Lista 9

Fontes de Campo Magnético, Lei de Biot e Savart, Lei de Ampère

Q 29.11) Trata-se de uma comparação semelhante à vantagem e desvantagem (limitação) entre o uso da Lei de Coulomb e da Lei de Gauss para calcular um campo Elétrico. Lembre de qual era a condição necessária para que a Lei de Gauss pudesse ser utilizada, pois a Lei de Ampère pede a mesma condição (agora para uma distribuição de corrente e seu respectivo campo magnético), o que não invalidava o uso da Lei de Coulumb.

Q29.10) Considere que ao percorrer a espira, a corrente possui o mesmo sentido em quaisquer dois anéis consecutivos da espira. Assim, dois pedaços (elementos) de anéis consecutivos, podem ser entendidos como fios percorridos por corrente no mesmo sentido. Existe força entre correntes elétricas? Como é essa orça quando as correntes estão no mesmo sentido? O exercício 29.16 da lista anterior explorou esse resultado.

<u>29.36)</u>

<u>a)</u> Considere que a capacitância de um capacitor de placas paralelas é $C = \frac{|\,q\,|}{\Delta V}$. Como se altera o módulo da carga das placas quando se introduz o dielétrico? Como se altera a queda de potencial entre as placas quando se introduz o dielétrico? Consulte o slide da página 9 da aula "Capacitância e Dielétricos". Conclua que $C = \frac{|\,q\,|}{\Delta V} = k\ \frac{\varepsilon_0\, d}{A}$ e então isole o módulo da carga acumulada em cada placa

R: 0,60 nC

<u>b)</u> Considere que a corrente que chega na placa é 6 mA = 6 mC/s. Uma carga em igual quantidade deve estar sendo acumulada na outra placa, devido à existência da corrente de deslocamento.

R: A taxa de variação da carga nas placas é 6 mC/s

<u>c)</u> Considere que na forma integral da Lei de Ampère utilizada na lista anterior era prevista apenas a existência de uma corrente de condução, composta efetivamente de portadores de carga elétrica (elétrons). Mas tais portadores de carga não existem no espaço entre as placas do capacitor, pois nesse espaço não existe nenhum material condutor que permita que os elétrons da corrente de 6 mA passem de uma placa para outra. Por isso foi adicionado à equação da Lei de Ampère na forma integral um termo da forma $\mu_0\varepsilon_0 \iint \frac{d\vec{E}}{dt} \cdot \vec{n}\, dS$, deixando a equação no formato:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0\, i_{condução} + \mu_0\varepsilon_0 \iint \frac{d\vec{E}}{dt} \cdot \vec{n}\, dS = \mu_0 \left(i_{condução} + \varepsilon_0 \iint \frac{d\vec{E}}{dt} \cdot \vec{n}\, dS \right)$$

Conhecida como Equação de Maxwell - Ampère. O importante é que o termo extra adicionado junto à corrente de condução deve representar uma corrente que existe em qualquer lugar do espaço em que exista uma campo elétrico variando no tempo. É a chamada corrente de deslocamento.

Como a carga em cada placa varia no tempo, tal como visto no item b), então o campo elétrico produzido por cada placa, e por consequência o campo elétrico no interior do capacitor, varia no tempo. Portanto, calcule o valor da corrente de deslocamento pedido no enunciado, considerando como é esse campo elétrico (já estudado nas aulas sobre lei de Gauss e capacitores) e como deve ser a superfície que ele atravessa dentro do capacitor de uma placa à outra..

R: A Corrente de deslocamento no dielétrico é i = 6 mA

29.37)

a) Considere a definição de corrente de deslocamento usada no exercício anterior. Considere também o resultado do item b) do exercício anterior sobe a relação entre a variação de carga nas placas e a corrente de condução nos fios.

R: A corrente de deslocamento vale 0,280 A

b) Considere a equação para o campo elétrico dentro de um capacitor de placas paralelas. Calcule a derivada temporal desse campo. O resultado do item anterior utiliza o resultado deste item.

R: A variação temporal do campo elétrico entre as placas do capacitor é $\boldsymbol{\frac{d\vec{E}}{dt} = \frac{i_c}{\varepsilon_0 A} = 6,3 * 10^{12}\ V/m}$

c) A equação de Maxwell – Ampère utilizada no exercício na forma diferencial é $\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J}_c + \mu_0\, \varepsilon_0\, \frac{d\vec{E}}{dt}$. A equação indica como deve ser a direção e sentido do campo magnético induzido no interior das placas conhecida a soma dos vetores densidade superficial de corrente de condução e variação temporal do campo elétrico. Conhecida essa orientação espacial do campo magnético pode-se integrar a equação (considerando o teorema de Stokes) para obter a forma integral usual da Lei de Ampère e calcular o módulo do campo magnético. Conclua, a partir dos argumentos de simetria, que tudo deve se passar como se surgisse dentro do capacitor um campo magnético devido a uma corrente que percorre um fio infinito e que $\vec{B}\,(r) = \frac{\mu_0\, i_c}{2\pi}\,\frac{r}{R^2}\,\hat{e}_\varphi$

R: Os campos magnéticos a 2 cm e a 4 cm do eixo do capacitor valem, respectivamente, 0,7 $\boldsymbol{\mu T}$ e 0,35 $\boldsymbol{\mu T}$.

29.54) Considere que a corrente que percorre cada lado da espira contribui para o campo magnético no ponto P indicado, de forma que o campo magnético pedido é a soma do campo magnético produzido pela corrente ao percorrer cada lado da espira. Mas perceba que nenhum dos lados da espira é infinito. Isso significa que, não existe uma simetria perfeita que possibilite o uso seguro da Lei de Ampère (infelizmente). Resta usar a Lei de Biot – Savart. Considere também a dica fornecida no enunciado.

R: $\boldsymbol{\vec{B}\,(P) = \frac{-2\,\mu_0\, i}{\pi}\,\frac{a^2+b^2}{ab\,\sqrt{a^2+b^2}}\,\hat{k}}$

29.55) Considere o mesmo procedimento do exercício anterior, mas dessa vez o trabalho fica mais simples se usar um sistema de coordenada polar.

R: $\boldsymbol{\vec{B}\,(P) = \frac{\mu_0\, i}{2\pi R}\,\frac{\pi}{2}\,\hat{k}}$

X1-) Todos os itens podem ser feitos considerando a Lei de Ampère. Continue considerando argumentos de simetria.

a) $\vec{\mathrm{B}}\,(\mathrm{r}) = \frac{\mu_0\, \mathrm{i}}{2\,\pi\, \mathrm{r}}\; \hat{\mathrm{e}}_{\varphi}$

b) $\vec{\mathrm{B}}\,(\mathrm{r}) = \begin{cases} \frac{\mu_0\, \mathrm{i}}{2\,\pi}\, \frac{r}{R^2}\; \hat{\mathrm{e}}_{\varphi}\,,\ se\ r < R \\ \frac{\mu_0\, \mathrm{i}}{2\,\pi\, \mathrm{r}}\; \hat{\mathrm{e}}_{\varphi}\,, se\ r > R \end{cases}$

c) $\vec{\mathrm{B}}\,(\mathrm{r}) = \mu_0\, n\, i \quad \hat{k}$

d) $\vec{\mathrm{B}}\,(\mathrm{r}) = \frac{\mu_0\, N\, i}{2\,\pi\, r}\; \hat{\mathrm{e}}_{\varphi}$

29.60)

a) Qualquer caminho amperiano colocado na região r < a não é atravessado por nenhuma corrente, pois nesse região não existe corrente.

$\mathbf{R}$: $\vec{\mathbf{B}}\,(\,\mathbf{r} < \mathbf{a}\,) = \mathbf{0}$

b) Considere que se a corrente é uniformemente distribuída, a corrente total na região pode ser escrita em termos da densidade superficial de corrente (que envolve a área da seção reta entre os dois cilindros). Dado um caminho amperiano circular de raio r tal que a < r < b, a corrente que o atravessa pode ser escrita em termos da mesma densidade superficial de corrente, agora associada a uma área correspondente. Escrevendo uma equação para cada uma dessas correntes, pode-se dividir uma pela outra para escrever a corrente que atravessa um caminho amperiano circular com r (a < r < b) em termos de um caminho amperiano circular de raio b.

Além disso, perceba que tudo se passa como se estivesse sendo calculado o campo de uma corrente percorrendo um fio infinito, com um raciocínio semelhante ao que era feita para calcular campos elétricos usando a Lei de Gauss.

$$\vec{\mathbf{B}} = \frac{\boldsymbol{\mu}_0\,\mathbf{i}}{2\,\boldsymbol{\pi}\,\mathbf{r}}\left(\frac{\mathbf{r}^2 - \mathbf{a}^2}{\mathbf{b}^2 - \mathbf{a}^2}\right)\hat{\mathbf{e}}_{\boldsymbol{\varphi}}$$

29.24)

a) perceba que na região a < r < b temos uma situação idêntica do exercício X1 item b).

R: $\vec{\mathbf{B}}\,(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0\, \mathbf{i}}{2\,\pi\, \mathbf{r}}\, \hat{\mathbf{e}}_{\varphi}$

b) na região r > c, qualquer caminho amperiano lá posto não é atravessado por nenhuma corrente líquida. O campo magnético deverá ser nulo.

29.25) Considere os argumentos de simetria. A forma diferencial da Lei de Ampère indica que o campo magnético associado à corrente de deslocamento em questão deve ser tal que ele rotacional. Além disso, a Lei de Biot – Savart indica que tal campo magnético eve ter módulo constante a uma dada distância r do eixo do cilindro interno (eixo z de um sistema de coordenadas cilíndricas). Conclua que na região a < r < c, a situação é idêntica à do exercício anterior. Nos pontos r > c, qualquer caminho amperiano posto é atravessado por uma corrente líquida $i_1 + i_2$

$$\vec{\mathbf{B}}\,(\,\mathbf{r}\,) = \begin{cases} \dfrac{\mu_0\, \mathbf{i}_1}{2\,\pi\, \mathbf{r}}\, \hat{\mathbf{e}}_{\varphi}\;, & \mathbf{se\ a < r < c} \\ \dfrac{\mu_0\,(\,\mathbf{i}_1 + \mathbf{i}_2\,)}{2\,\pi\, \mathbf{r}}\, \hat{\mathbf{e}}_{\varphi}, & \mathbf{se\ r > c} \end{cases}$$

29.61)

a) O vetor densidade superficial de corrente de deslocamento indicado aponta que seu módulo aumenta com a distância ao eixo do fio (eixo z de um sistema de coordenadas cilíndricas). Mas tem sempre a mesma direção (direção do eixo z). Por isso, para calcular a corrente total que percorre o fio não é possível apenas multiplicar o módulo de tal vetor por alguma área de alguma superfície que ele atravessa. É necessário considerar elementos de superfície tais que em cada um deles o módulo desse vetor é constante e então multiplicar o módulo de tal vetor pela área desse elemento de superfície. Perceba que para calcular a corrente total que passa pelo fio é necessário considerar uma superfície com área igual à da seção reta do fio. Isso deve levar a uma integração, que pode ser simples ou dupla a depender de como escolher os elementos de superfície, embora a integral dupla acabará levando a uma integral simples idêntica a que deve ser escrita caso opte por ir direto á integral simples.

b) Considere novamente os argumentos de simetria indicados em exercícios anteriores. $\mathbf{R:}\ \vec{\mathbf{B}}(\mathbf{r}) = \frac{\boldsymbol{\mu_0}\,\mathbf{i_0}}{\mathbf{2\,\pi\,r}}\,\hat{\mathbf{e}}_{\boldsymbol{\varphi}}$

c) Numa região r < a, a corrente total que atravessa um caminho amperiano adequado para se calcular o campo magnético, considerando a simetria envolvida, não será i_0. Para calcular a corrente, a integral feita no item a) deve ser refeita, considerando apenas uma alteração conveniente nos extremos de integração na coordenada radial, que não irá mais até a, mas só até alguma distância radial antes de a.

$$\mathbf{R:}\ \vec{\mathbf{B}}(\mathbf{r}) = \frac{\mathbf{4}\,\boldsymbol{\mu_0}\,\mathbf{i_0}}{\mathbf{2\,\pi\,a}^2}\left(\frac{\boldsymbol{r}}{\mathbf{2}} - \frac{\boldsymbol{r}^3}{\mathbf{4}\boldsymbol{a}^2}\right)\hat{\mathbf{e}}_{\boldsymbol{\varphi}}$$

Verifique que os resultados do item b) e do item c) são iguais quando r = a, indicando continuidade no campo magnético.

29.73) Considere a sugestão do enunciado de dividir o disco em anéis concêntricos ao centro do disco, cada um e raio r e espessura dr. A carga em cada um desses anéis estará girando, isto é, são cargas em movimento durante o tempo. Isso caracteriza uma corrente. Calcule a corrente devido a cada um desses anéis. Deverá obter $i = \omega\, \sigma\, r\, dr$. Em seguida, considere como era o campo magnético produzido pela corrente que circula um anel, no centro deste anel, resultado que foi calculado em exercícios anteriores de listas anteriores (um resultado já conhecido, independente deste exercício). O Campo magnético produzido pelo disco deverá ser a soma dos campos magnéticos produzidos por todos os anéis que compõe o disco, caracterizando uma integração do campo magnético produzido pela corrente que percorre um anel, no centro do anel, considerando que agora os raios dos anéis são variáveis de 0 até a.

$$\mathbf{R:}\ \vec{\mathbf{B}}\,(\,\mathbf{r}\,) = \frac{\boldsymbol{\mu_0\, n\, Q}}{\boldsymbol{a}}\ \hat{\boldsymbol{k}} = \frac{\boldsymbol{\mu_0\, \omega\, \sigma\, a}}{\mathbf{2}}\ \hat{\boldsymbol{k}}$$