

**FACULDADE DE ECONOMIA,  
ADMINISTRAÇÃO E CONTABILIDADE  
FEA/USP**

*São Paulo - Nov/2017*

**Lista 7 - Econometria I**

Professora: Paula Pereda

**EAE0324**

Monitores: Bernardo Ostrovski e Igor Barreto

**ALUNO:**\_\_\_\_\_

***ATENÇÃO:*** A Lista deve ser entregue com a folha de capa com o nome do aluno, além das respostas no espaço destinado ao final da Lista. Você pode anexar outras folhas A4 (sulfite) se necessitar de mais espaço. Listas entregues sem estarem grampeadas ou em folhas de caderno terão sua nota multiplicada por zero.

***ENTREGA:*** Dia 24.11.17, até o início da monitoria

*Essa lista trata de um dos tópicos mais importantes em Econometria I: a heterocedasticidade. Iremos ver quais as técnicas para consertar modelos com erros que possuem variâncias não constantes em  $X$ . Além disso olharemos também alguns testes para detecção do problema.*

## 1 Heterocedasticidade

**Questão 1** Sabendo que o Banco Central do Brasil utiliza as variáveis taxa de inflação do IPCA ( $\pi$ ), taxa de juros real ( $i$ ), taxa de câmbio ( $câm$ ) e uma medida de nível de atividade econômica para monitorar a inflação (desemprego =  $des$ ), um estagiário estimou o seguinte modelo por MQO:

$$\pi_t = \beta_0 + \beta_1 D_t + \beta_2 câmt_{-1} + \beta_3 des_{t-1} + \beta_4 i_{t-1} + \beta_5 D_t câmt_{-1} + \beta_6 D_t * des_{t-1} + \beta_7 D_t i_{t-1} + u_t \quad (1)$$

O estagiário sabe que um ambicioso plano de estabilização de preços (Plano Real) foi implementado em junho de 1994 e resolveu incluir uma variável dummy para controlar para uma possível quebra estrutural nesta data ( $D_t = 1$  para as observações a partir de junho de 1994). Os resultados obtidos foram os seguintes:

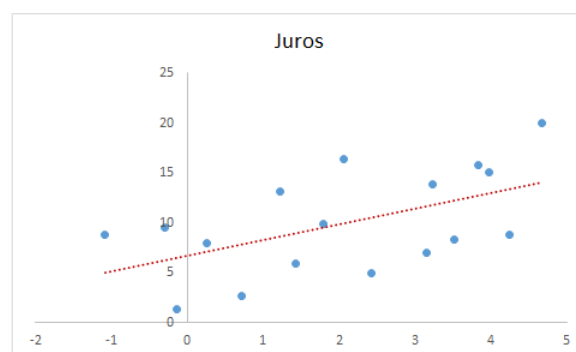
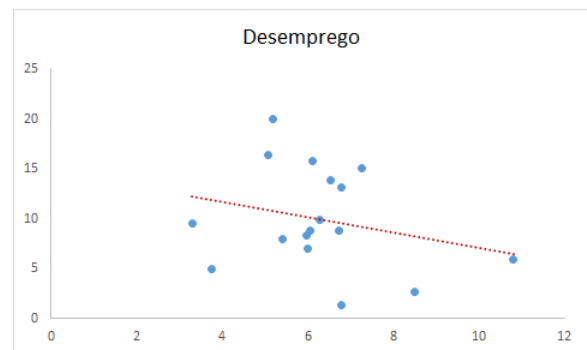
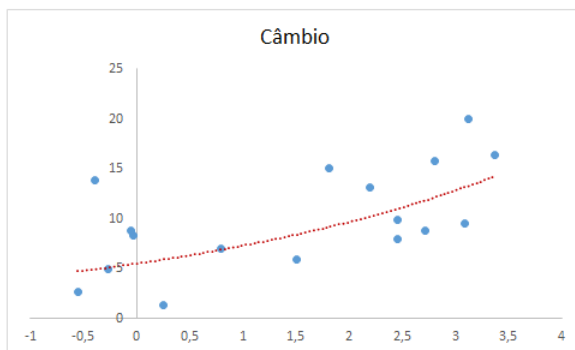
| Dependent Variable: INFLACAO |             |                   |             |          |
|------------------------------|-------------|-------------------|-------------|----------|
| Variable                     | Coefficient | Std. Error        | t-Statistic | Prob.    |
| C                            | 109.1651    | 44.2807           | 2.4653      | 0.0142   |
| Dummy                        | -105.4405   | 44.2998           | -2.3802     | 0.0178   |
| Câmbio                       | 2.1898      | 0.6615            | 3.3103      | 0.0010   |
| Desemprego                   | -8.1413     | 4.6997            | -1.7323     | 0.0841   |
| Juro                         | -0.5429     | 0.2217            | -2.4492     | 0.0148   |
| Dummy*Câmbio                 | -2.0832     | 0.8252            | -2.5246     | 0.0120   |
| Dummy*Desemprego             | 7.7317      | 4.7126            | 1.6407      | 0.1018   |
| Dummy*Juro                   | -0.8964     | 1.3435            | -0.6673     | 0.5050   |
| R-squared                    | 0.7003      | F-statistic       |             | 118.8500 |
| Adjusted R-squared           | 0.6944      | Prob(F-statistic) |             | 0.0000   |

Figura 1: Dados mensais de 1989:12 a 2015:04; inflação e juro medidos em pontos percentuais; cambio (em log) representa a relação Real/Dólar; desemprego (%).

- (a) Dizemos que há quebra estrutural quando os parâmetros estimados não são estáveis (ou seja, **eles se alteram**) ao longo da amostra. O estagiário suspeita que o Plano Real possa ter causado uma quebra estrutural em junho de 1994. Descreva como ele poderia testar a hipótese de que não houve quebra.

Suspeitando que o modelo possa carregar alguma heterocedasticidade, o estagiário decide realizar alguns procedimentos informais para checar isso.

- (b) Ele primeiro diz que gostaria de olhar para a relação entre  $\hat{u}^2$  e as variáveis independentes. Diga **em poucas palavras** por que isso faz (ou não) sentido.
- (c) Agora ele lhe apresenta alguns gráficos com  $\hat{u}^2$  no eixo vertical e as variáveis independentes (indicadas pelo título do gráfico) no eixo horizontal. Foi colocada uma linha de tendência em vermelho, que seria a estimativa de MQO simples para  $\hat{u}^2$  em cada variável. Baseado neles, diga em qual(is) variável(is) você acredita que influencie(m)  $Var(u|X)$ .



(d) Por fim, ele roda um simples modelo:

$$\hat{u}_t^2 = \phi_0 + \phi_1 \hat{c}am_{t-1} + \phi_2 \hat{d}es_{t-1} + \phi_3 \hat{i}_{t-1} + \varepsilon_t,$$

obtendo as seguintes estimativas (estatísticas  $t$  entre parênteses):

$$\hat{u}_t^2 = \underset{(4,58)}{5,1} + \underset{(2,05)}{0,5} \hat{c}am_{t-1} + \underset{(1,3)}{0,9} \hat{d}es_{t-1} + \underset{(11,23)}{2,25} \hat{i}_{t-1}.$$

Explique **brevemente** se os resultados acima vão de acordo com sua resposta no item anterior.

**Questão 2** Suponha que as variáveis  $S$  (índice de sucesso da pessoa  $i$  no carnaval),  $bloco$  (número de blocos onde a pessoa  $i$  esteve presente no carnaval) e  $cerveja$  (quantidade de cerveja que a pessoa  $i$  ingeriu, em latas, no carnaval) estão relacionadas em uma determinada população de acordo com o modelo linear abaixo:

$$S_i = \beta_0 + \beta_1 bloco_i + \beta_2 cerveja_i + u_i, \quad (2)$$

onde  $u$  é um termo de erro estocástico não observado, com média zero e variância dada por:

$$\mathbb{E}[u^2 | bloco, cerveja] = \sigma^2 \sqrt{cerveja}$$

- Suponha que você não saiba qual a forma funcional da variância dos erros. Descreva em poucas palavras algum procedimento para identificá-la.
- Sabendo a forma funcional de  $Var[u | bloco, cerveja]$ , escreva um novo modelo que contenha um termo de erro homocedástico (**chame-o de  $u^*$** ), demonstrando a validade da hipótese RLM5.

Em formato matricial, temos esse modelo dado pela seguinte equação:

$$S = X\beta + U,$$

onde  $\hat{\beta}$  será o estimador do vetor  $\beta$  por MQO.

- (c) Suponha que você não sabe qual o formato de  $Var[u|X]$  e que o tamanho da amostra seja  $N$ . Chamando a matriz  $E[uu'|X]$  de  $\Omega$ , descreva alguns elementos dela, assim como sua dimensão. (você só precisa colocar alguns elementos da matriz para não perder muito tempo)
- (d) Demonstre que, nesse caso,  $Var[\hat{\beta}|X] = (X'X)^{-1}X'\Omega X(X'X)^{-1}$ .
- (e) Escreva qual deve ser a matriz  $\hat{\Omega}$  proposta por White, robusta a heterocedasticidade.

## 2 Testes de Heterocedasticidade

**Questão 3** Suponha que você tenha rodado um modelo tal como em (2), obtendo as estimativas  $\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2$  e  $\hat{u}$  (e como consequência desta última,  $\hat{u}^2$ ).

Suponha que você tenha obtido os seguintes resultados (estatísticas t entre parênteses):

$$\widehat{\ln(\hat{u}^2)} = 22,03 - 2,75 \ln(bloco) \\ (-0,67)$$

$$\widehat{\ln(\hat{u}^2)} = 27,52 - 2,54 \ln(cerveja) \\ (-6,21)$$

- (a) Diga qual o nome deste procedimento.
- (b) Diga qual a conclusão do teste (use 5% de significância estatística).

Seja agora  $\bar{\sigma}^2 = \frac{\sum \hat{u}^2}{N}$  (isto é, o valor da estimativa da variância dos erros via MV) e  $e = \frac{\hat{u}^2}{\bar{\sigma}^2}$  (isto é, o quadrado de cada resíduo dividido pelo valor da estimativa da variância dos erros). Suponha que a regressão de MQO de

$$e = \alpha_0 + \alpha_1 bloco + \alpha_2 cerveja + \eta$$

tenha lhe fornecido um  $SQE = 14$ .

- (c) Diga qual o nome deste procedimento.
- (d) Diga qual a conclusão do teste (use 5% de significância estatística).

Por fim, suponha que você tenha rodado o seguinte modelo, com uma amostra de 144 observações:

$$\hat{u}^2 = \gamma_0 + \gamma_1 \text{bloco} + \gamma_2 \text{cerveja} + \gamma_3 \text{bloco}^2 + \gamma_4 \text{cerveja}^2 + \gamma_5 (\text{bloco} \times \text{cerveja}) + \varepsilon,$$

obtendo  $R^2 = 0,083$ .

- (e) Diga qual o nome deste procedimento.
- (f) Diga qual a conclusão do teste (use 5% de significância estatística).

## Questão 1

## Questão 2

## Questão 2

### Questão 3