

Prova - Teoria dos Jogos
FEA - USP - 1 de dezembro de 2016

Prof. Gabriel Madeira

Responda todos os itens a seguir - Duração: 100 minutos

Questão 1- Considere a relação entre o dono de um bar e seu cliente. O dono do bar serve whisky ao consumidor e escolhe $x \in [0, 1]$, que é a proporção de whisky em cada copo servido, sendo $1 - x$ a proporção de água. O custo de cada copo é cx , sendo $c > 0$. O cliente, sem conhecer x , decide entre comprar ou não o drink ao preço de mercado p . Caso ele compre o drink, seu payoff é $vx - p$, e o payoff do dono do bar é $p - cx$, sendo $v > c$. Caso o drink não seja comprado, o payoff do cliente é zero e o do bartender é $-cx$. Após experimentar o drink, o cliente toma conhecimento de x , mas isso ocorre apenas após o pagamento.

(a) Supondo que haja uma única interação entre ambos, qual o conjunto de estratégias disponíveis para o dono do bar e o cliente? (dica: note que o cliente observa apenas o preço antes de tomar sua decisão).

(b) No contexto em (a), Construa uma representação deste jogo na forma extensiva (dica: você pode, para facilitar, representar um contínuo de alternativas como se fosse um conjunto finito, por exemplo, duas).

(c) No contexto em (a), suponha que o dono do bar opte por oferecer uma quantidade $\bar{x} > 0$ a um preço $\bar{p} > \bar{x}$. Mostre que esta estratégia é fortemente dominada por outra estratégia. Determine qual é esta estratégia.

(d) Determine todos os equilíbrios de Nash do jogo supondo, como em (a), uma única interação.

(e) Suponha agora que o cliente permaneça na cidade por uma semana (7 dias), e vá ao bar a cada um destes dias para uma interação com o dono do bar, e que ambos dêem o mesmo peso aos payoffs obtidos em cada dia. Determine todos os Equilíbrios de Nash Perfeitos em Subjogos.

(f) Suponha que o cliente seja local e volte todo dia ao bar, infinitamente. Suponha que ambos tenham um fator de desconto $\delta \in (0, 1)$. Quais os valores de p que podem ser sustentados permanentemente em um Equilíbrio de Nash Perfeito em Subjogos com $x = 1$ caso δ seja suficientemente alto.

(g) Ainda no contexto em (f), considere o caso em que $c = 0.3$ e $v = 0.7$. Qual o menor valor de δ que permite um Equilíbrio de Nash Perfeito em Subjogos com $x = 1$ e $p = 0.5$.

Questão 2 - Considere o seguinte jogo de Cournot modificado: duas firmas, 1 e 2, escolhem a quantidade a ser produzida de um bem, com demanda inversa dada por $P = 10 - q_1 - q_2$, sendo q_1 a quantidade produzida pela firma 1 e q_2 a quantidade produzida pela firma 2. O lucro da firma i é $\Pi_i = q_i(10 - q_1 - q_2) - c_i q_i$, sendo c_i o custo marginal de produção da firma i . Para a firma 1,

o custo marginal é $c_1 = 2$. Para a firma 2, há uma probabilidade de 50% de o custo marginal ser $c_i = 2$, e uma probabilidade de 50% de ser $c_i = 5$.

- (a) Qual a melhor resposta da firma 1 à estratégia da firma 2?
- (b) Qual a melhor resposta da firma 2 à estratégia da firma 1?
- (c) Qual o Equilíbrio de Nash Bayesiano em estratégias puras deste jogo?

Questão 3 - Considere a seguinte situação: 2 indivíduos disputam um objeto. Cada indivíduo atribui um valor monetário $x_i \in [0, 1]$ ao objeto, sendo a distribuição de x uniforme neste intervalo. Um leiloeiro propõe o seguinte mecanismo para a venda do objeto: $\langle A_1 = [0, 1], A_2 = [0, 1], g(a_1, a_2) \rangle$.

(a) Suponha que $g(a_1, a_2)$ determine que: (i) $m_1 = -a_1$ e $m_2 = 0$ caso $a_1 > a_2$ (ii) $m_2 = -a_2$ e $m_1 = 0$ caso $a_2 > a_1$ (ou seja, o indivíduo que declara um valor maior leva o objeto e paga o valor declarado POR ELE). Tal mecanismo implementa uma regra de escolha que transfere o objeto ao indivíduo que mais o valoriza com em um Equilíbrio de Nash Bayesiano com sinceridade? Explique.

(b) Suponha que $g(a_1, a_2)$ determine que: (i) $m_1 = -a_2$ e $m_2 = 0$ caso $a_1 > a_2$ (ii) $m_2 = -a_1$ e $m_1 = 0$ caso $a_2 > a_1$ (ou seja, o indivíduo que declara um valor maior leva o objeto e paga o valor declarado PELO OUTRO). Tal mecanismo implementa uma regra de escolha que transfere o objeto ao indivíduo que mais o valoriza com em um Equilíbrio de Nash Bayesiano com sinceridade? Explique.