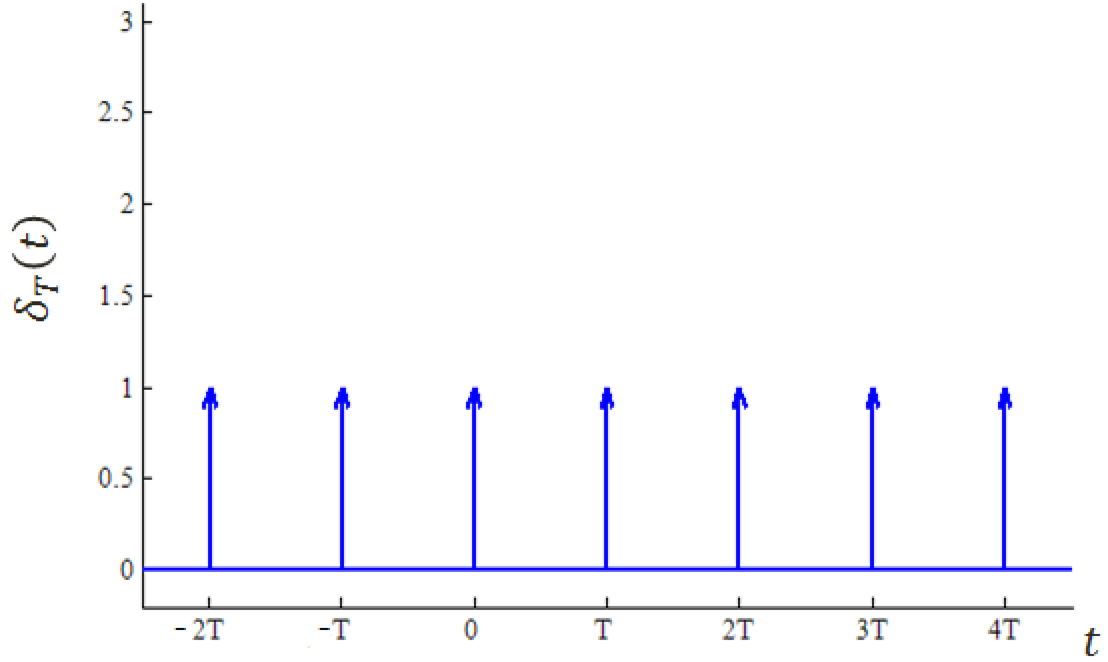
$$\delta(t) = \begin{cases} 1, & t = 0 \\ 0, & t \neq 0 \end{cases}$$

Impulso unitário deslocado,

$$\delta(t-T) = \begin{cases} 1, & t = T \\ 0, & t \neq T \end{cases}$$

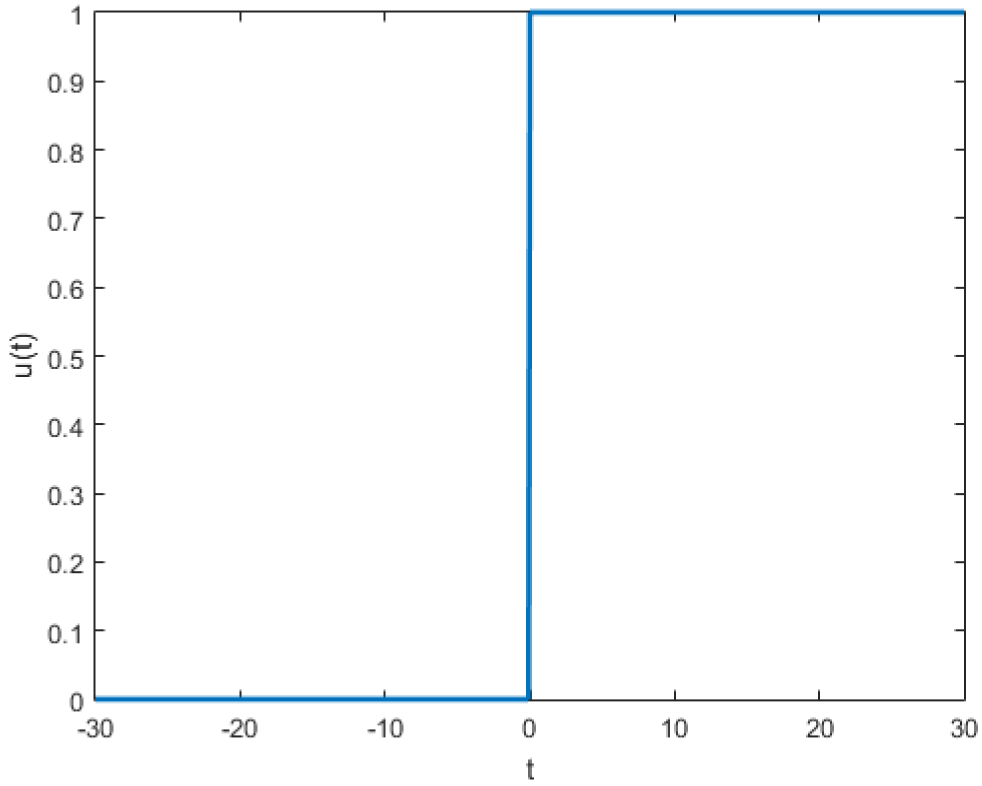
Trem de impulsos unitários

$$\delta_T(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(t - kT)$$



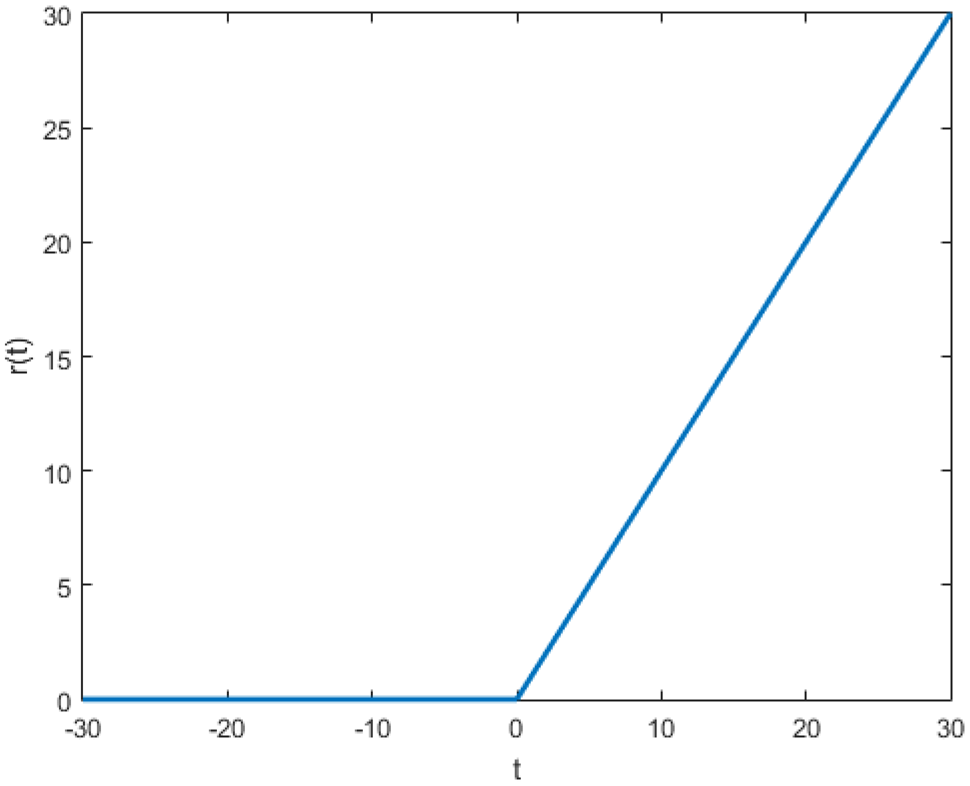
Degrau unitário,

$$u(t) = \begin{cases} 1, & t \geq 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases}$$



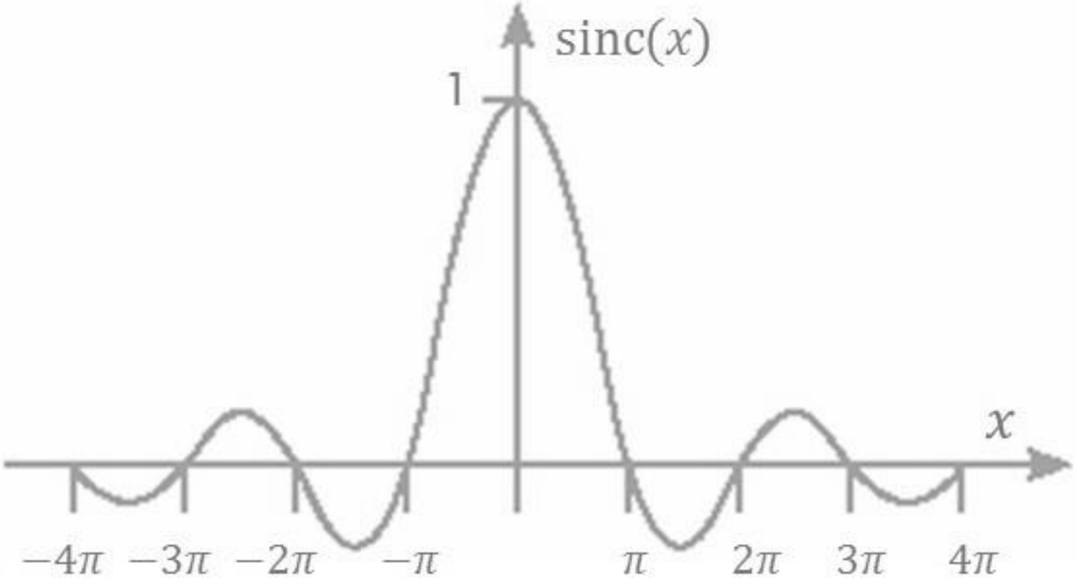
Rampa unitária,

$$u(t) = \begin{cases} 1, & t \geq 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases}$$



Função sinc

$$\text{sinc}\,(x) = \frac{\sin x}{x}$$



SISTEMAS

SLIT

SINAIS E SISTEMAS

Os sinais que estudamos aqui, em geral, estão associados a algum sistema.

Eles podem representar:

a ***entrada*** de um sistema (*input*): às vezes também é chamado de o *controle* ou mesmo *a excitação* do sistema

saída do sistema (*output*): às vezes também é chamado de *resposta* ou *observação* do sistema.

$$r(t) \longrightarrow \boxed{\begin{array}{c}\text{SISTEMA}\\ \mathcal{H}\{\cdot\}\end{array}} \longrightarrow y(t)$$

SLIT - SISTEMAS LINEARES E INVARIANTES NO TEMPO

LTI SYSTEMS (LINEAR TIME INVARIANT SYSTEMS)

sistema *linear*

Uma função $x(t)$ é dita linear se satisfizer as seguintes condições:

$$x(\alpha t) = \alpha x(t)$$

$$x(t_1 + t_2) = x(t_1) + \mathrm{x}(t_2)$$

Por exemplo, o sistema de média móvel é linear:

$$y[n] = \frac{1}{3}(x[n] + x[n-1] + x[n-2])$$

Já $y(n) = 10x(n) + 1$ é não linear

sistema *invariante no tempo*

Um sistema é dito invariante no tempo se um deslocamento no tempo do sinal de entrada (retardo ou avanço) implicar em um deslocamento temporal idêntico no sinal de saída:

$$x(t) \rightarrow \mathrm{y}(t) \Rightarrow x(t-\tau) \rightarrow \mathrm{y}(t-\tau)$$

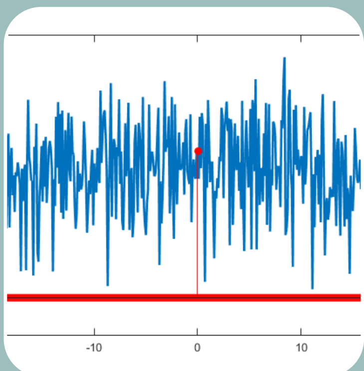
Sistemas invariante e não invariante no tempo, respectivamente:

$$\frac{d^2y}{dy^2} + 4\frac{dy}{dt} - y = \frac{dx}{dt} + 3x$$

$$\frac{d^2y}{dy^2} + 6t\frac{dy}{dt} + y = \frac{dx}{dt} - (t-4)x$$

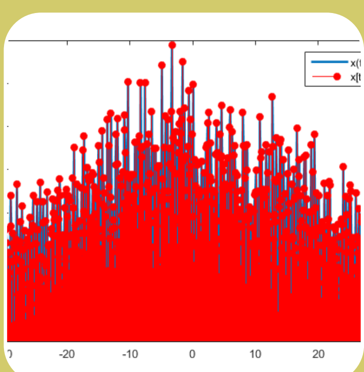
PROPRIEDADE DE AMOSTRAGEM OU *SIFTING*

REPRESENTANDO QUALQUER SINAL COM A FUNÇÃO IMPULSO



Um ponto de x

- $x(t)\delta(t-T) = x(T)\delta(t-T) = x(T)$



Expandindo a ideia para todo sinal

- $x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)\delta(t-\tau)d\tau$

MOTIVAÇÃO PARA O ESTUDO DE SISTEMAS LINEARES

1. Boa parte dos fenômenos físicos podem ser descritos aproximadamente por comportamentos lineares, ao menos em torno de pontos de operação especificados.
2. Poderosas ferramentas para análise e síntese de comportamentos lineares estão disponíveis. Particularmente, existem soluções genéricas e em forma fechada para sistemas lineares.

ENTENDENDO SISTEMAS LIT

Sistemas LIT

São sistemas especiais porque qualquer caso pode ser expresso como uma soma ponderada de *respostas impulso deslocadas*!!!

O problema de caracterizar um sistema complexo se tornou mais simples agora. Para sistemas LIT, existe apenas a resposta à função impulso para medir. Uma vez que tenhamos medido esta função, podemos prever como o sistema responderá qualquer estímulo.

Sistema invariante no tempo

$$\mathcal{H}\{\delta(t+\tau)\} = h(t+\tau)$$

Linearidade

$$\mathcal{H}\{x(t)\} = x_1 h(t+\tau_1) + x_2 h(t+\tau_2)$$

Estendendo com a propriedade de amostragem: **convolução**

$$\mathcal{H}\{x(t)\} = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)\, h(t-\tau) d\tau = x(t) * h(t)$$

EXEMPLO

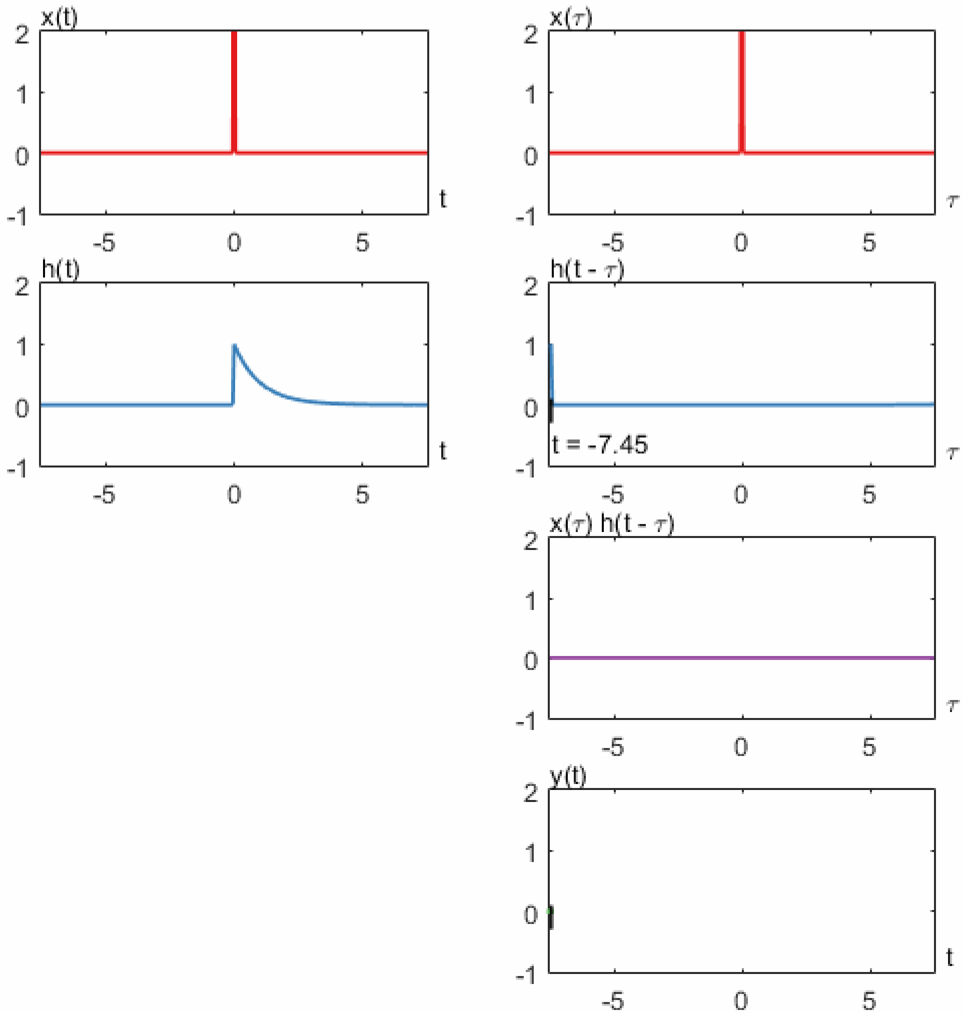
Dada a saída de um circuito RC a uma função impulso,

$$h(t) = \frac{1}{RC} e^{-t/RC} u(t)$$

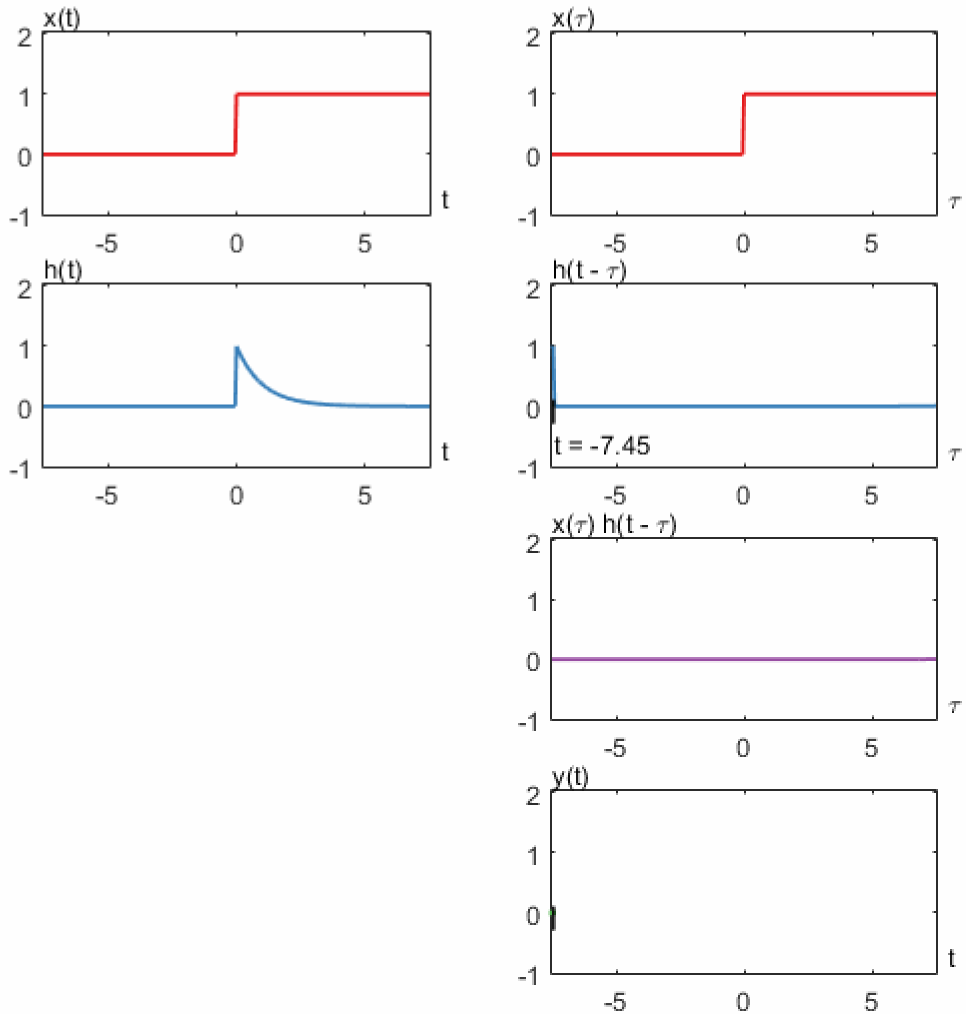
Ache a saída do circuito para uma entrada

A. Impulso unitário $x(t) = \delta(t)$

B. Degrau unitário $x(t) = u(t)$



Extraído de
http://www.ece.utah.edu/~ece3500/notes/class06.html


x(t)
h(t)
x(τ)
h(t - τ)
t = -7.45
x(τ) h(t - τ)
y(t)
t
τ
2
1
0
-1
-5
0
5

PARA FAZER EM CASA

Dada a saída de um circuito RC a uma função impulso,

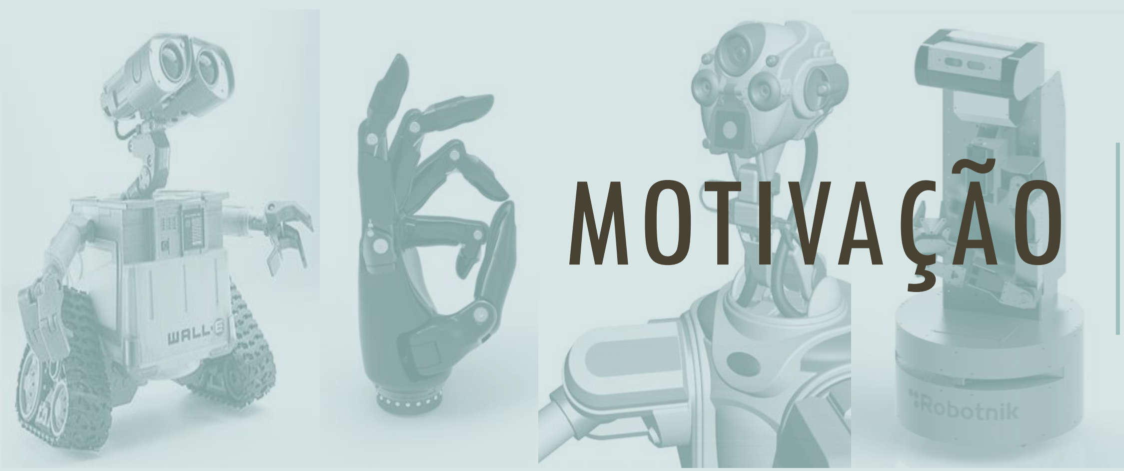
$$h(t) = u(t) - u(t - t_0)$$

onde $t_0 > 0$.

Ache a saída do circuito para uma entrada

A. Degrau unitário $x(t) = u(t)$

B. Degrau finito unitário $x(t) = u(t) - u(t - t_0)$

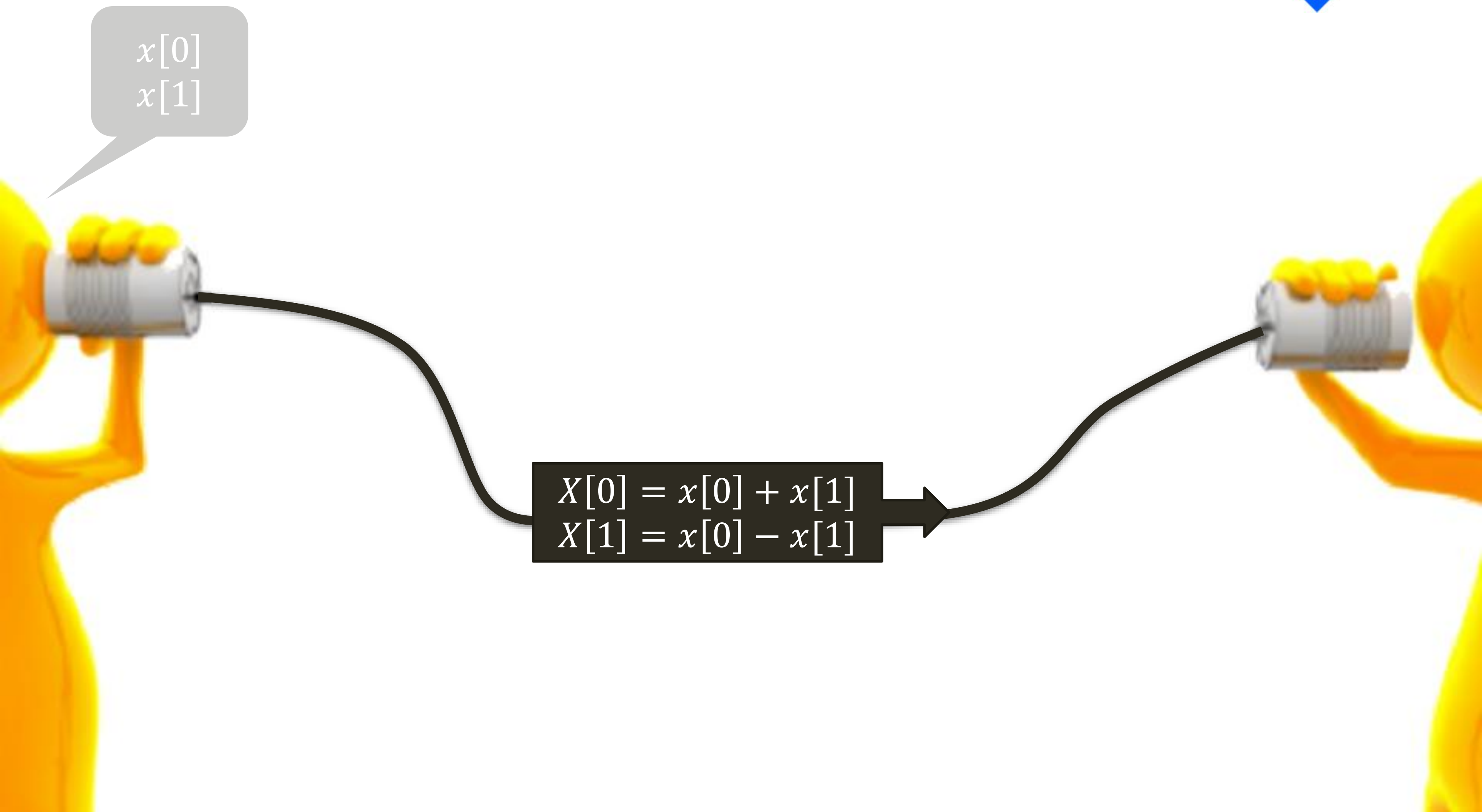


MOTIVAÇÃO

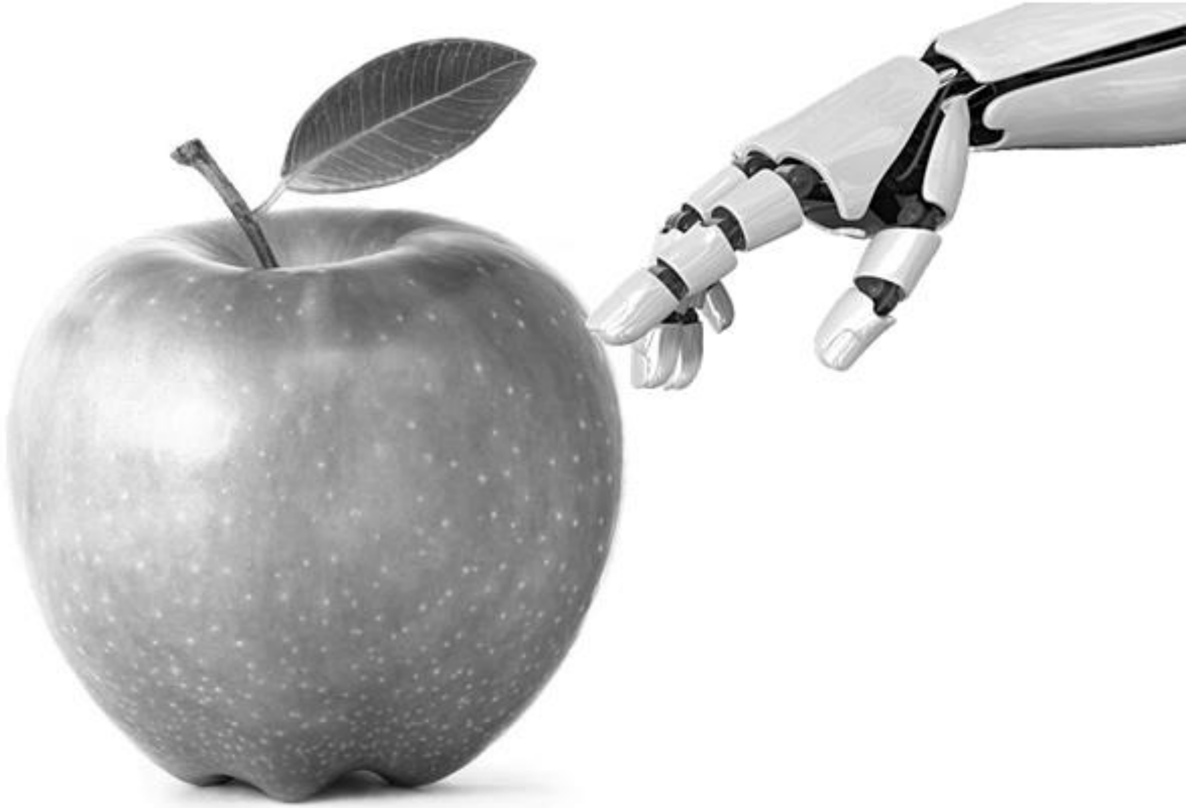
Frequência

Domínio do tempo vs domínio da frequência

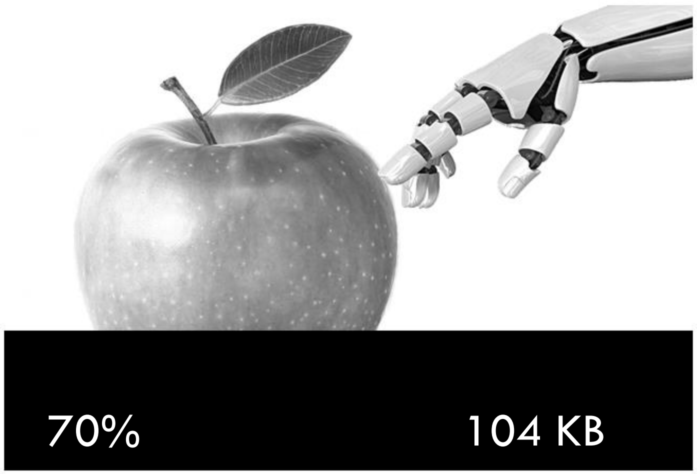
DECOMPOSIÇÃO DO SINAL

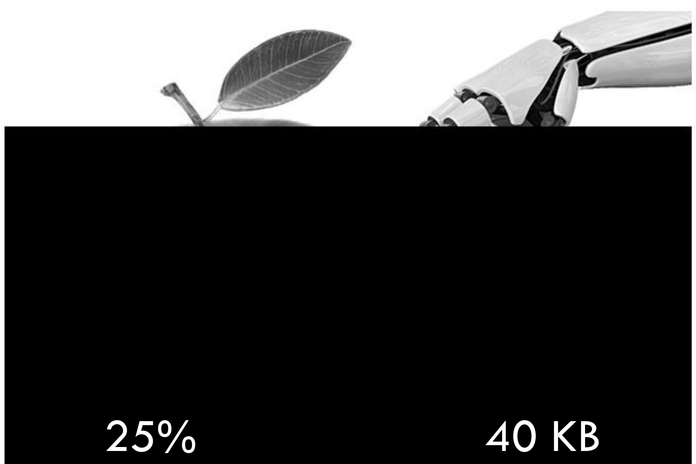


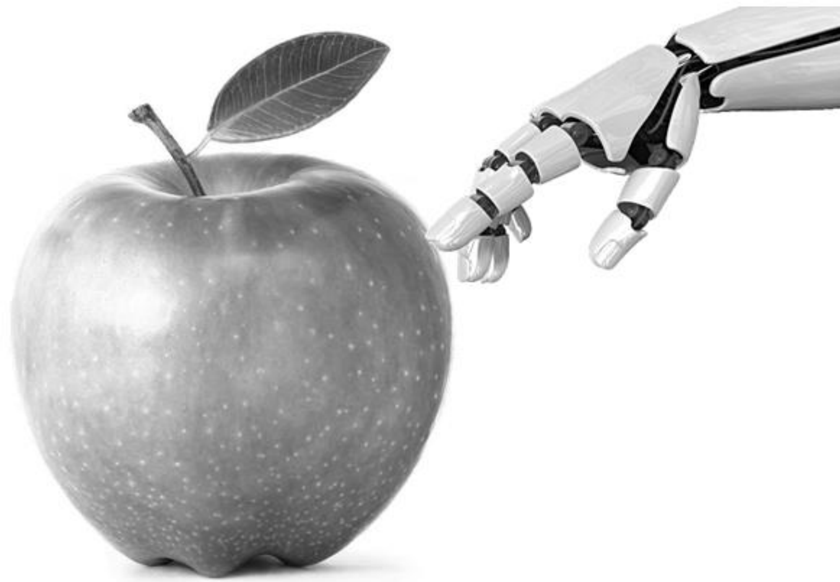
REPRESENTAÇÃO HIERÁRQUICA DA IMAGEM



FILTRO NO DOMÍNIO DO TEMPO



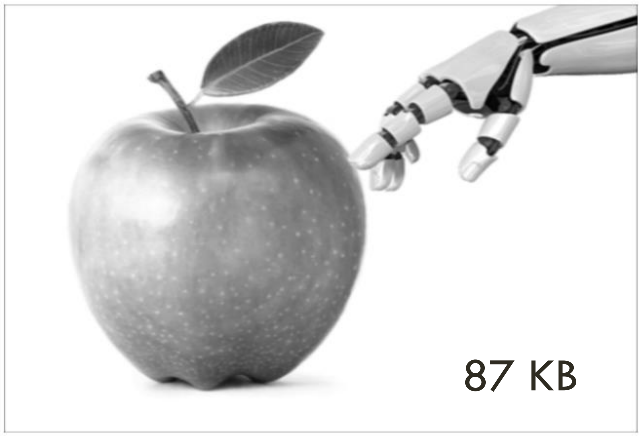




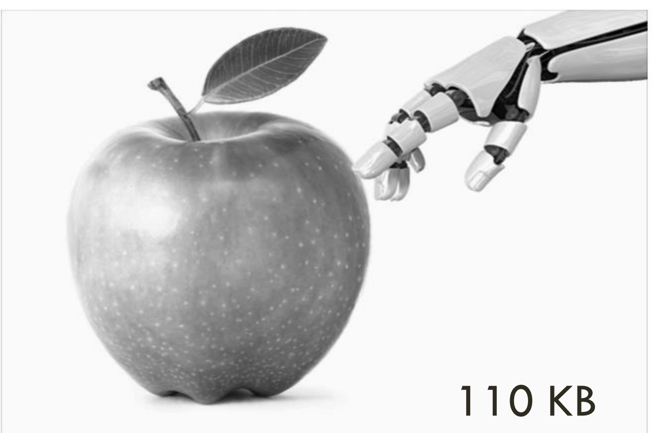
128 KB

FILTRO NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA

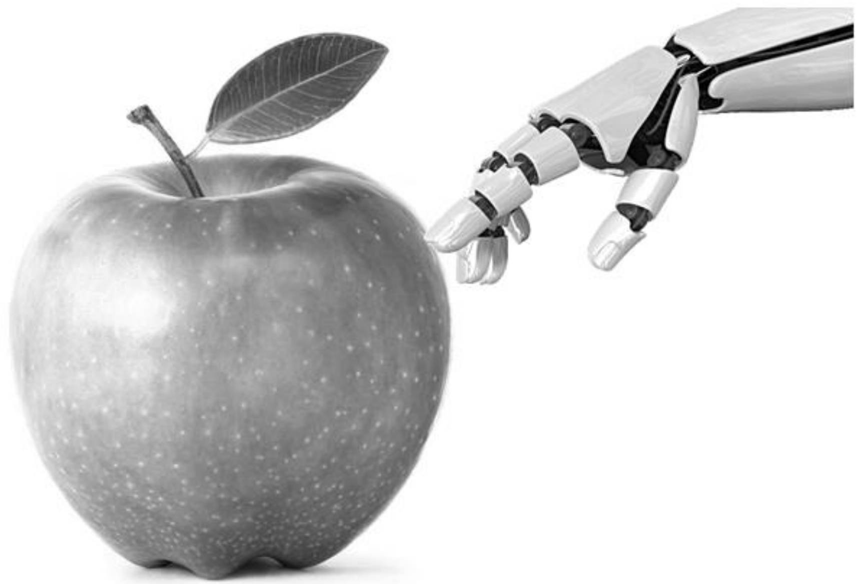
54 KB



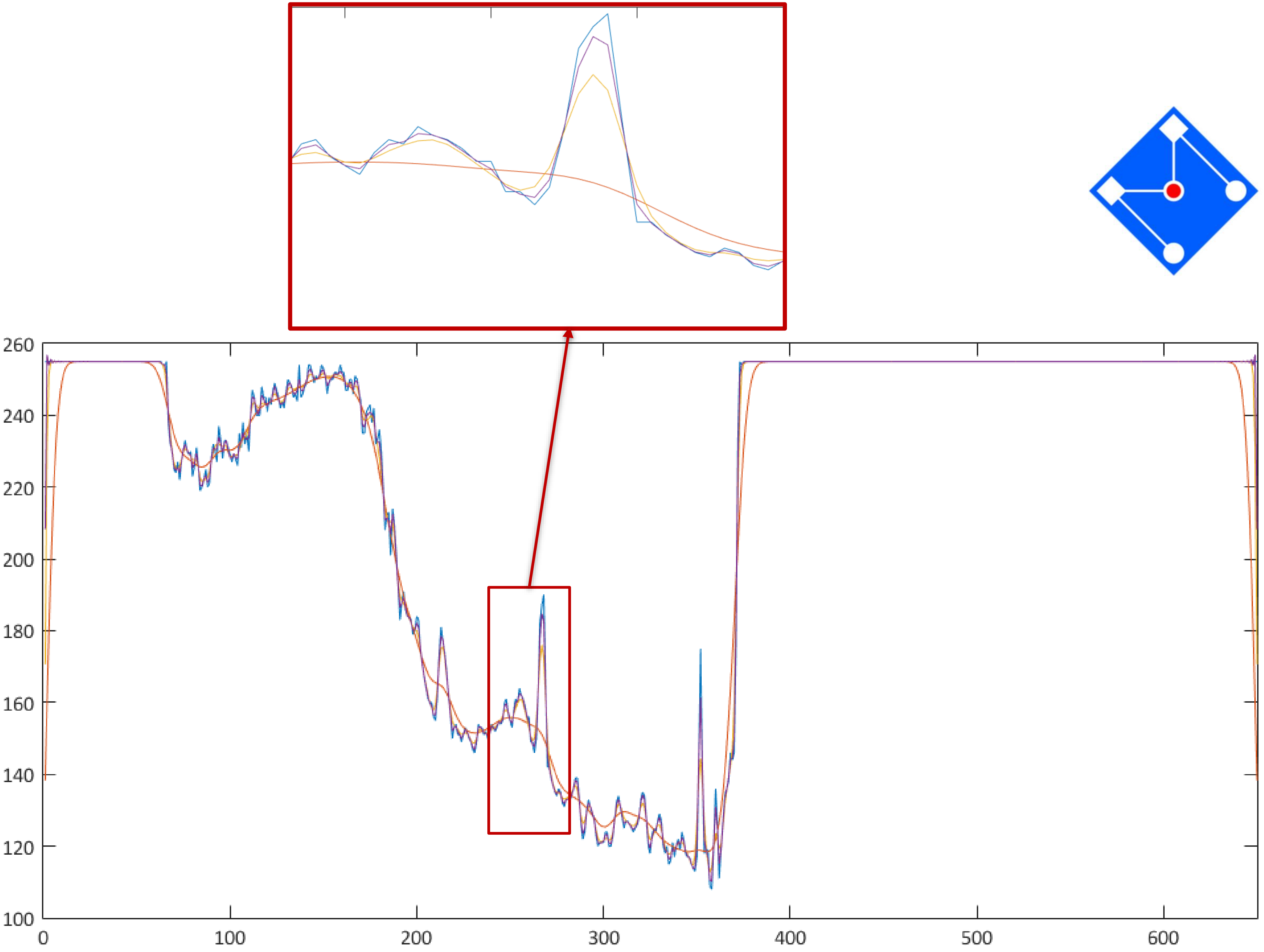
87 KB



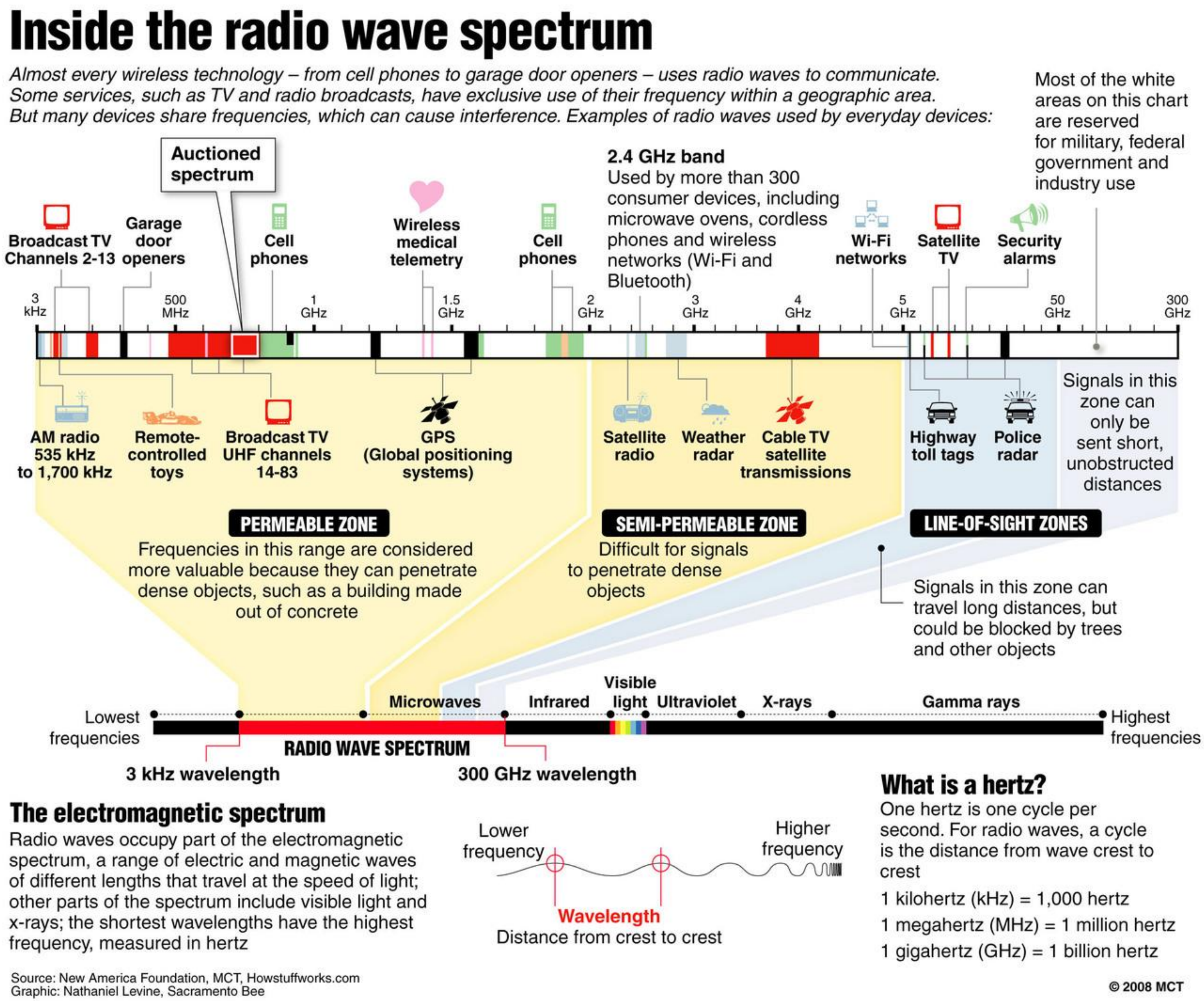
110 KB



128 KB

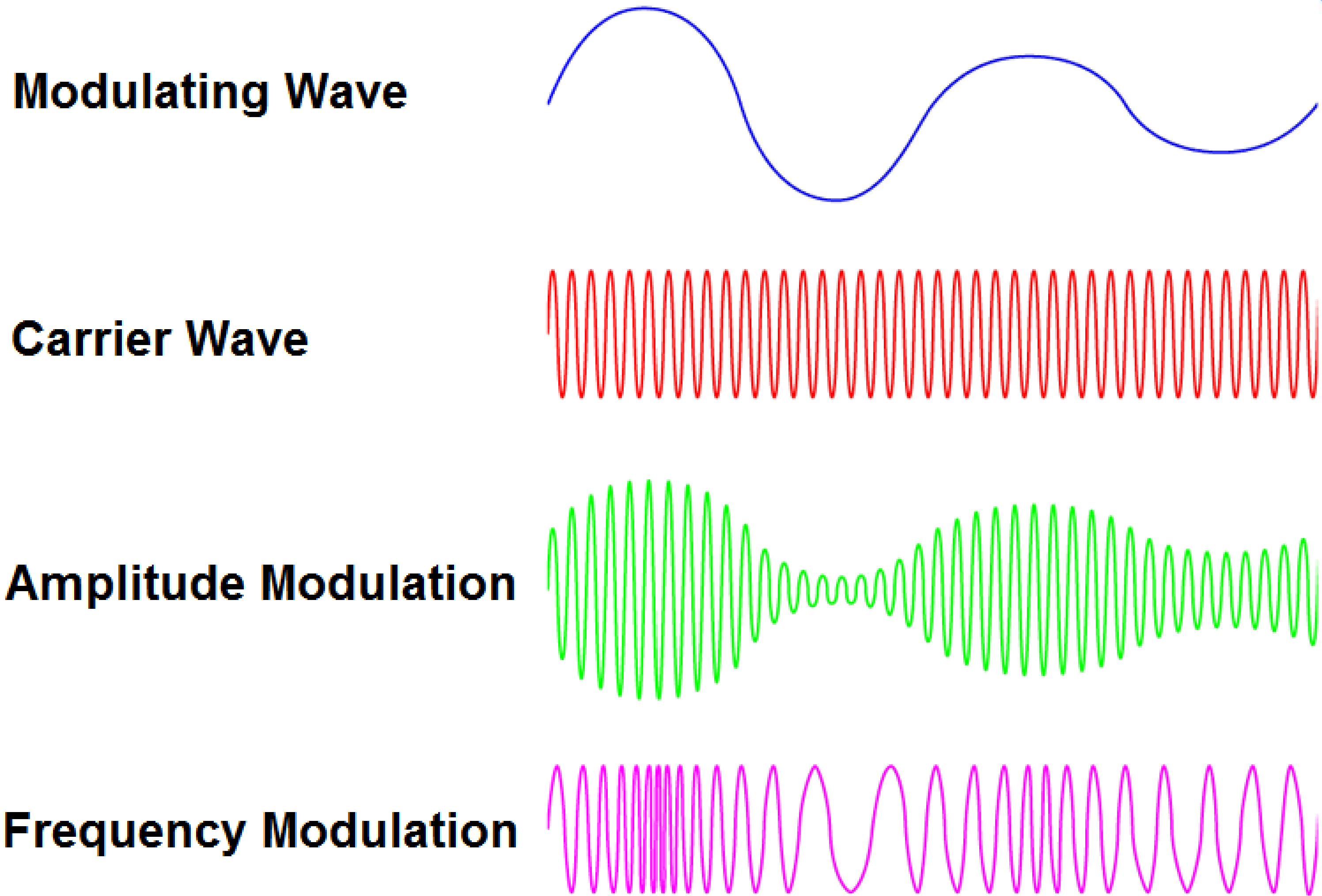


260
240
220
200
180
160
140
120
100
0
100
200
300
400
500
600



http://theconversation.com/wireless-spectrum-is-for-sale-but-what-is-it-11794

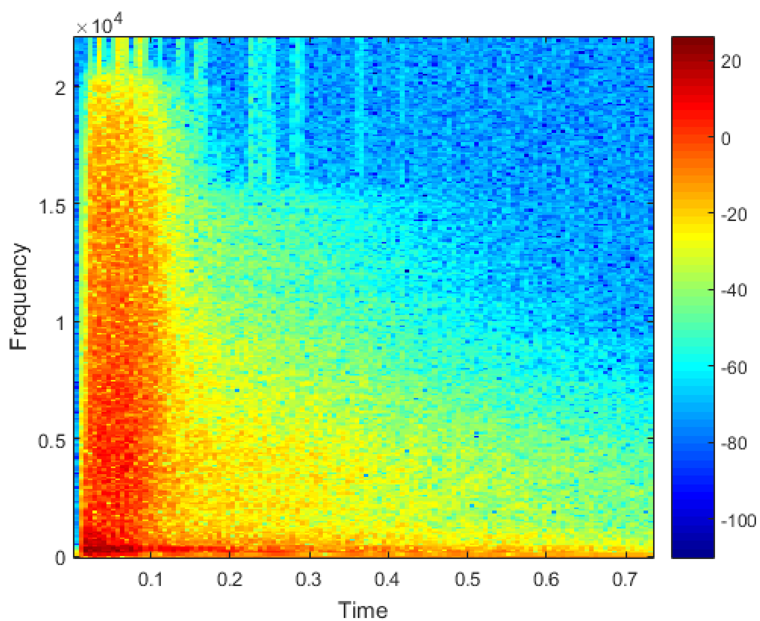
AM VS FM

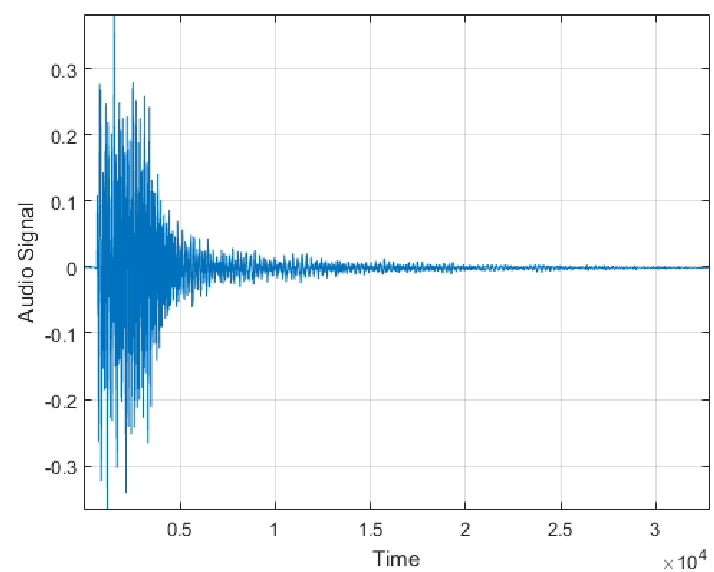

Modulating Wave
Carrier Wave
Amplitude Modulation
Frequency Modulation

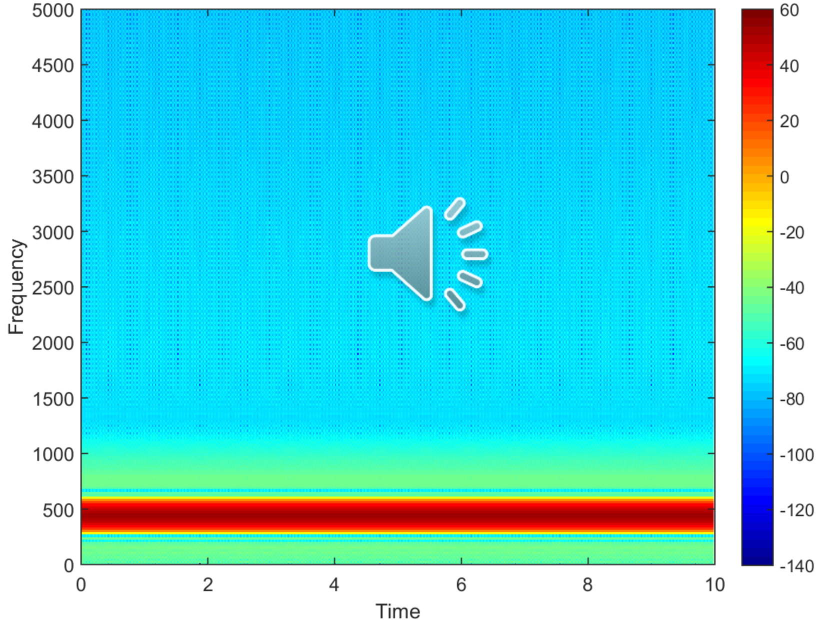
MÚSICA

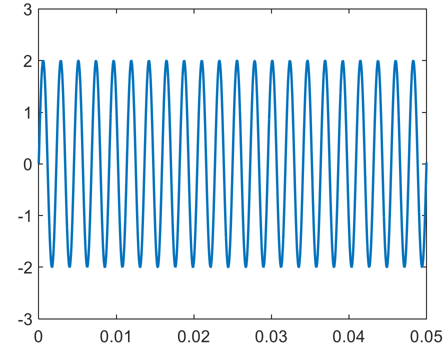
Em quais são as características de uma música tocada em um piano você está mais interessado??? Tempo de duração de uma nota ou no que faz a nota soar daquela maneira ??? O tempo dita **quando** você ouve alguma coisa, mas a frequência dita **o que** você ouve!!!!

Tarola



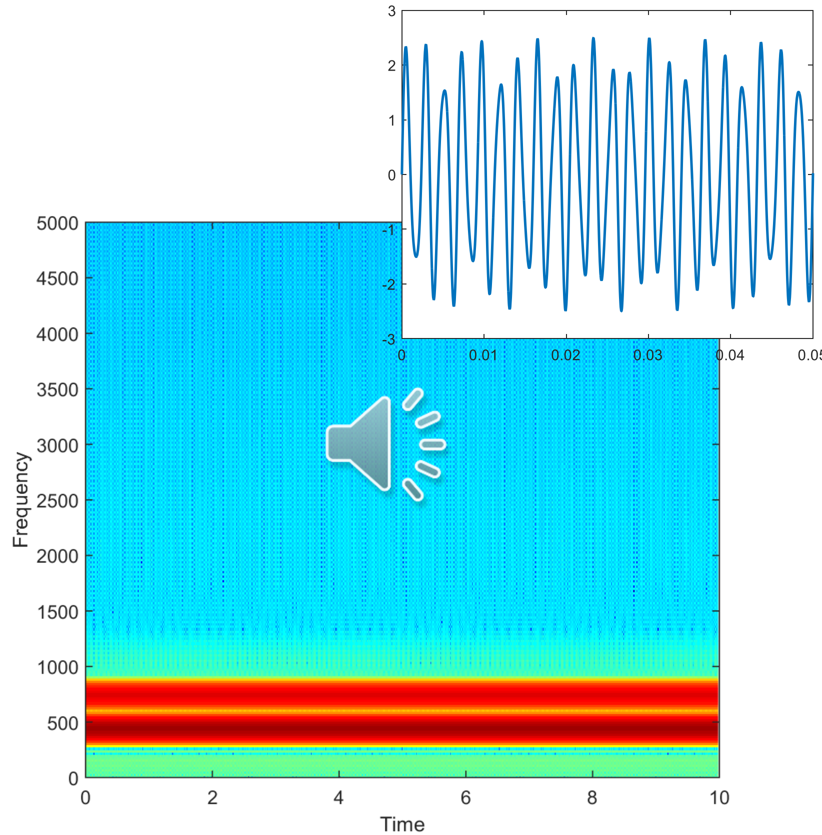


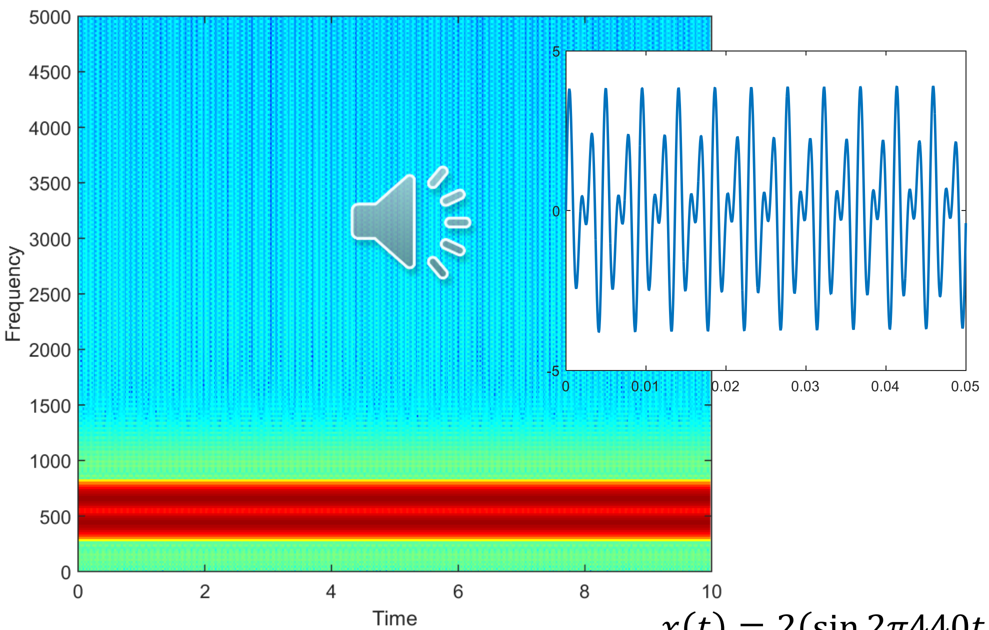




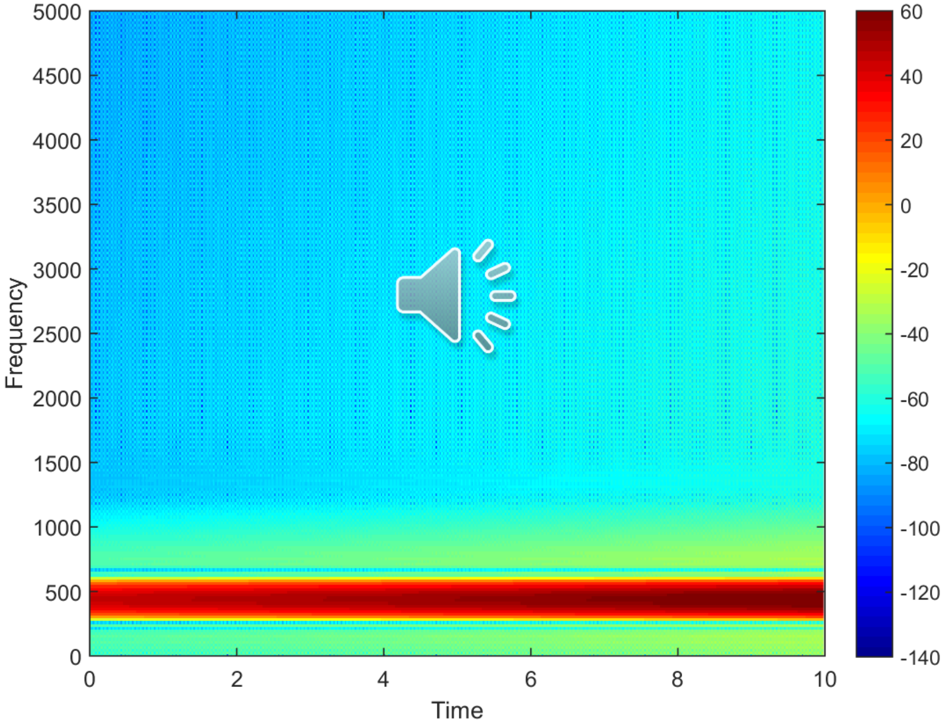
$x(t) = 2 \sin 2\pi 440t$

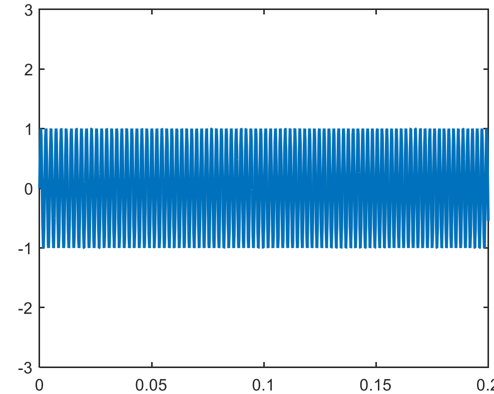
$x(t) = 2 \sin 2\pi 440t +$
$0.5 \sin 2\pi 739.9t$



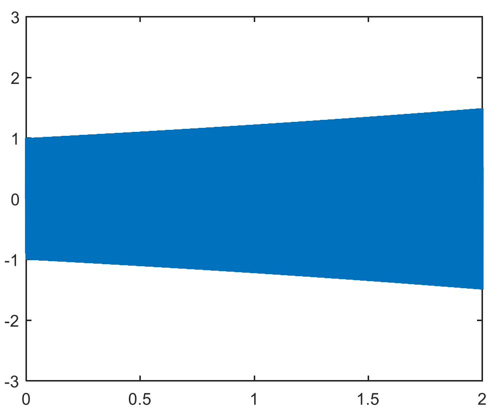


$x(t) = 2(\sin 2\pi 440t +$

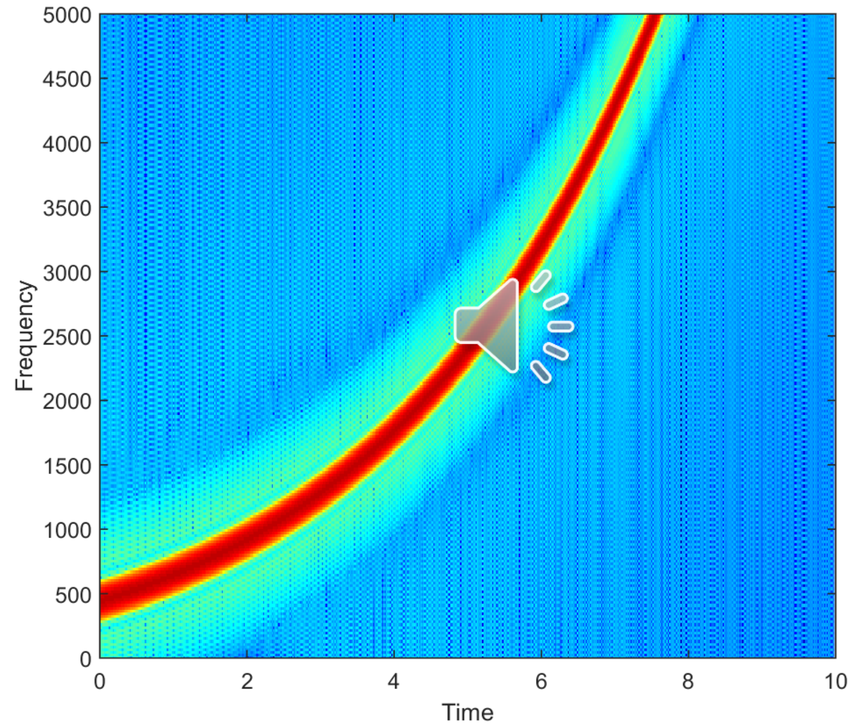




$$x(t) = 2 \sin 2\pi 440 e^{0.2t} t$$

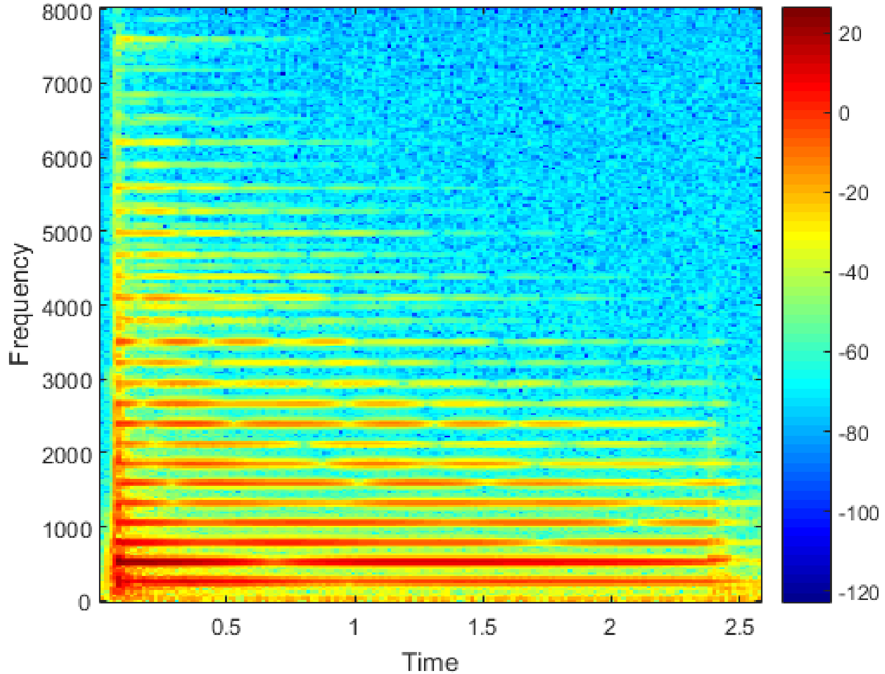


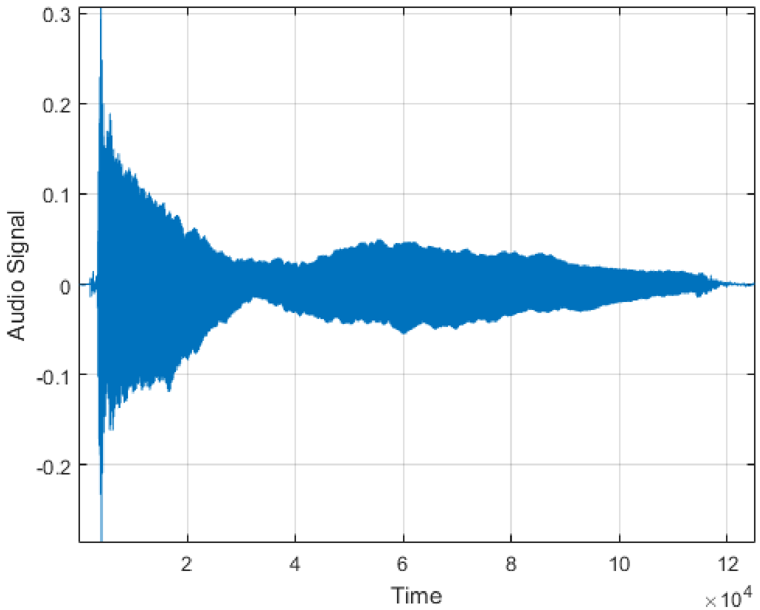
$$x(t) = 2\, e^{0.2t} \sin 2\pi 440 t$$



DÓ MÉDIO NO PIANO

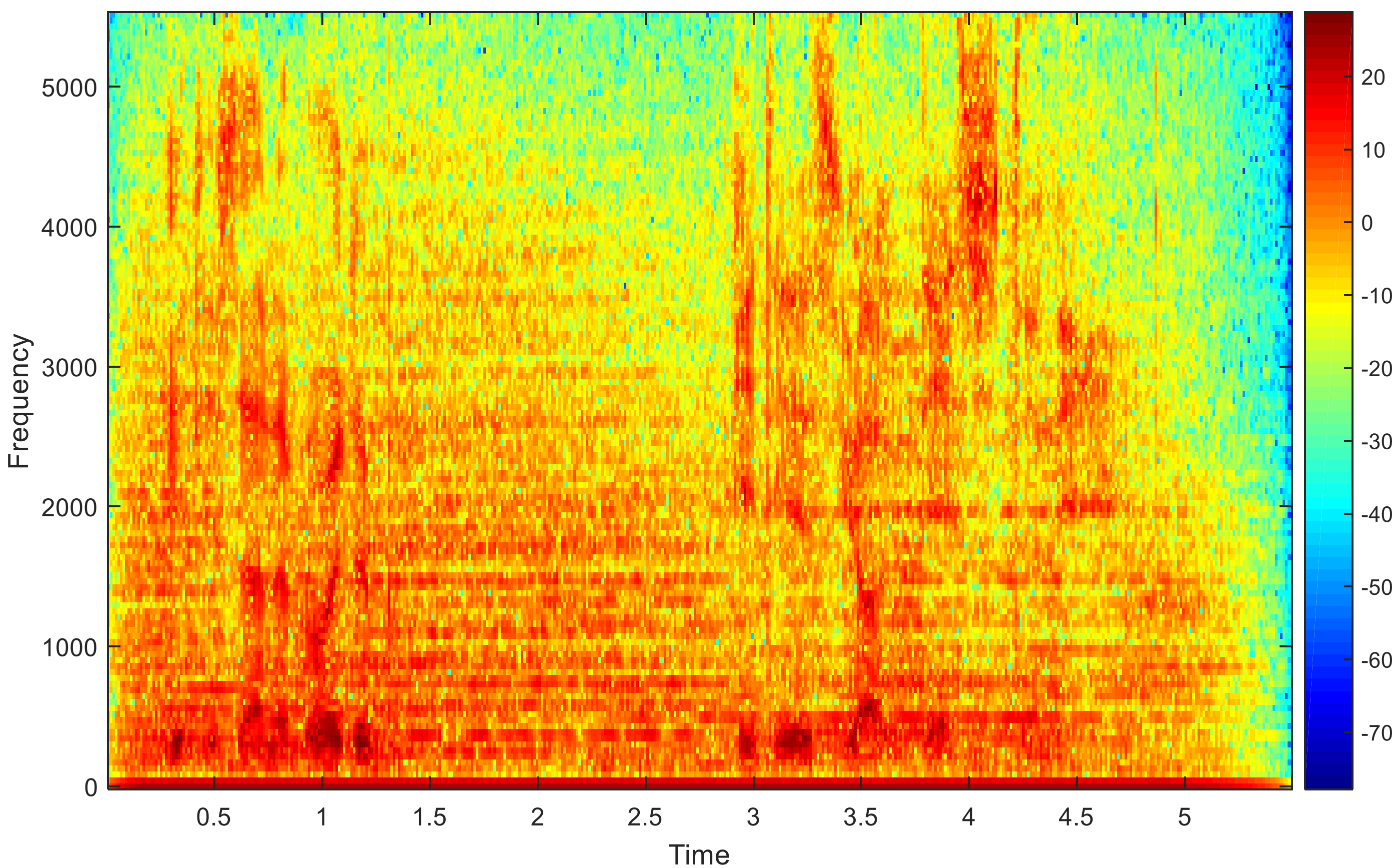
Frequência fundamental: 261 Hz

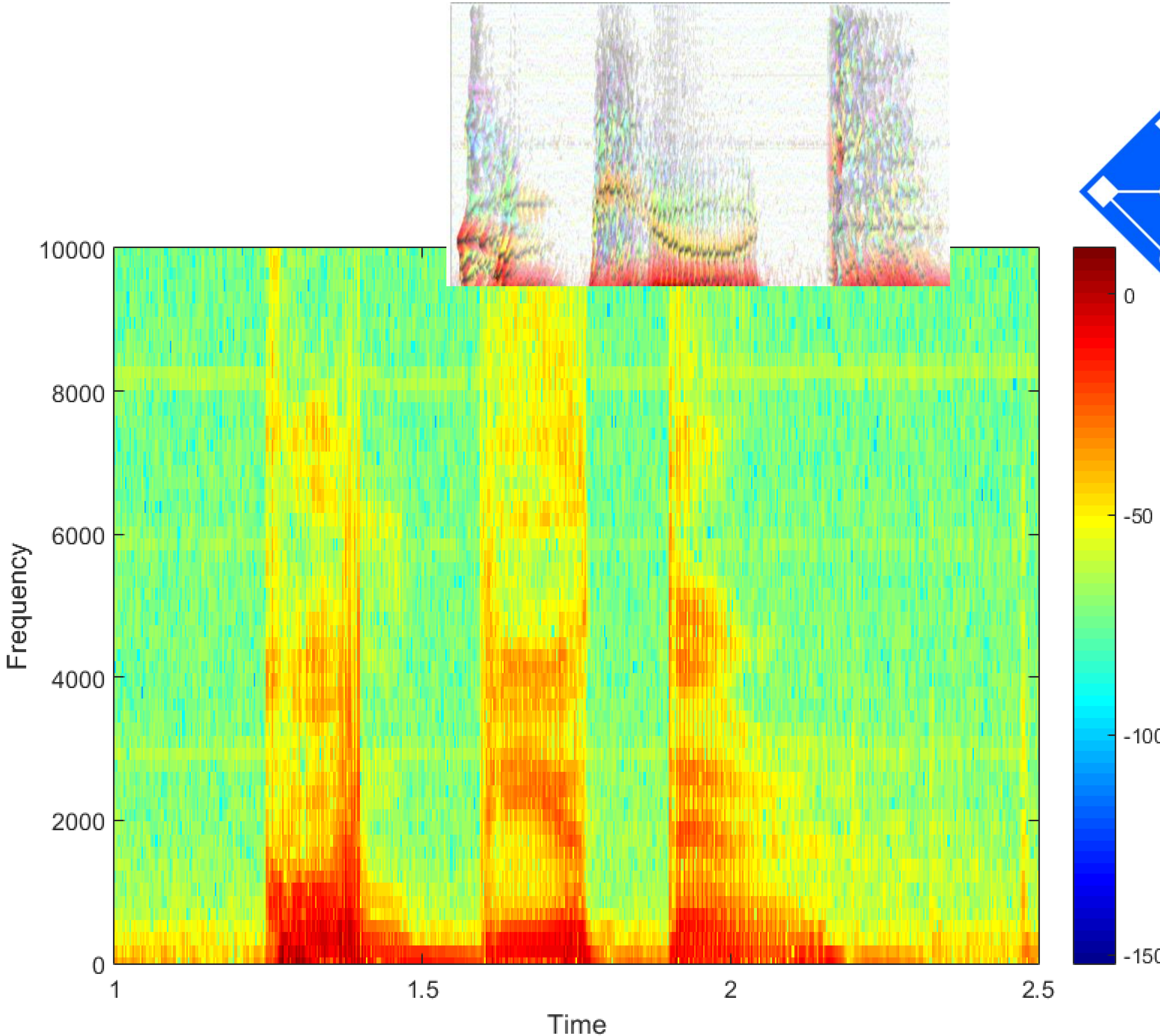




Return of the Jedi

Ian McDiarmid as the Emperor: "It is unavoidable... It is your destiny."




10000
8000
6000
4000
2000
0
Frequency
1
1.5
2
2.5
Time
0
-50
-100
-150

DOMÍNIOS E TRANSFORMAÇÕES

Temos o olho esquerdo, então por que precisamos do olho direito? A resposta é perspectiva.

Domínio do tempo e domínio da frequência são duas maneiras de olhar para o mesmo sistema dinâmico.

Eles são permutáveis entre si, isto é, nenhuma informação é perdida na mudança de um domínio para outro.

São pontos de vista complementares. Isso leva a uma compreensão completa e clara do comportamento de um sistema dinâmico de engenharia.

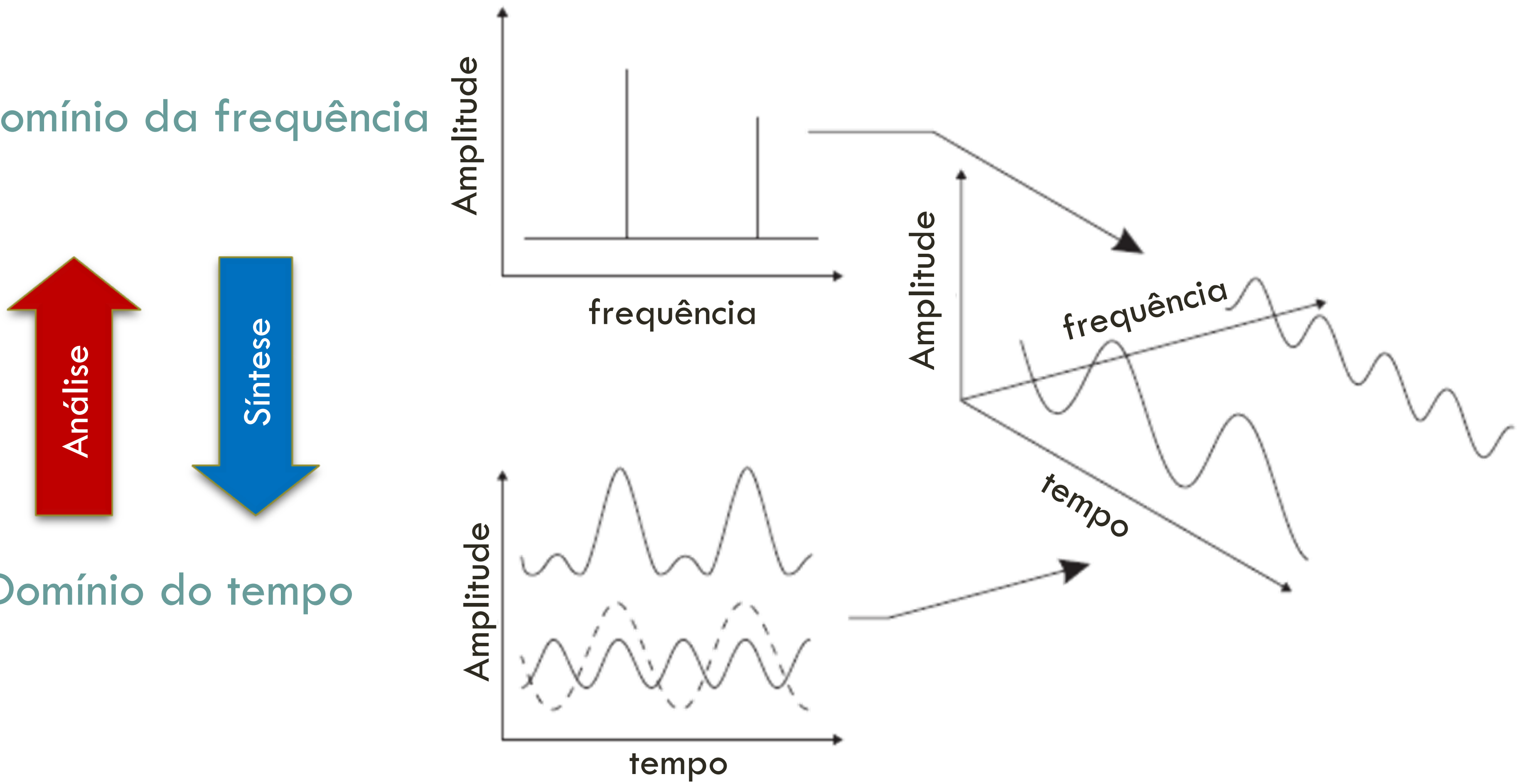
Descrevemos o que acontece no **domínio do tempo** como **temporal** e no **domínio da frequência** como **espectral**.

O que é transformação?????
É o mapeamento entre domínios!

Todos tem a mesma informação!

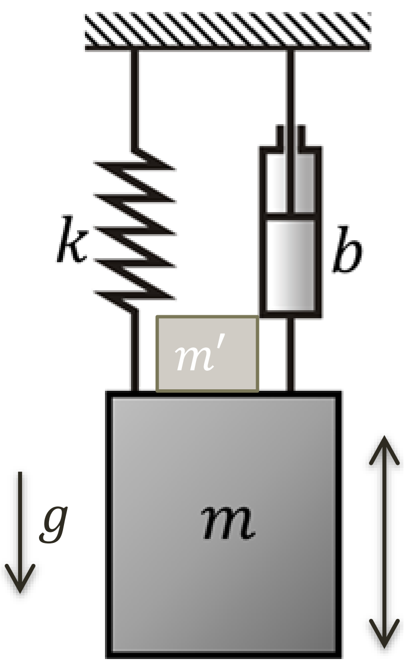
ANÁLISE E SÍNTESE DE UM SINAL

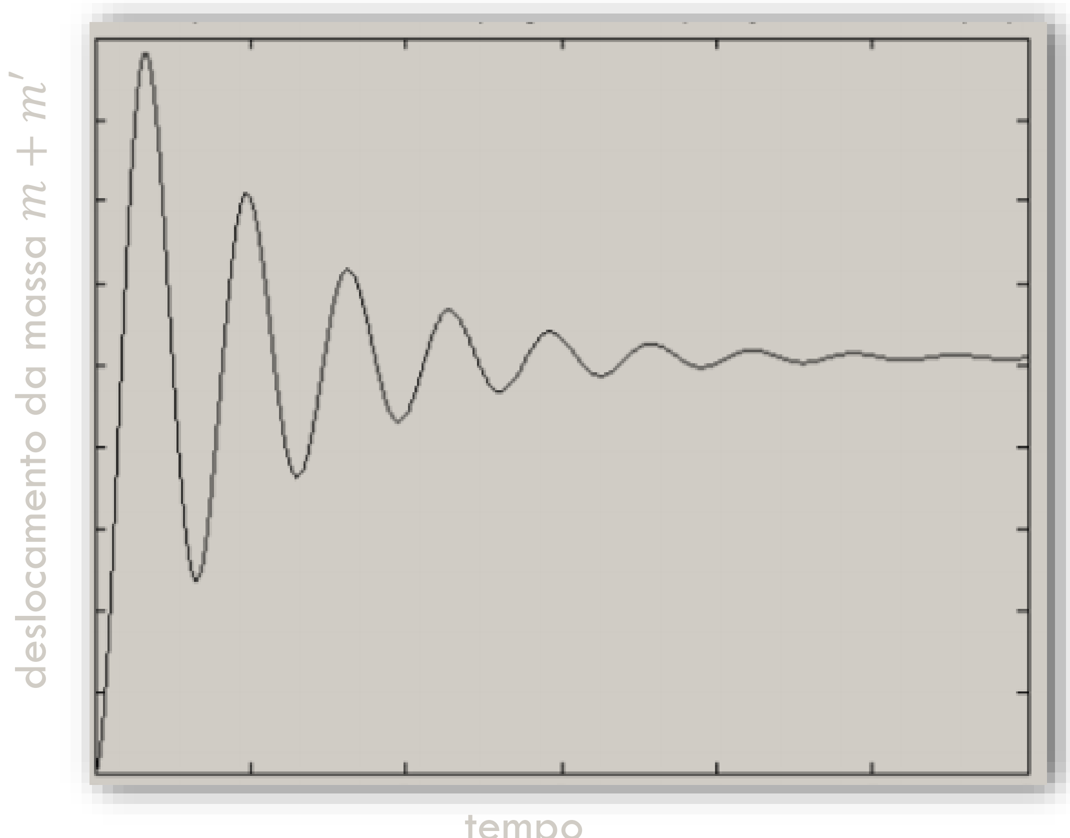
Domínio da frequência



Domínio do tempo

DOMÍNIO DO TEMPO

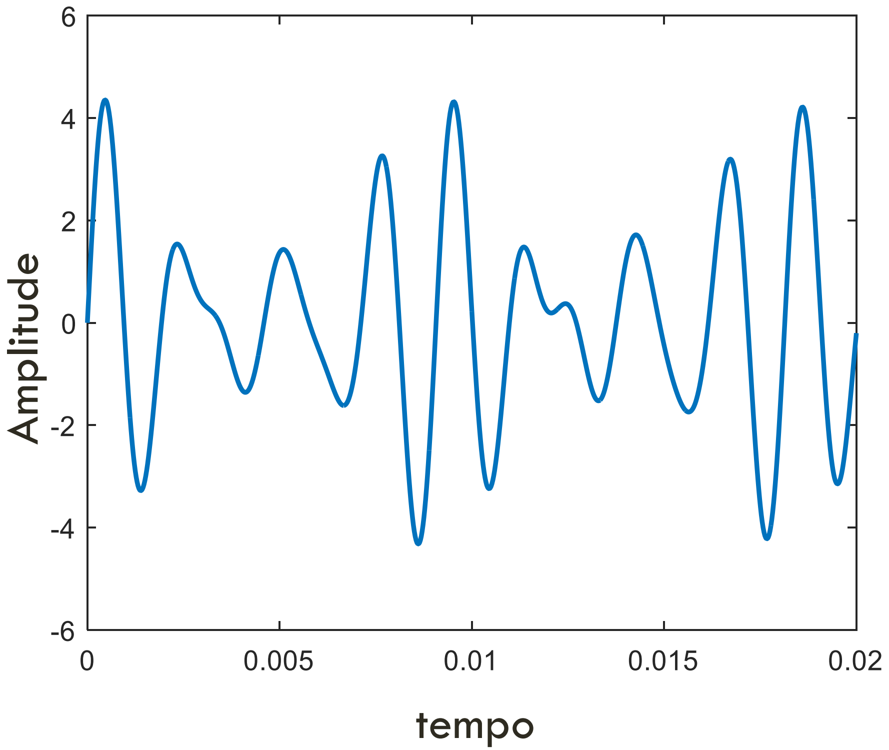




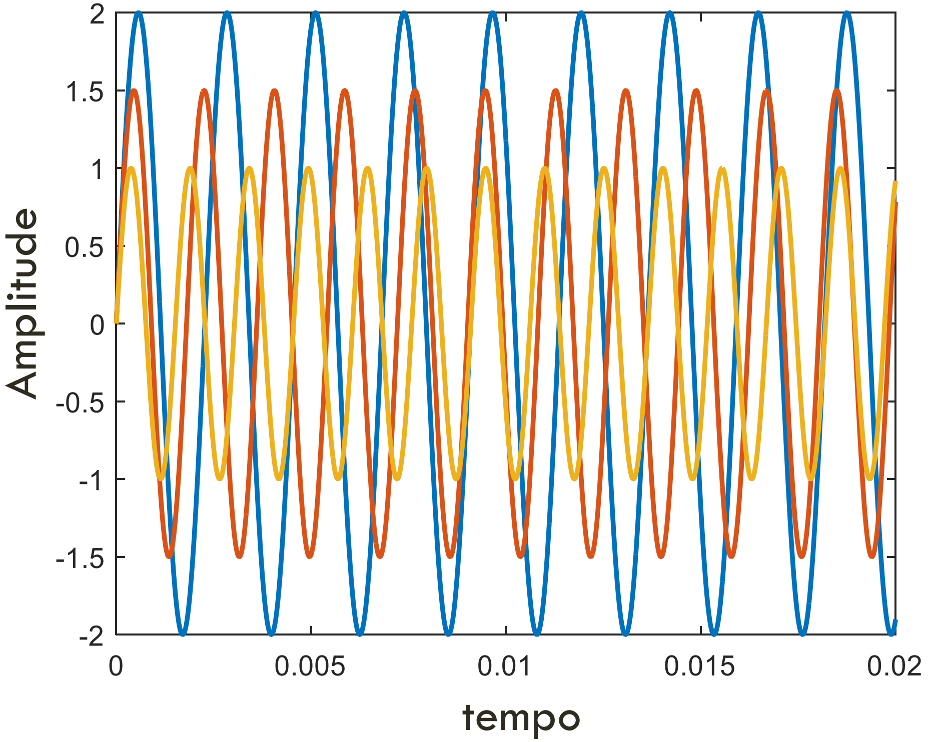
DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA

OUTRA FORMA DE OLHAR O SINAL

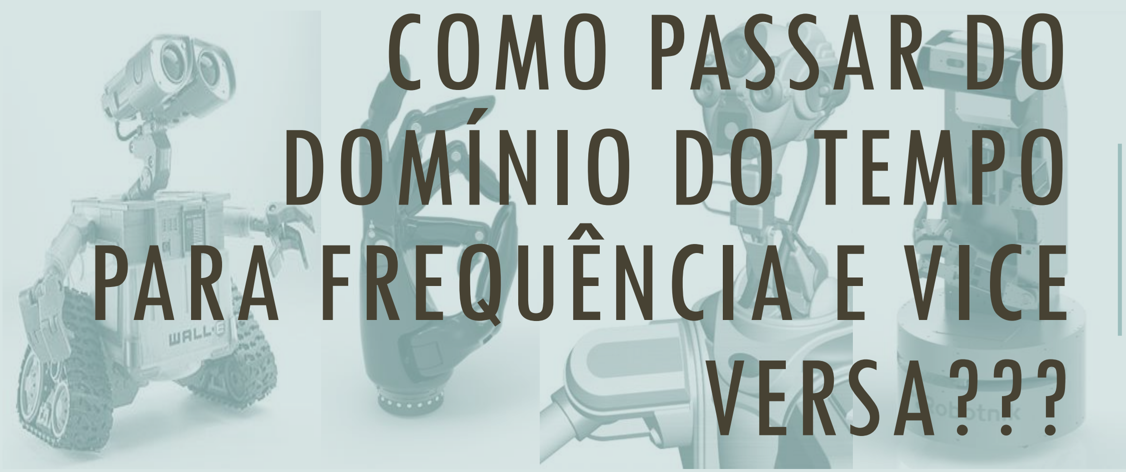
Sinal do *Mundo real*



Sinal do *Mundo real*= Soma de três sinais



$$x(t) = 2\sin 2\pi 440t + 1.5\sin 2\pi 554.37t + 1.5\sin 2\pi 659.26t$$



COMO PASSAR DO DOMÍNIO DO TEMPO PARA FREQUÊNCIA E VICE VERSA???

JEAN BAPTISTE JOSEPH FOURIER

FRANCÊS, 1768-1830

Apresentou um artigo em 1807 ao Instituto de França, com uma ideia maluca:

Qualquer função periódica pode ser reescrita como uma soma ponderada de senos e cossenos de diferentes frequências.

Entre os revisores do artigo tinha dos matemáticos famosos: **Joseph Louis Lagrange** e **Pierre Simon de Laplace**

Laplace e outros revisores votaram para publicar o artigo, mas Lagrange foi contra.

–Lagrange insistia que essa abordagem não pode ser utilizado para representar sinais com *quinas*(ondas quadradas)

–Somente baseado no parecer do Lagrangre, o Instituto de França rejeitou o artigo.

–O artigo foi publicado depois da morte do Lagrange

SÉRIE DE FOURIER

Uma **função periódica** $x(t)$ que satisfaça as **condições de Dirichlet** pode ser expressa como uma série de Fourier, com termos seno e cosseno harmonicamente relacionados,

$$x(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} (a_k \cos k\omega_0 t + b_k \sin k\omega_0 t)$$

$$a_0 = \frac{2}{T} \int_T x(t) dt , \qquad \omega_0 = 2\pi/T$$

média do sinal num período, i.e., termo DC ou componente de frequência zero

$$a_k = \frac{2}{T} \int_T x(t) \cos k\omega_0 t \, dt \qquad b_k = \frac{2}{T} \int_T x(t) \sin k\omega_0 t \, dt$$

$$k = 1,2, \ldots$$

formam uma base ortogonal do espaço de sinais.

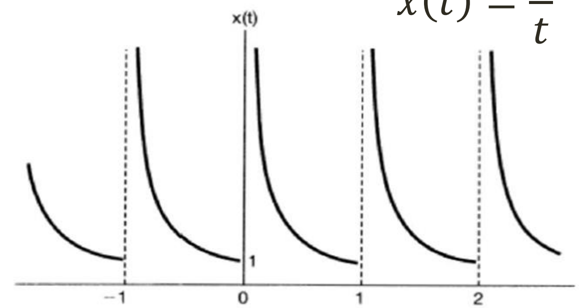
CONDIÇÕES DE DIRICHLET

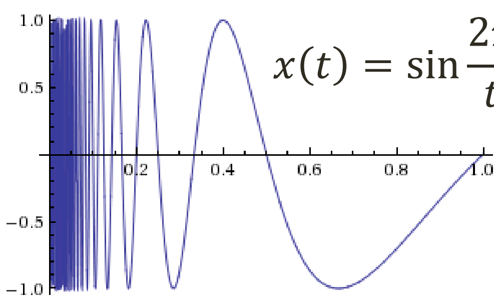
Em um intervalo periódico:

1) *O sinal deve ser absolutamente integrável:*
   $\int_{t_0}^{t_0+T} |x(t)|dt$ não tendem ao infinito.
2) $x(t)$ deve ter um número finito de descontinuidades;
3) $x(t)$ deve ter um número finito de máximos e mínimos.

Não atende ao item 1:
A integral é infinita.

$$x(t) = \frac{1}{t}$$





$$x(t) = \sin\frac{2\pi}{t}$$

Não atende ao item 3:
nesse intervalo a função varia entre infinitos valores de máximo e mínimo e não há como representar tal função usando os coeficientes da série de Fourier.

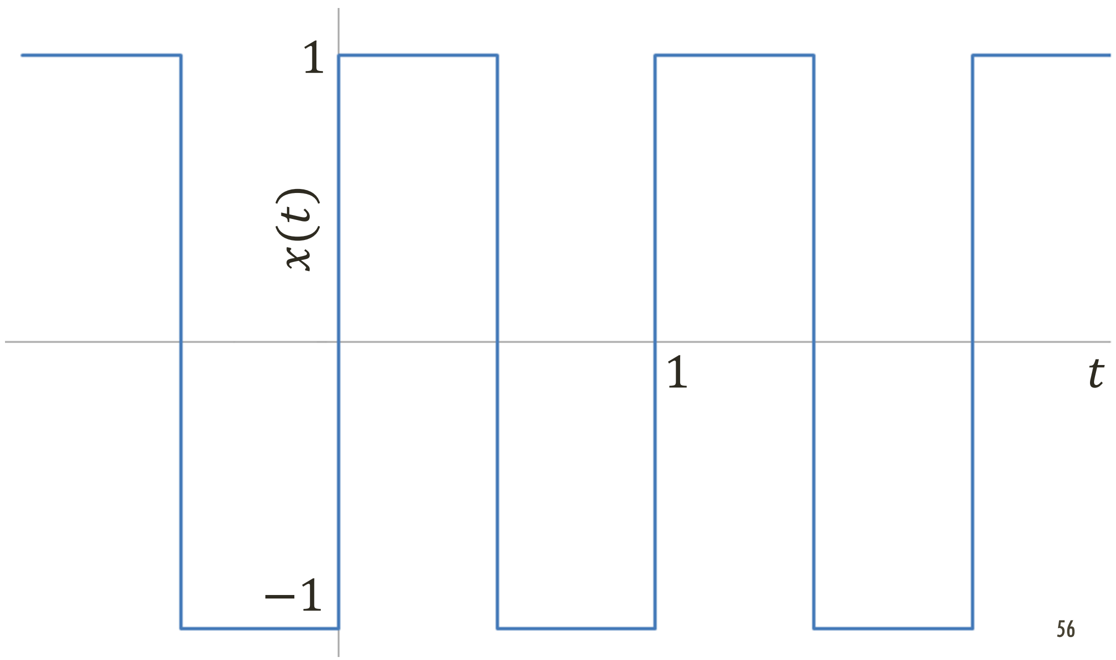
Não atende ao item 2:

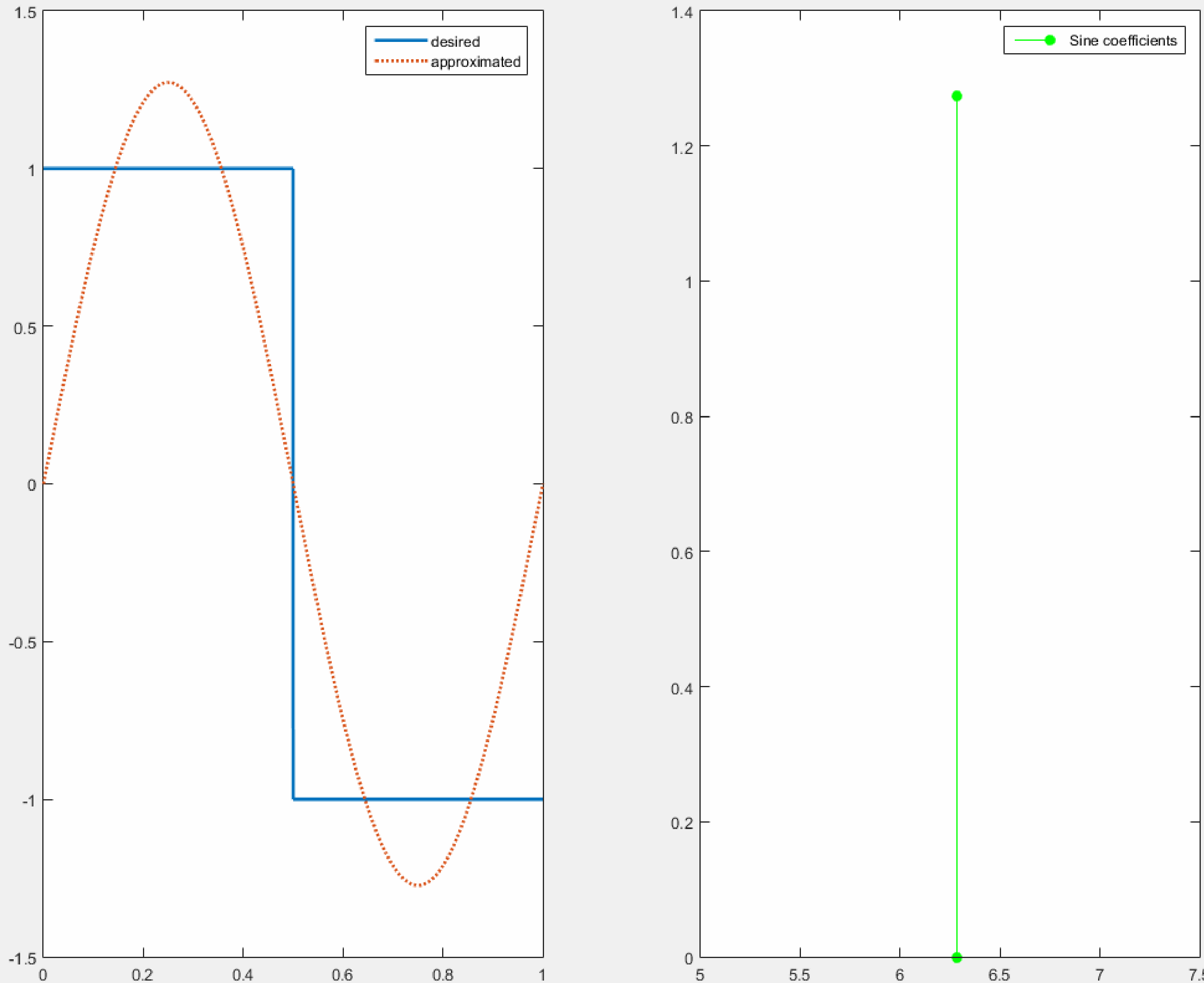
EXEMPLO: ONDA QUADRADA

$$x(t) = \begin{cases} -1 & \text{se} \quad -1 < t < 0 \\ 1 & \text{se} \quad 0 < t < 1 \end{cases}$$

$x(t+k) = x(t)$, k inteiro (período $T = 1s$)

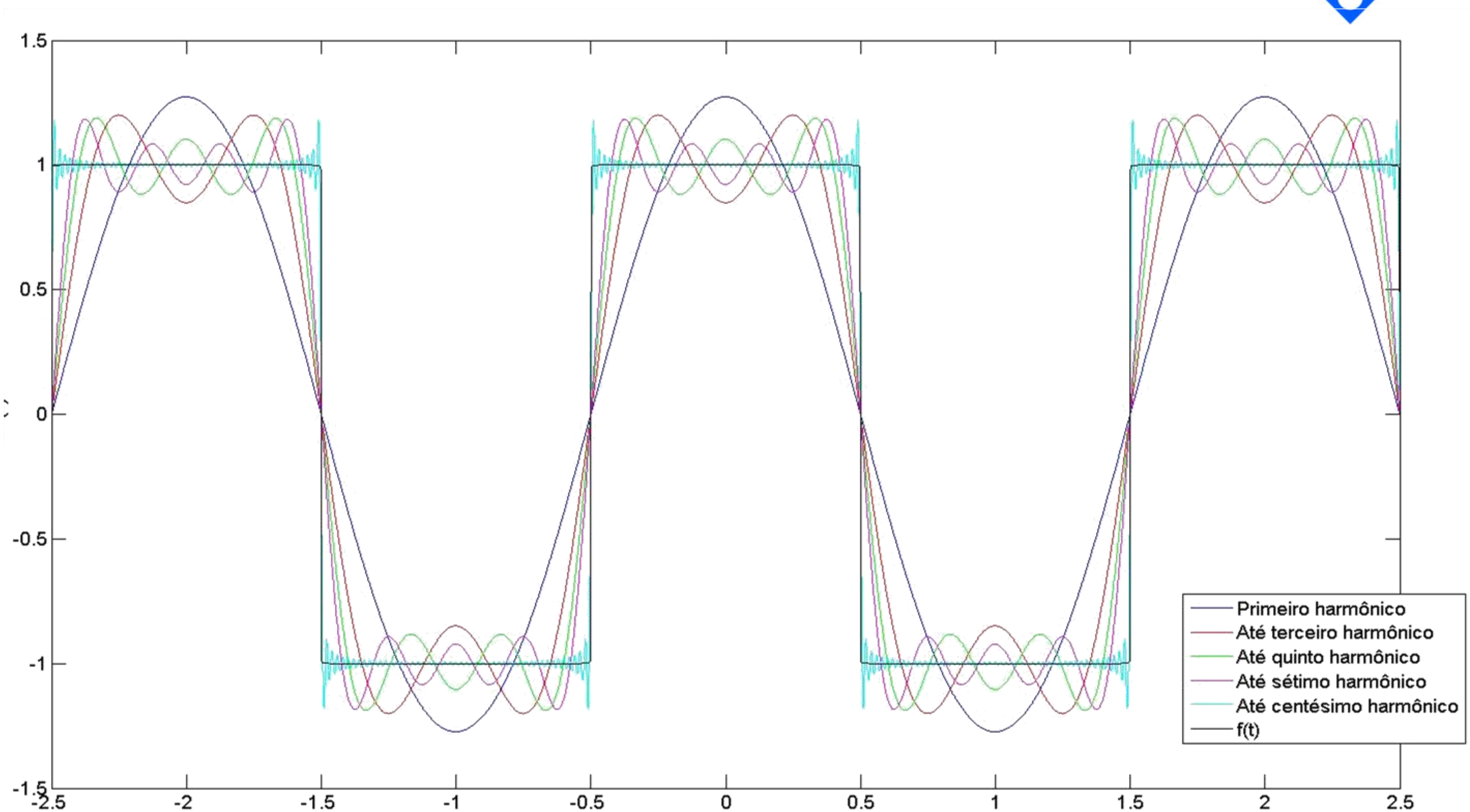
$\Omega_0 = \frac{2\pi}{T} = 2\pi$

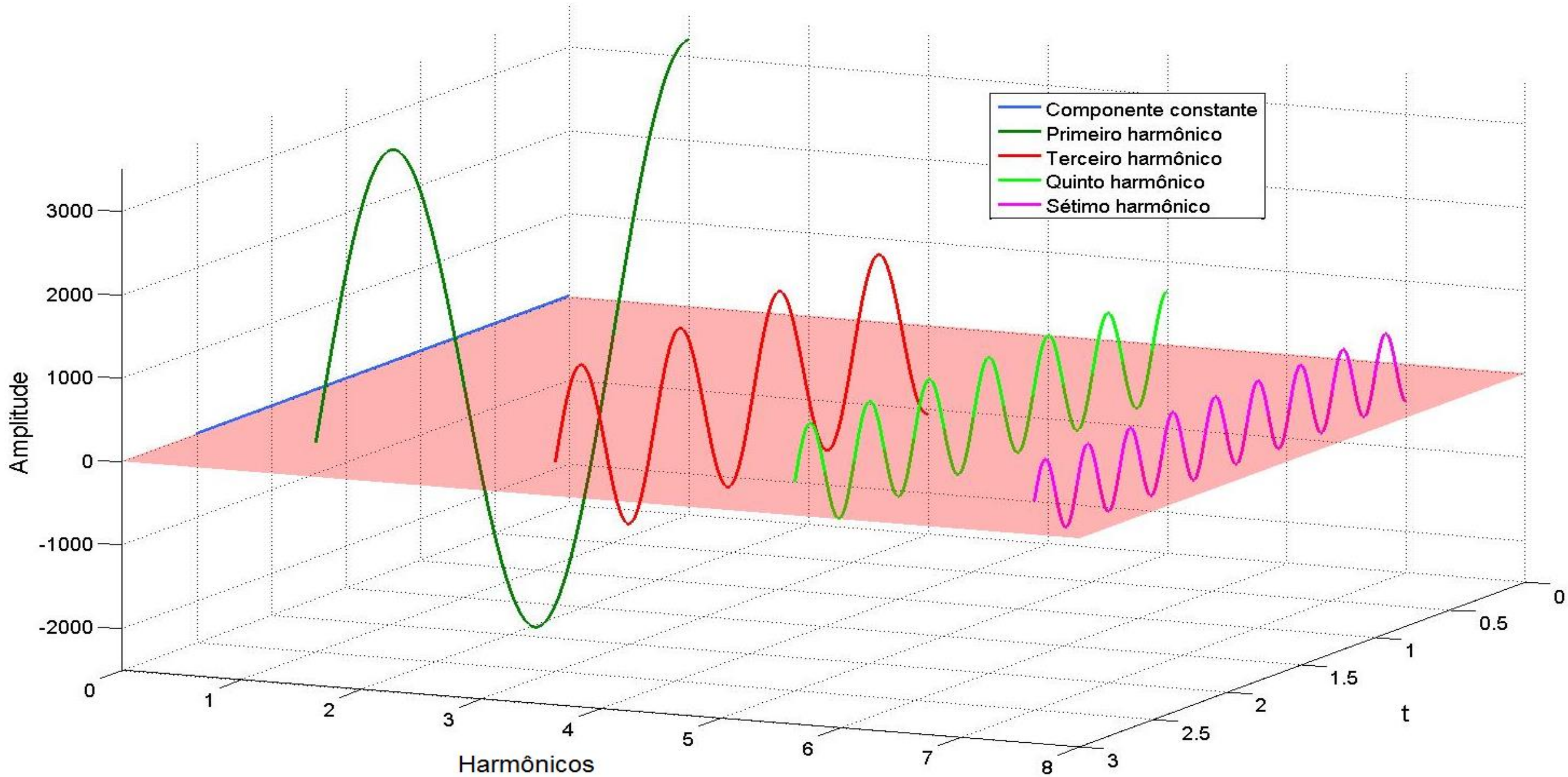




desired
approximated
Sine coefficients
1.5
1
0.5
0
-0.5
-1
-1.5
0
0.2
0.4
0.6
0.8
1
1.4
1.2
1
0.8
0.6
0.4
0.2
0
5
5.5
6
6.5
7
7.5

Obviamente, na prática, não é possível trabalhar com infinitas parcelas e um número finito deve ser empregado...

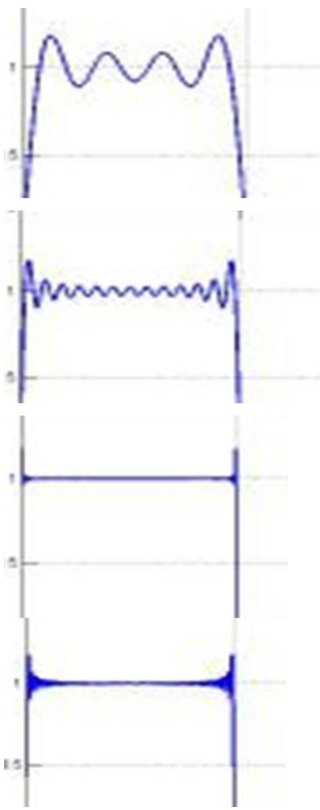




Componente constante
Primeiro harmônico
Terceiro harmônico
Quinto harmônico
Sétimo harmônico
Amplitude
3000
2000
1000
0
-1000
-2000
0
1
2
3
4
5
6
7
8
Harmônicos
0
0.5
1
1.5
2
2.5
3
t

FENÔMENO DE GIBBS

Fenômeno de Gibbs e ocorre sempre que você tentar reconstruir uma função com saltos de descontinuidade usando a série de Fourier.

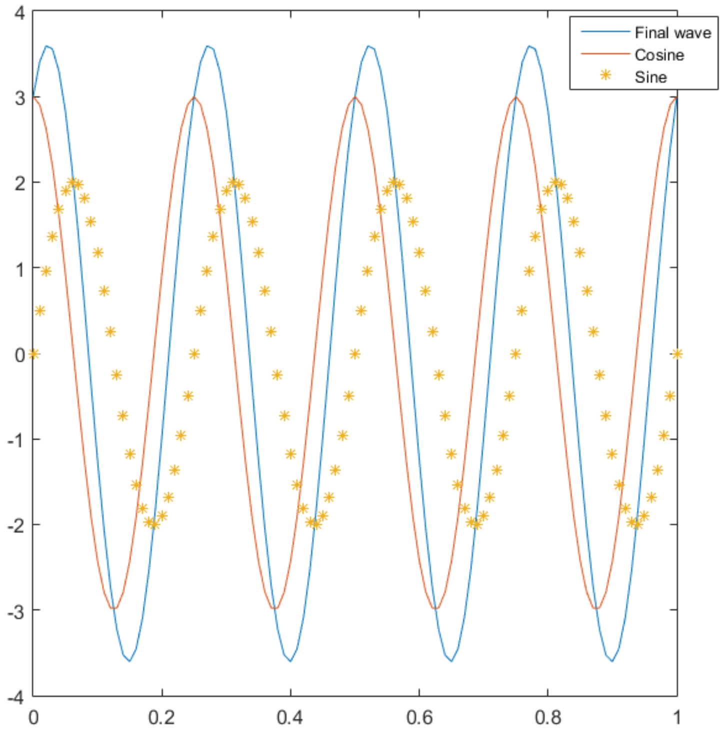


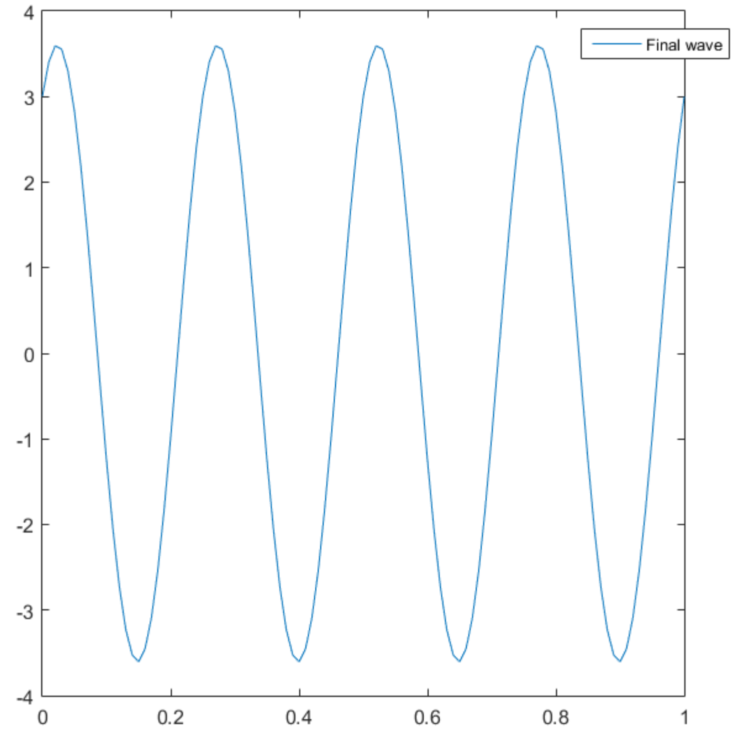
7 – 25 – 100 e 1000 primeiros harmônicos!

OUTRAS MANEIRAS DE ESCREVER A SÉRIE...

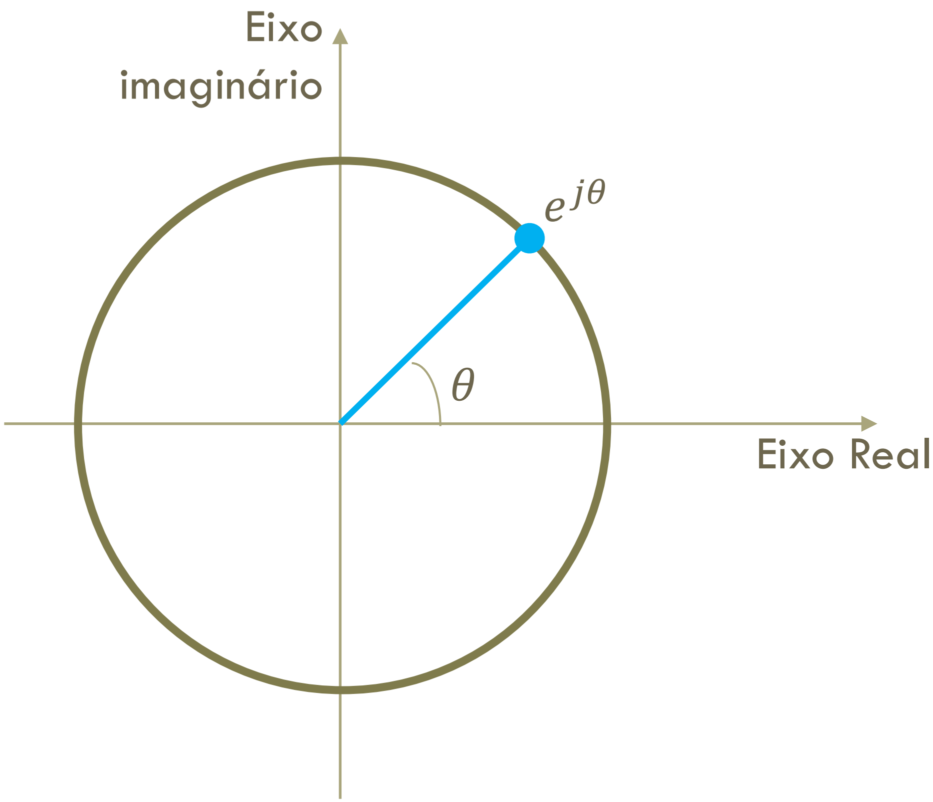
$$a_n \cos n\omega_0 t + b_n \sin n\omega_0 t = A_n \sin(n\omega_0 t + \varphi_n)$$

$$\varphi_n = \operatorname{atan} \frac{a_n}{b_n} \qquad\qquad A_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2}$$





REVISÃO DA FORMA EXPONENCIAL DE UM NÚMERO COMPLEXO



Relação de Euler

$$e^{j\theta} = \cos\theta + j\sin\theta$$

$$e^{-j\theta} = \cos\theta - j\sin\theta$$

$$\cos\theta = \frac{e^{j\theta} + e^{-j\theta}}{2}$$

$$\sin\theta = \frac{e^{j\theta} - e^{-j\theta}}{2j}$$

LEMBRANDO QUE A SÉRIE DE FOURIER...

$$x(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} (a_k \cos k\omega_0 t + b_k \sin k\omega_0 t)$$

$$\cos k\omega_0 t = \frac{e^{jk\omega_0 t} + e^{-jk\omega_0 t}}{2}$$

$$a_k = \frac{2}{T}\int_T x(t) \cos k\omega_0 t \, dt \qquad k = 0,1,2,\ldots$$

$$b_k = \frac{2}{T}\int_T x(t) \sin k\omega_0 t \, dt \qquad k = 1,2,\ldots$$

$$\sin k\omega_0 t = \frac{e^{jk\omega_0 t} - e^{-jk\omega_0 t}}{2j}$$

FORMULAÇÃO COMPLEXA DA SÉRIE DE FOURIER

OU SÉRIE EXPONENCIAL DE FOURIER

Síntese

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} X[k]e^{jk\omega_0 t}$$

Harmônicos $X[k]$ distanciados $\Delta\omega = \omega_0 = 2\pi/T$

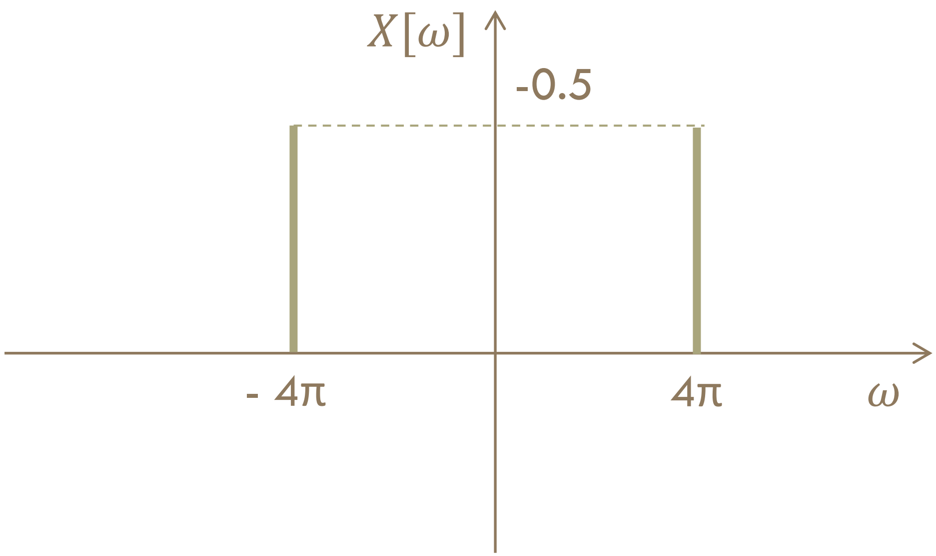
Análise

$$X[k] = \frac{1}{T}\int_T x(t)e^{-jk\omega_0 t}dt$$

FUNÇÃO COSSENO

Encontre os coeficientes da série complexa de Fourier para o sinal

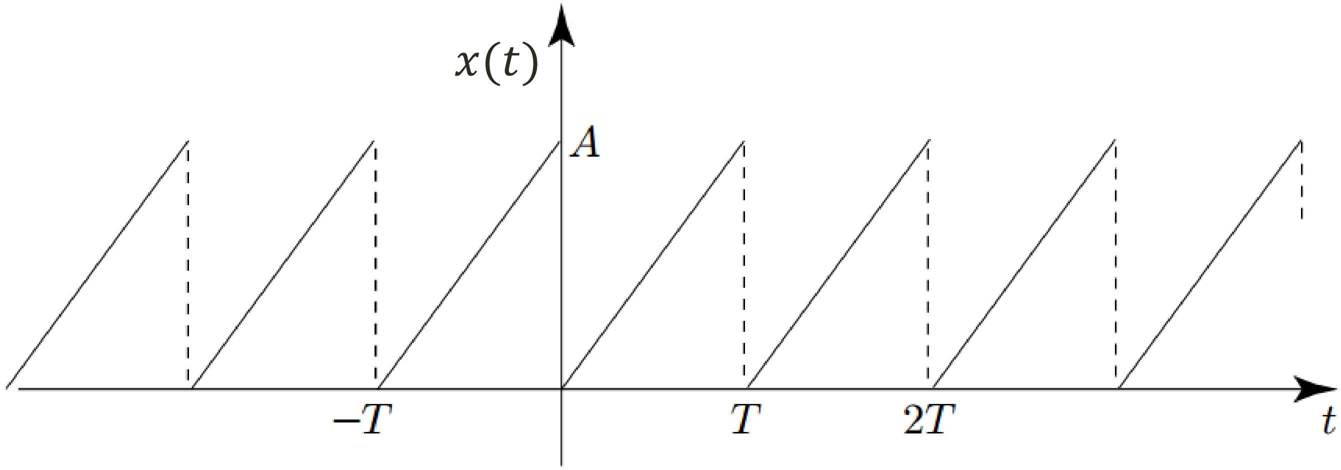
$$x(t) = \cos 4\pi t$$



EXEMPLO: ONDA DENTE DE SERRA

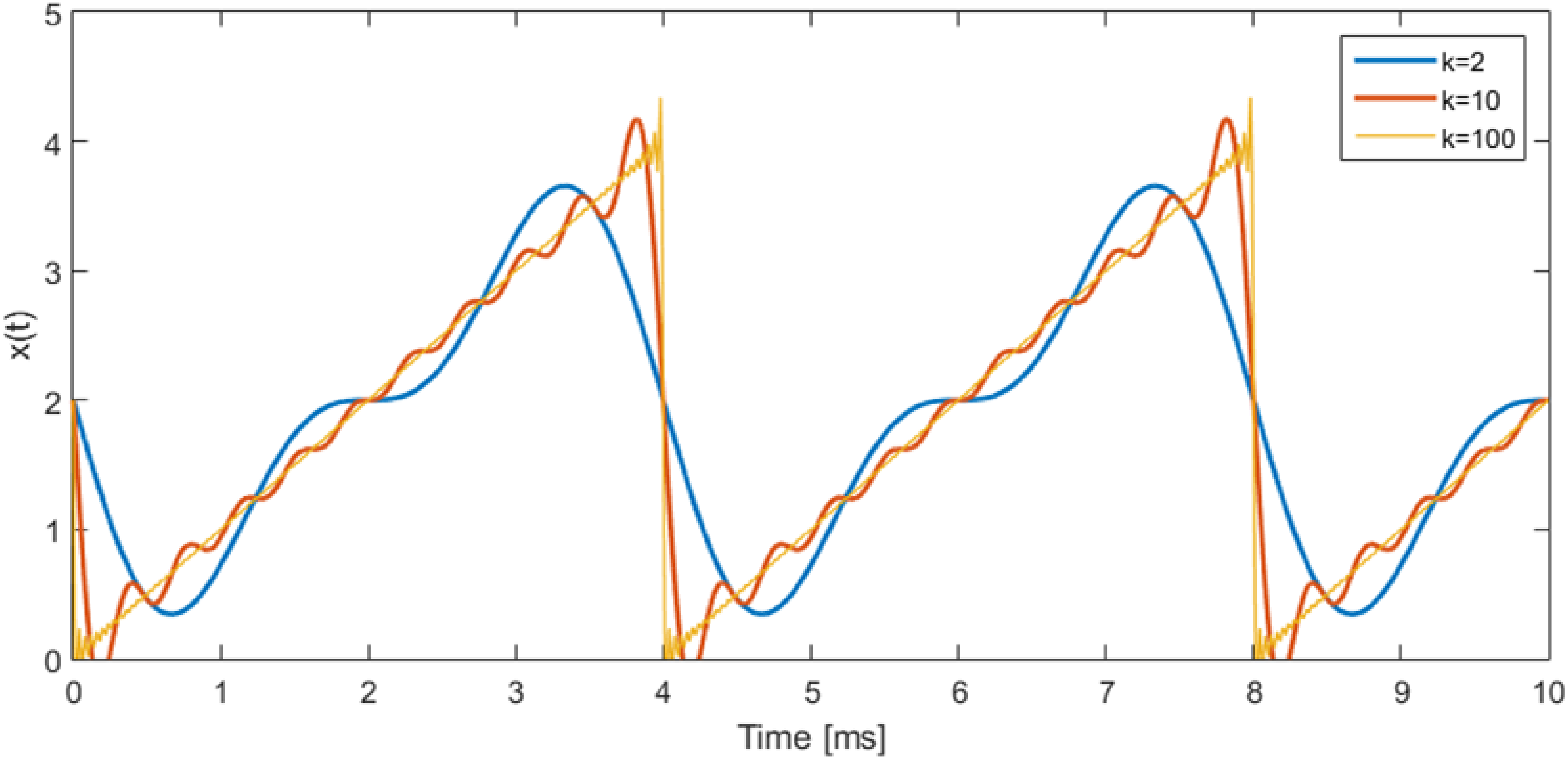
$x(t) = \frac{At}{T}$ para $0 < t < T$

$x(t + T) = x(t)$, onde T é o período, de modo que $\omega_0 = \frac{2\pi}{T}$



$T = 4ms$
$A = 4$

$$x(t) = \frac{A}{2} + j\frac{A}{2\pi}\sum_{\substack{k=-\infty \\ k\neq 0}}^{\infty} \frac{e^{jk\omega_0 t}}{k}$$



FourierSeriesApprox_Sawtooth.m

PROPRIEDADES DAS SÉRIES DE FOURIER

1. Linearidade
2. Translação no tempo
3. Sinal refletido (reversão no tempo)
4. Escalonamento no tempo
5. Multiplicação
6. Translação na frequência
7. Convolução no período
8. Derivada
9. Integral

RESUMO DOS QUATRO CASOS

Domínio do tempo	Extensão finita	Extensão infinita
Contínuo	Série de Fourier (FS)	Transformada de Fourier (FT)
Discreto	Transformada Discreta de Fourier (DFT)	Transformada de Fourier Discreta no Tempo (DTFT)

Série de Fourier (FS)

Para $x(t)$ de duração T, onde $\omega_0 = \frac{2\pi}{T}$.

$$\begin{array}{rl} x(t): & 0 \leq t \leq T \\ X[k]: & k = \ldots, -2, -1, 0, 1, 2, \ldots \end{array}$$

$$X[k] = \frac{1}{T}\int_{t=0}^{T} x(t)\ e^{-jk\omega_0 t} dt$$

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} X[k]\ e^{jk\omega_0 t}$$

Transformada de Fourier (FT)

$$\begin{array}{rl} x(t): & -\infty < t < \infty \\ X(\omega): & -\infty < \omega < \infty \end{array}$$

$$X(\omega) = \int_{t=-\infty}^{\infty} x(t)\ e^{-j\omega t} dt$$

$$x(t) = \frac{1}{2\pi}\int_{\omega=-\infty}^{\infty} X(\omega)\ e^{j\omega t} d\omega$$

Transformada Discreta de Fourier (DFT)

Para $x[n]$ de dimensão N, onde $\omega_0 = \frac{2\pi}{N}$.

$$\begin{array}{rl} x[n]: & n = 0, 1, \ldots, N-1 \\ X[k]: & k = 0, 1, \ldots, N-1 \end{array}$$

$$X[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n]\ e^{-jk\omega_0 n}$$

$$x[n] = \frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1} X[k]\ e^{jk\omega_0 n}$$

Transformada de Fourier Discreta no Tempo (DTFT)

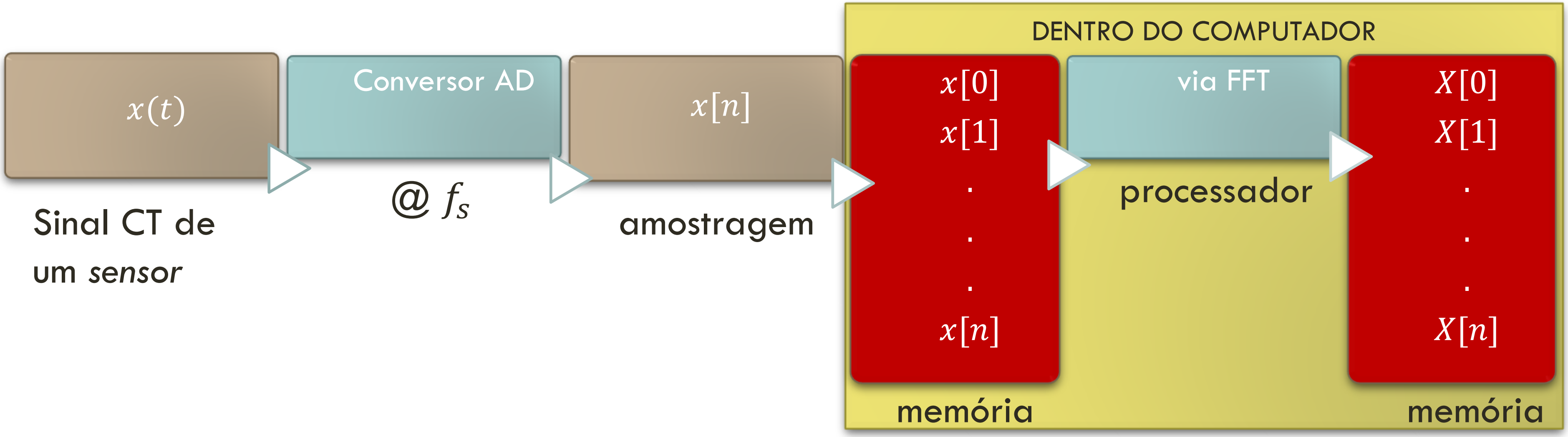
$$\begin{array}{rl} x[n]: & n = \ldots, -2, -1, 0, 1, 2, \ldots \\ X(\omega): & -\pi \leq \omega \leq \pi \end{array}$$

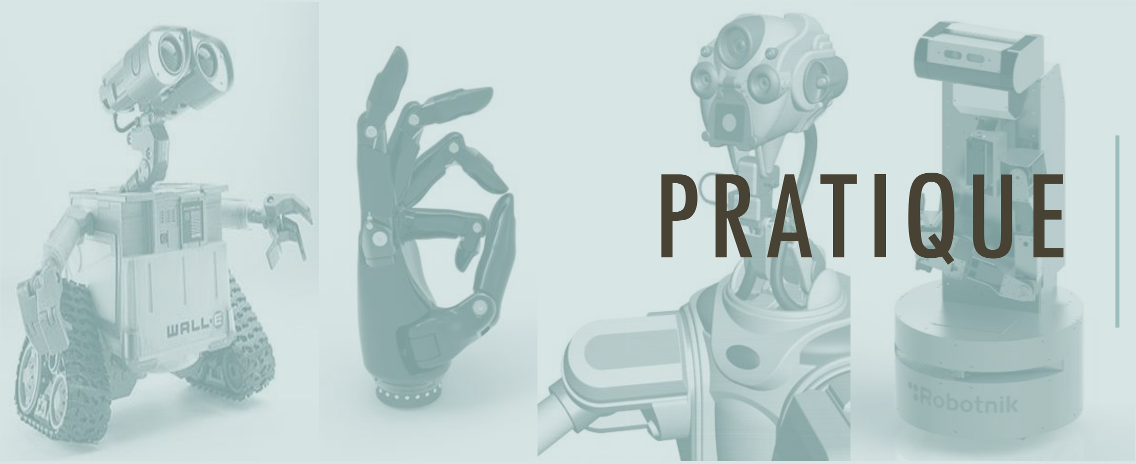
$$X(\omega) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n]\ e^{-j\omega n}$$

$$x[n] = \frac{1}{2\pi}\int_{\omega=-\pi}^{\pi} X(\omega)\ e^{j\omega n} d\omega$$

Domínio do tempo	Extensão finita	Extensão infinita	
Contínuo	Série de Fourier (FS)	Transformada de Fourier (FT)	Extensão infinita
Discreto	Transformada Discreta de Fourier (DFT)	Transformada de Fourier Discreta no Tempo (DTFT)	Extensão finita
	Discreto	Contínuo	Domínio da frequência

O QUE QUEREMOS NO ESTUDO DE ANÁLISE DE SINAIS????



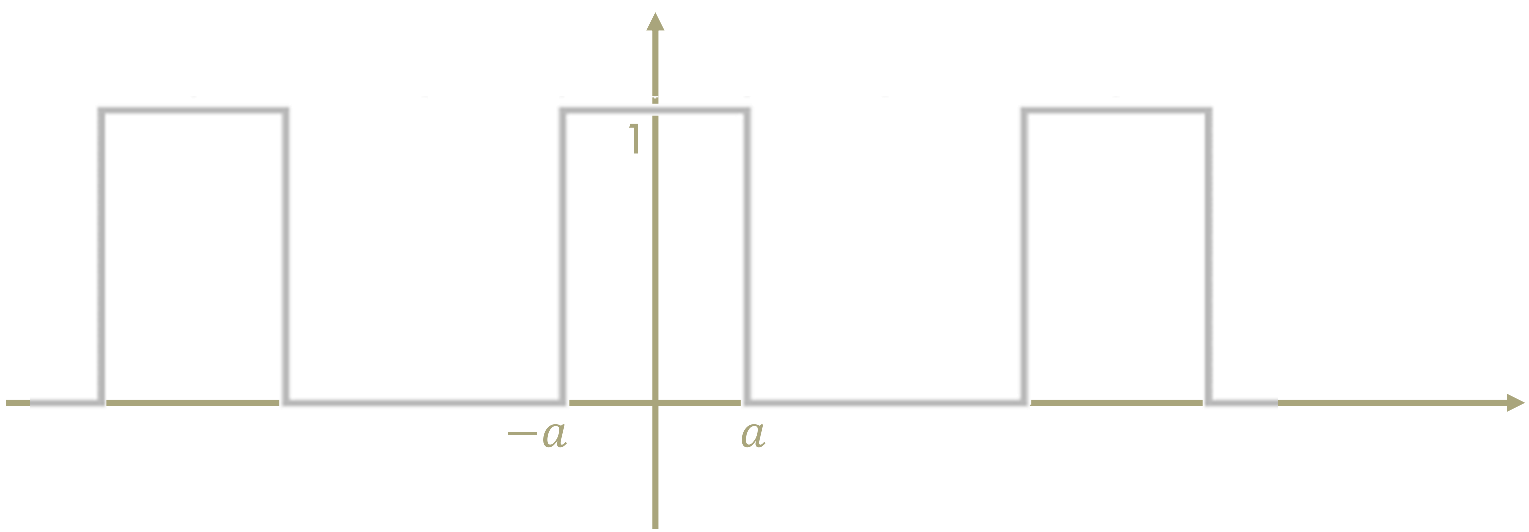


PRATIQUE

Exercícios para você resolver...

ONDA QUADRADA

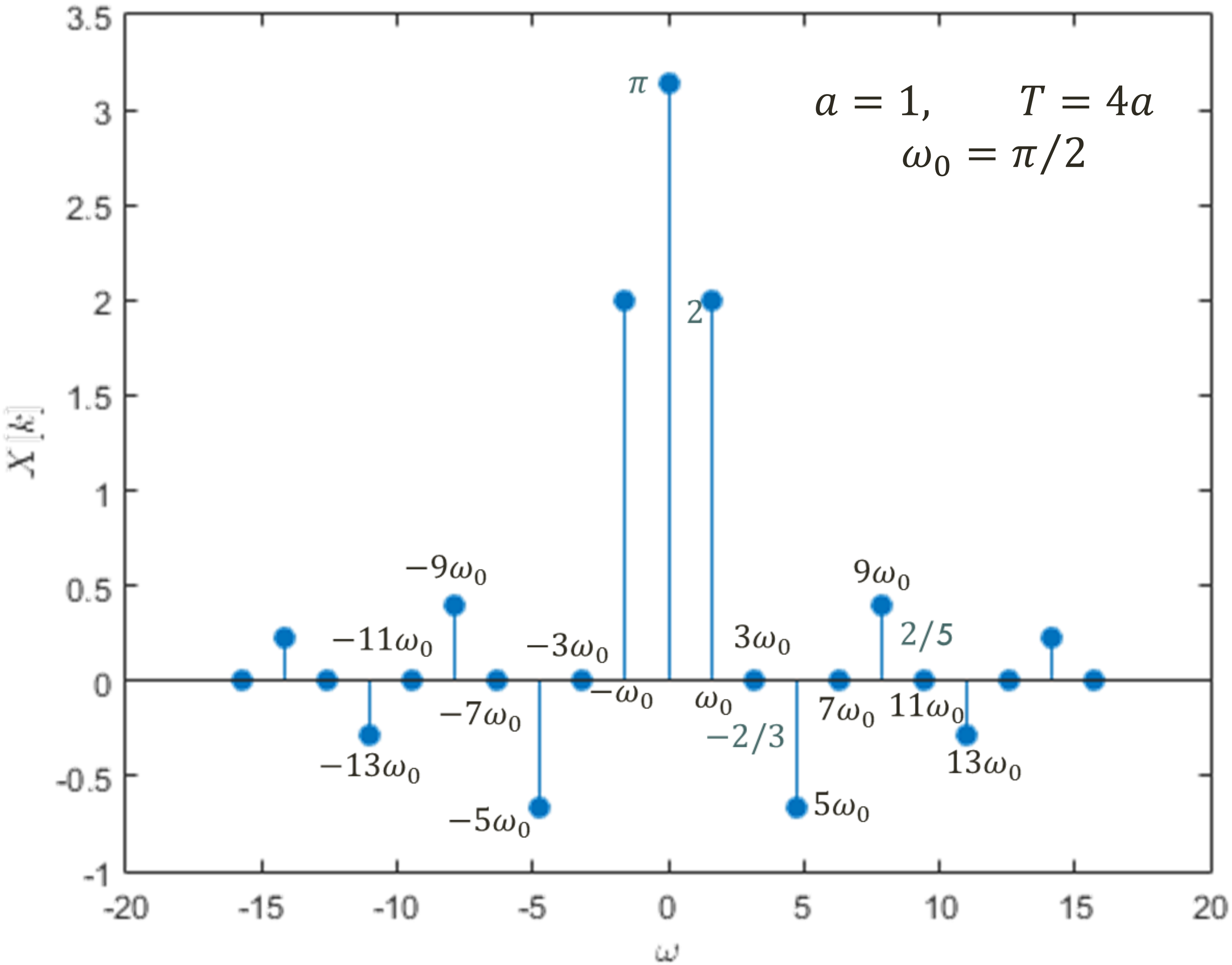
Ache a série de Fourier e desenhe as funções no domínio do tempo e frequência, para a funções periódica da Figura, supondo $T = 4a$.



$$X[k] = \frac{1}{T}\int_{T} x(t)e^{-jk\omega_0 t}dt$$

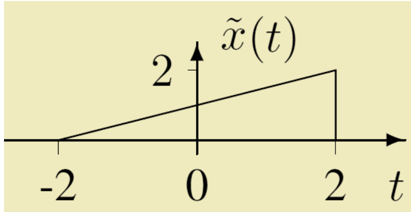
$$X[0] = \frac{1}{T}\int_{-a}^{a} 1\,dt = \frac{2a}{T}, \qquad k = 0$$

$$X[k] = \frac{\sin(k\omega_0 a)}{k\pi}, \qquad k \neq 0$$



SINAL DESLOCADO

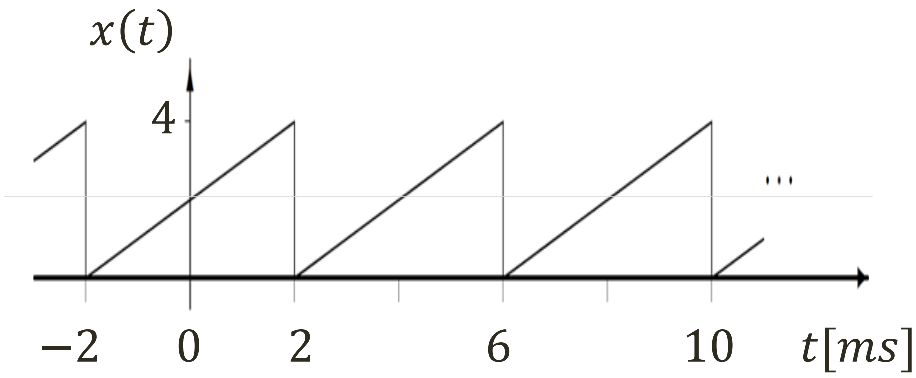
1. Investigue uma aplicação mais geral da técnica, considerando a onda em forma de dente de serra, nesse caso com um deslocamento de fase. Imagine extrapolarmos a onda para trás no tempo, fazendo com que esta não seja mais simétrica em $t = 0$.

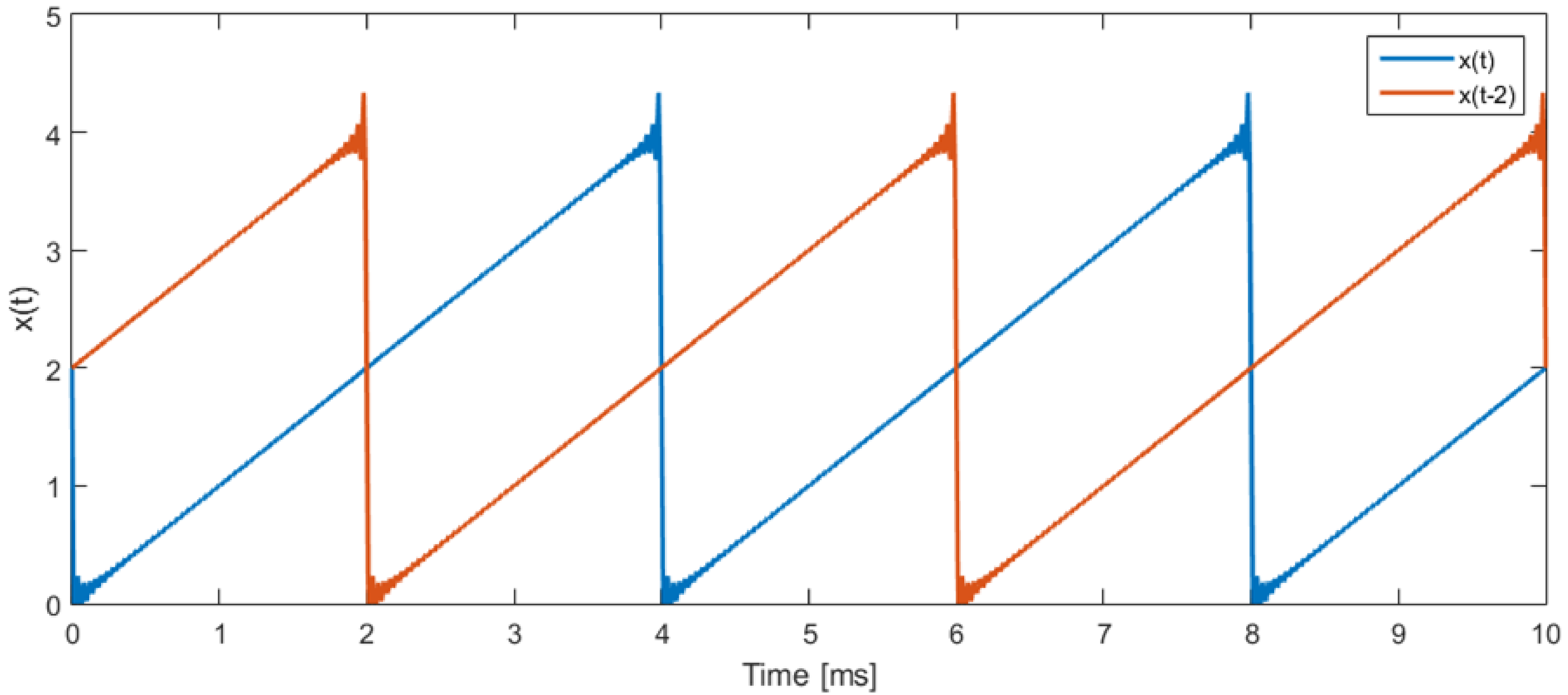


$T = 4ms.$

$$\tilde{x}(t) = \begin{cases} \frac{t}{2} + 1 \ \text{se} \ |t| < 2 \\ 0 \quad\quad\quad\quad\quad cc \end{cases}$$

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \tilde{x}(t - kT)$$





x(t)
x(t-2)
5
4
3
2
1
0
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
Time [ms]

FUNÇÕES PERIÓDICAS

Ache a série de Fourier e desenhe as funções no domínio do tempo e frequência, das funções periódicas:

1. $x(t) = t$ para $t \in [-\pi, \pi]$
2. $x(t) = t$ para $t \in [0, 2\pi]$
3. $x(t) = e^t$ para $t \in [-\pi, \pi]$

Gabarito:

1

$$x(t) = j \sum_{\substack{k=-\infty \\ k \neq 0}}^{\infty} \frac{(-1)^k e^{jkt}}{k}$$

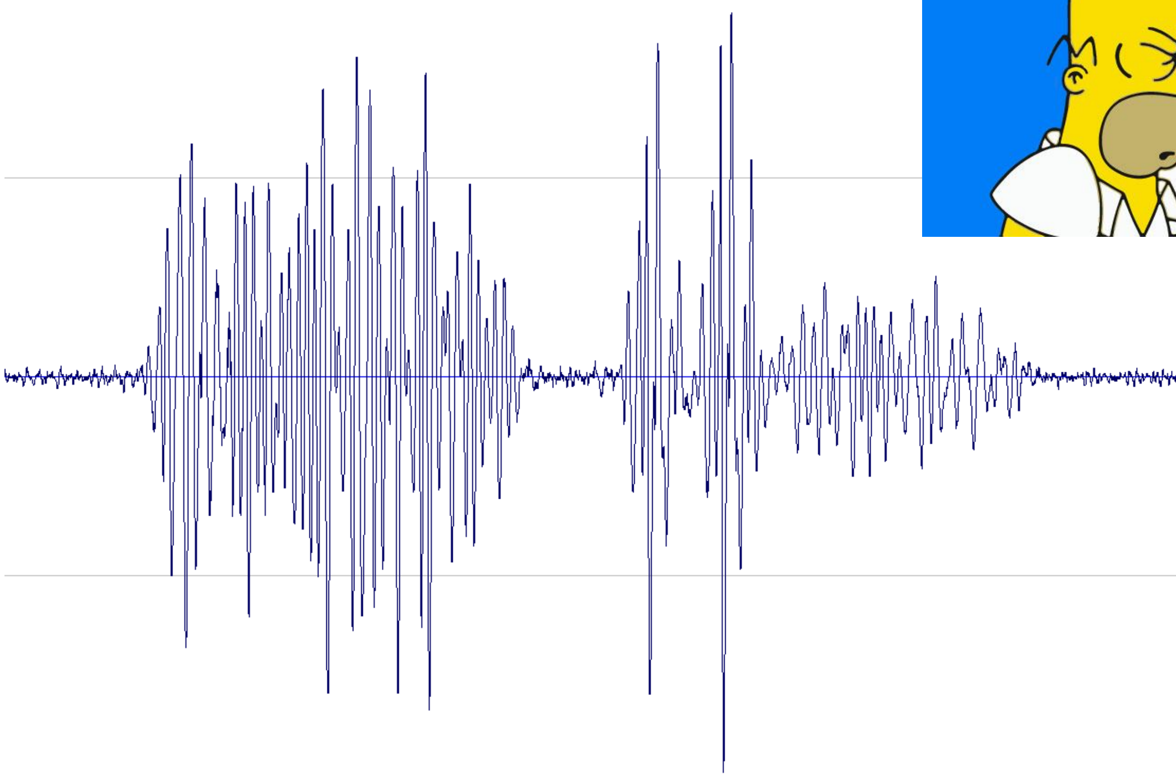
2

$$x(t) = \pi + j \sum_{\substack{k=-\infty \\ k \neq 0}}^{\infty} \frac{e^{jkt}}{k}$$

3

$$x(t) = \frac{\sinh \pi}{\pi} \sum_{k=-\infty}^{\infty} (-1)^k \frac{(1 + jk)}{(1 + k^2)} e^{jkt}$$

Este não é um sinal periódico.
Queremos calcular seu espectro usando análise de Fourier, mas aprendemos que o sinal deve ser periódico.
O que fazer?



SEMANA DE REVISÃO

Sinal

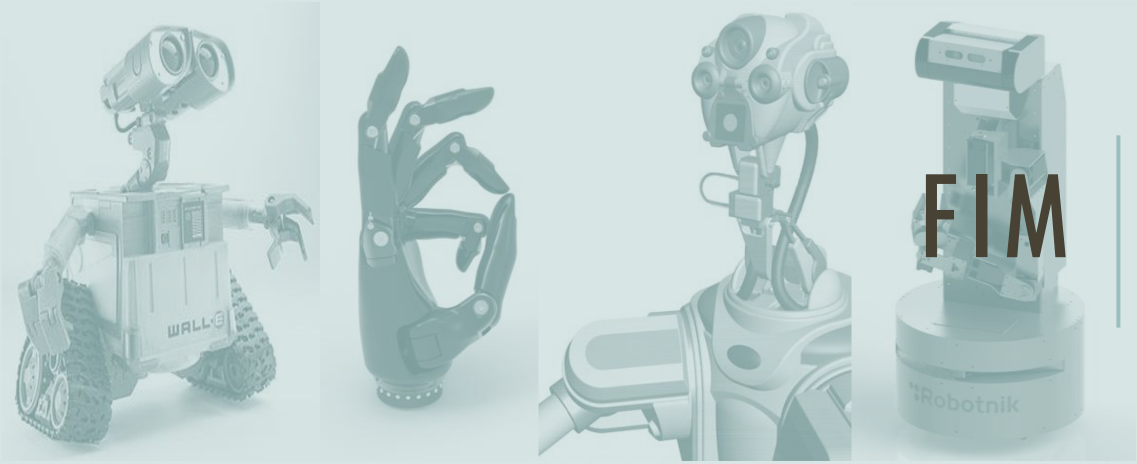
Sistema

Convolução

Série de Fourier – somente para sinais periódicos e infinitos, porém a base de toda análise de sinais

TRANSFORMADA DE FOURIER

Aguardem próxima semana;
Façam os exercícios desta semana. NÃO DEIXEM ACUMULAR!!!!



FIM