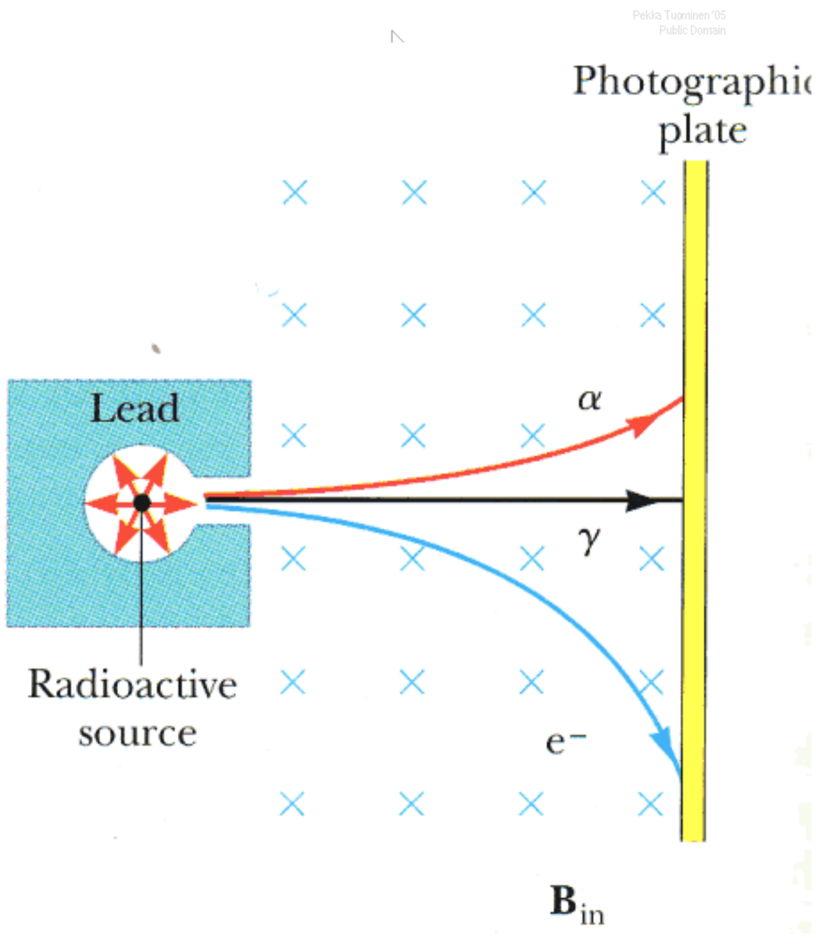
Física Moderna II

Aula 08

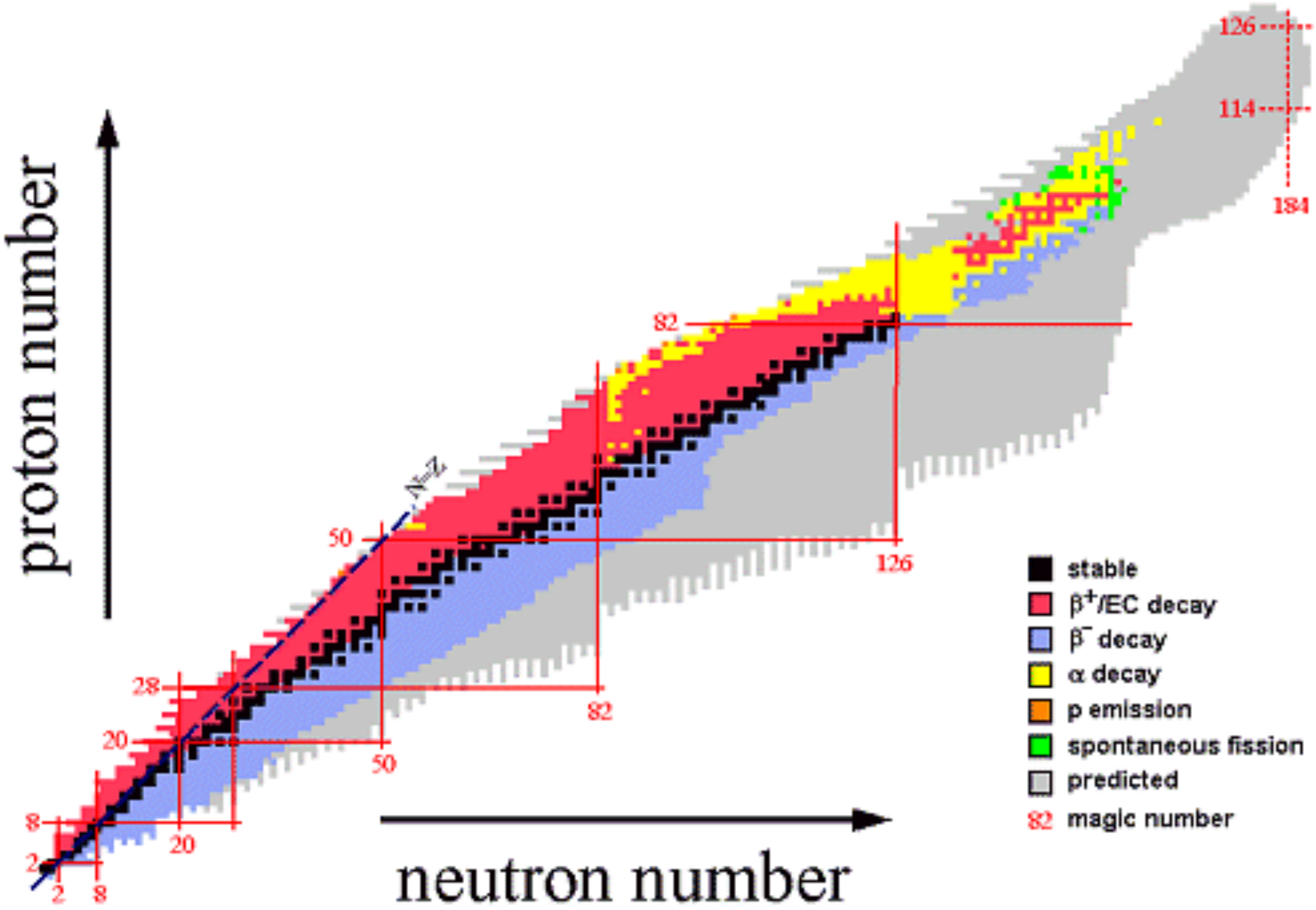
Marcelo G. Munhoz
munhoz@if.usp.br
Edifício HEPIC, sala 202
ramal 916940

Vários tipos de radiação são observados

- **<u>1899</u>**: E. Rutherford mostra que existe dois tipos de radiação: α e β
- **<u>1900</u>**: Villard mostra que existe ainda um outro tipo de radiação: γ
- **<u>1902</u>**: Pierre and Marie Curie mostram que a radiação β são elétrons
- **<u>1908</u>**: E. Rutherford mostra que a radiação α é equivalente ao elemento He;



Instabilidade Nuclear: tipos

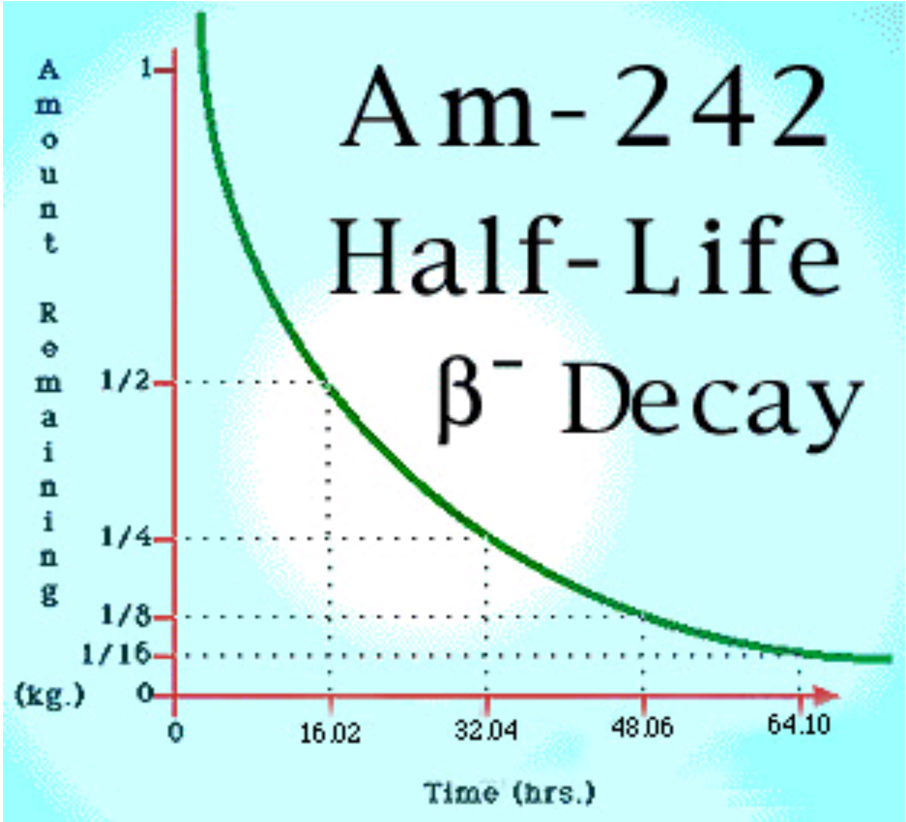


Quantificando um decaimento

- Para compreendermos um decaimento, além do tipo (qualitativo), precisamos também quantificá-lo.
- O que podemos quantificar em um decaimento?
  - O tempo que um núcleo leva para decair;
- Porém, experimentalmente, observamos que esse tempo não é fixo para diferentes "indivíduos" de um mesmo elemento.
  - Como caracterizar o decaimento de um elemento então?

Quantificando um decaimento

- Se temos uma amostra de um certo elemento, o número de elementos originais diminui (decai) exponencialmente com o tempo.
- Essa observação leva a uma interpretação probabilística do decaimento nuclear.



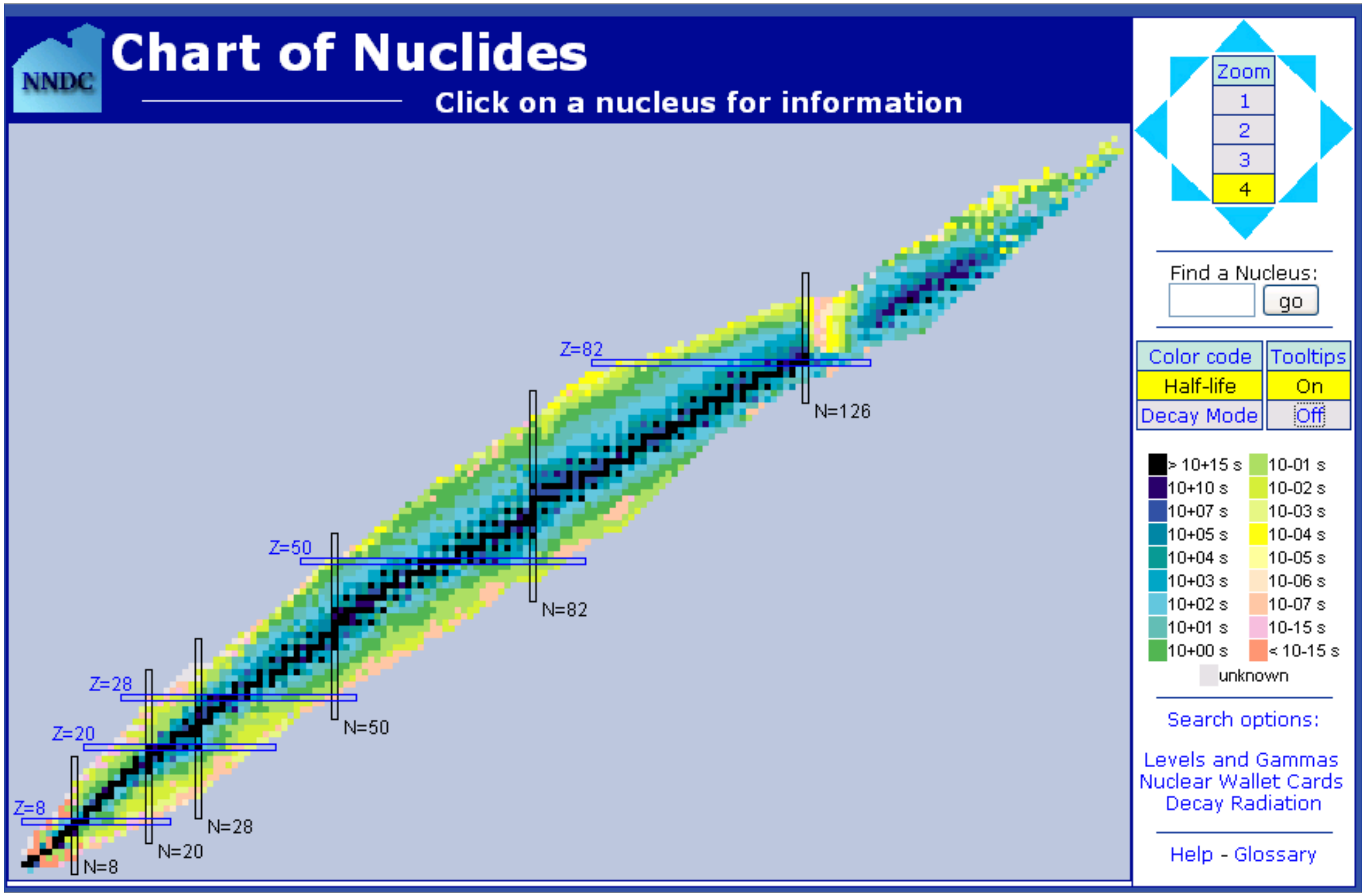
Lei do Decaimento Radioativo

- Hipóteses básicas:
  - O decaimento de um núcleo é um processo estatístico, ou seja, impossível de prever exatamente o instante em que ele ocorrerá. Portanto, temos que lidar com uma probabilidade;
  - A probabilidade de um decaimento independe da idade do elemento.
- Como escrever isso matematicamente?

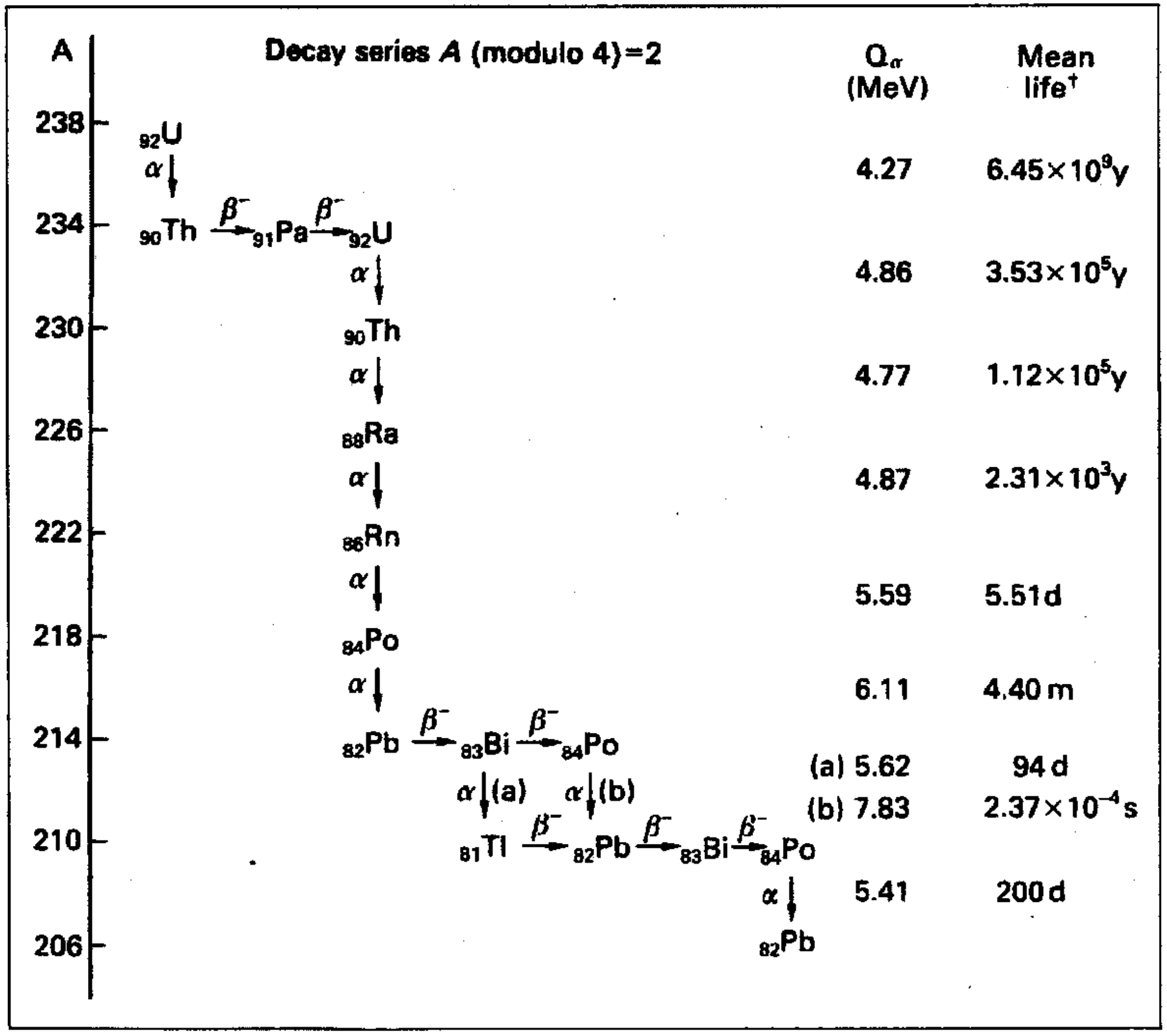
Quantificando um decaimento

- Para compreendermos um decaimento, além do tipo (qualitativo), precisamos também quantificá-lo.
- O que podemos quantificar em um decaimento?
  - ~~O tempo que um núcleo leva para decair~~
  - **A meia-vida (*half-life*) ou vida-média (*mean lifetime*) do elemento ou constante de decaimento (*decay constant*)**

Instabilidade Nuclear: meia-vida



Decaimentos sucessivos



Datação radioativa

- Utilização da radioatividade para a medida da idade de objetos naturais;
- Conhecendo-se a constante de decaimento de um elemento que compõem o objeto é possível obter sua idade;
- Um tipo de datação bastante conhecida é a de fósseis usando o elemento ^{14}C. A principal hipótese neste procedimento é a constante produção de ^{14}C na atmosfera por raios cósmicos.

Unidades da radioatividade

- Atividade de uma fonte radioativa:
  - SI: Becquerel (Bq) = decaimentos por segundo
  - Mais comum: Curie (Ci) = 3.7×10^{10} decaimentos/s
- Medidas do efeito da radiação:
  - **Exposição** (*X*): carga ionizada por unidade de massa (*C/kg*). A unidade mais usada é o roentgen (*R*) = 2.58×10^{-4} *C/kg*
  - **Dose absorvida** (*D*): energia absorvida por ionização. No SI: *J/kg* = *Gray* (*Gy*). Também é usado o *rad=100 ergs/g.*

Unidades da radioatividade

- Medidas do efeito da radiação:
  - É importante medir o risco que a radiação pode trazer para tecidos vivos. Para isso, definiu-se a **dose equivalente**. Ela consiste em se multiplicar um *fator de qualidade* à dose de uma fonte segundo o potencial da radiação em danificar tecidos vivos:

    $DE = D \cdot QF$, onde $QF = 1$ para raios-X, radiação β e γ e $QF = 20$ para radiação α
  - No SI, a unidade de medida é o sievert (Sv). Também é usado o *rem* quando *D* é dado em *rad.*

Por que partículas-α?

- Por que existe o decaimento de partículas-α enquanto a emissão de nucleons é bem mais rara e de núcleos mais leves, como dêuterons, nem existe?
- A resposta esta no fato de partículas-α terem uma energia de ligação bastante alta (é bem ligada) favorecendo a sua emissão em uma balanço de energia entre núcleos próximos.

Condições para o decaimento-α

- Conservação de energia ($X \rightarrow Y + \alpha$)

$$m_X c^2 = m_Y c^2 + K_Y + m_\alpha c^2 + K_\alpha$$

$$\boxed{\begin{aligned} &{}^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{A-4}_{Z-2}Y + \alpha \\ &Q = \left[m_X(A,Z) - m_Y(A-4,Z-2) - m_\alpha\right]\cdot c^2 > 0 \\ &\quad = \left[\Delta_X(A,Z) - \Delta_Y(A-4,Z-2) - \Delta_\alpha\right]\cdot c^2 > 0 \end{aligned}}$$

- Lembrando que:

$$\Delta = (M - A)\cdot c^2 \longrightarrow$$

Δ (MeV)

n	8.071
^{1}H	7.289
^{2}H	13.136
^{4}He	2.425
^{6}Li	14.087

Condições para o decaimento-α

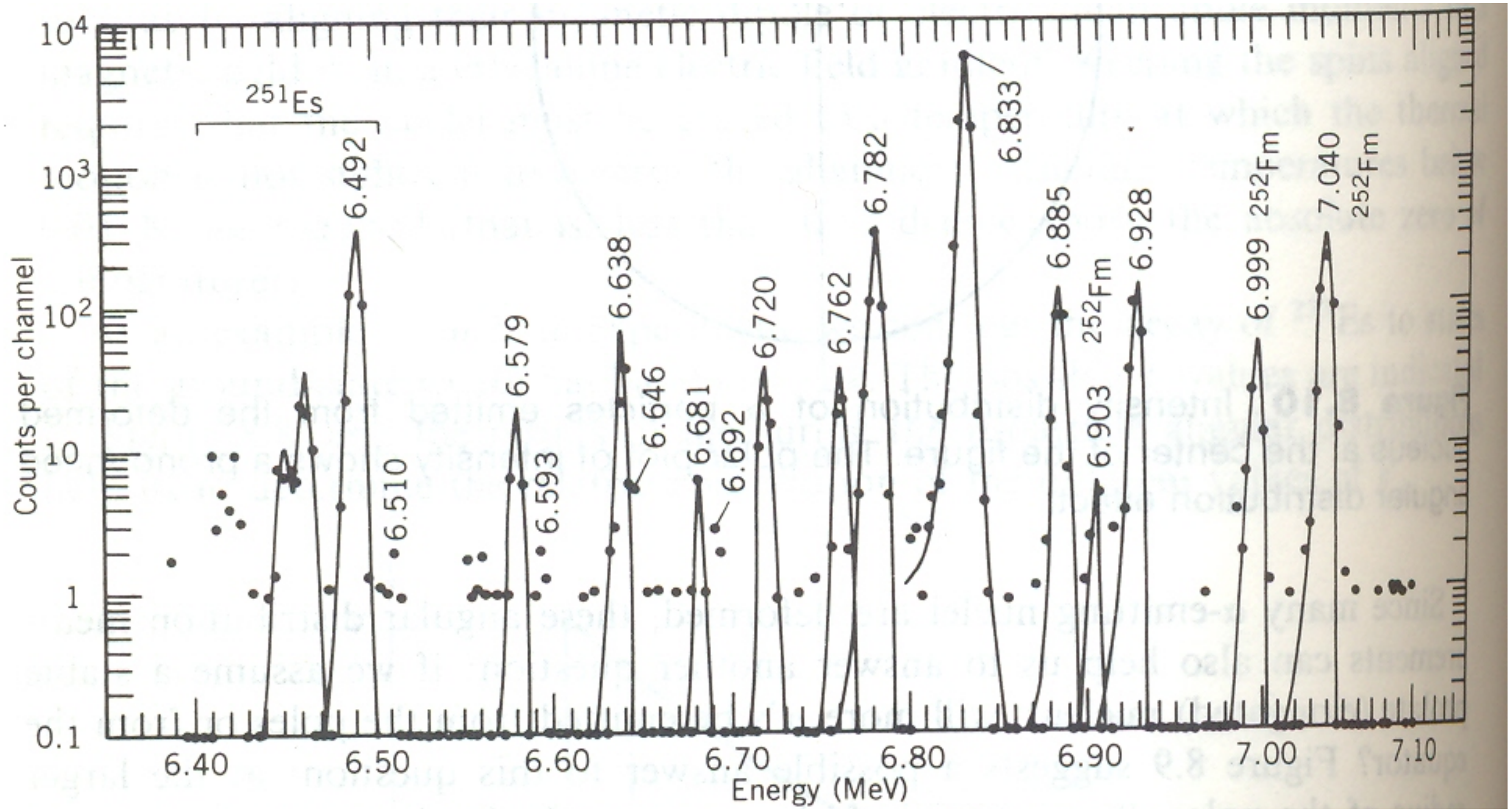
- Conservação de momento ($X \rightarrow Y+\alpha$)

$$\vec{p}_X = \vec{p}_Y + \vec{p}_\alpha = 0 \Rightarrow \left|\vec{p}_Y\right| = \left|\vec{p}_\alpha\right|$$

$$\boxed{\begin{array}{l} {}^{A}_{Z}X \longrightarrow {}^{A-4}_{Z-2}Y + \alpha \\ Q = K_Y - K_\alpha > 0 \end{array}}$$

- Como: $K = \dfrac{p^2}{2m} \Rightarrow K_\alpha = \dfrac{Q}{\left(1 + {}^{m_\alpha}\!/\!{}_{m_Y}\right)}$

Distribuição de energia das partículas-α emitidas



Tempo de decaimento das partículas-α emitidas

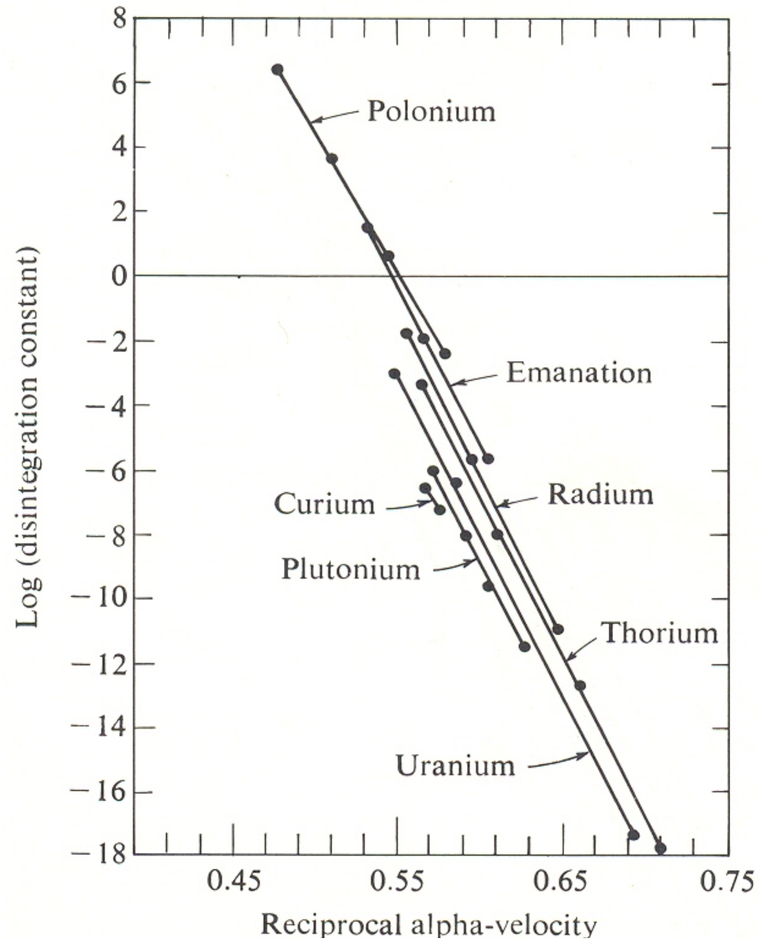
- Observou-se que quanto maior a energia da partícula α emitida, menor o tempo de meia vida do elemento (ou maior sua taxa de decaimento).
- Estudos sistemáticos foram primeiros relatados por Geiger e Nuttall em 1911. Eles observaram que uma simples mudança de um fator 2 ou 3 na energia da partícula α emitida, mudava a constante de decaimento do elemento de um fator 10^{24}!!!

Tempo de decaimento das partículas-α emitidas

- A relação quantitativa observada foi:

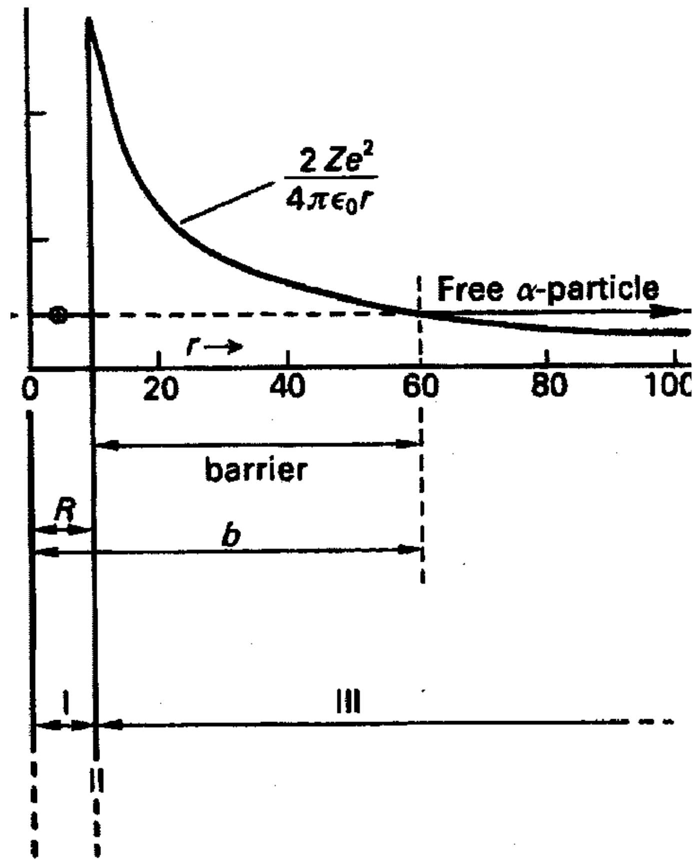
$$\log(\lambda) = a/v + b$$

para Z constante e onde v é a velocidade da partícula α emitida.



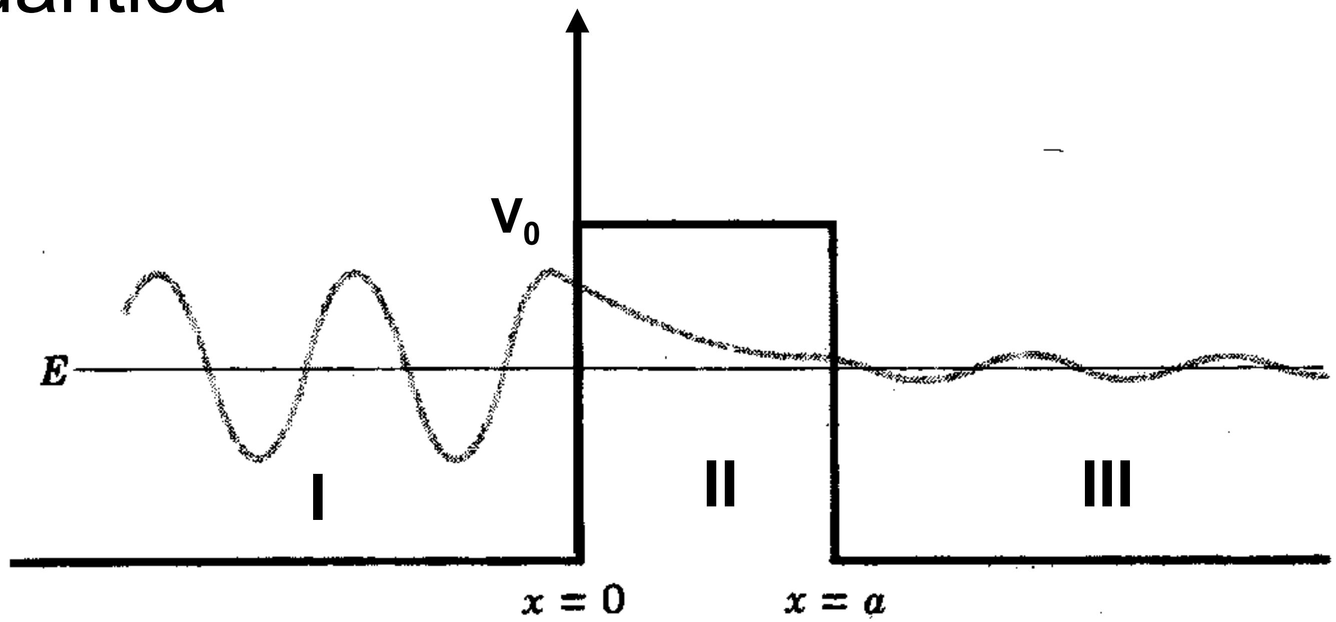
Um modelo simples para o decaimento de partículas-α

- Hipóteses do modelo:
  - A partícula-α já existe dentro do núcleo;
  - Tratamos apenas uma única dimensão (r);
  - O potencial é composto de duas partes que se combinam: um poço atrativo e a parte Coulombiana repulsiva



Um modelo simples para o decaimento de partículas-α

- Temos que resolver o problema da barreira de potencial unidimensional da mecânica quântica



Comparação dos resultados do modelo com os dados experimentais

- Apesar de extremamente simples, este modelo consegue prever o comportamento geral do decaimento de partículas α para núcleos com número par de prótons e nêutrons;
- Núcleos com outras configurações (número ímpar de prótons e/ou nêutrons) já apresentam um comportamento diferente, indicando que há outros efeitos presentes nesses núcleos.

Comparação dos resultados do modelo com os dados experimentais

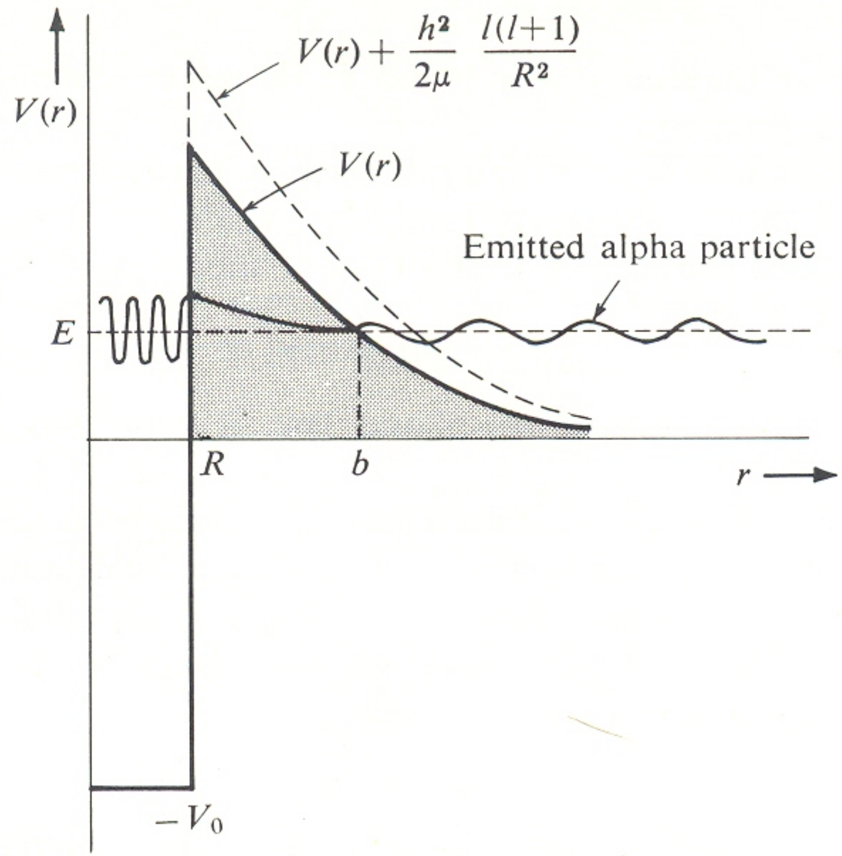
- Sabendo que a taxa de decaimento é dada por:

  $\lambda = t \cdot \omega$

  onde ω é a freqüência com que a partícula-α atinge a barreira, obtém-se que:

  $$\log(\lambda) = a/v + b$$

  como observado.



Tipos de decaimento- β

- Há três tipos de decaimento-β:
  - Emissão de elétrons (β^-);
  - Emissão de pósitrons (β^+);
  - Captura de elétrons extra-nucleares (CE).
- Como não pode existir elétrons ou pósitrons dentro do núcleo, estes devem ser criados (β^- ou β^+) ou aniquilados (CE) nesses processos.

Como é possível ocorrer esses decaimentos-β ?

- Conservação de energia ($X \rightarrow Y$+e)

$$m_X c^2 = m_Y c^2 + K_Y + m_e c^2 + K_e$$

$${}^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{A}_{Z+1}Y + e^-$$
$$Q = \left[m(Z) - m(Z+1) - m_e\right] \cdot c^2 > 0$$

$${}^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{A}_{Z-1}Y + e^+$$
$$Q = \left[m(Z) - m(Z-1) - m_e\right] \cdot c^2 > 0$$

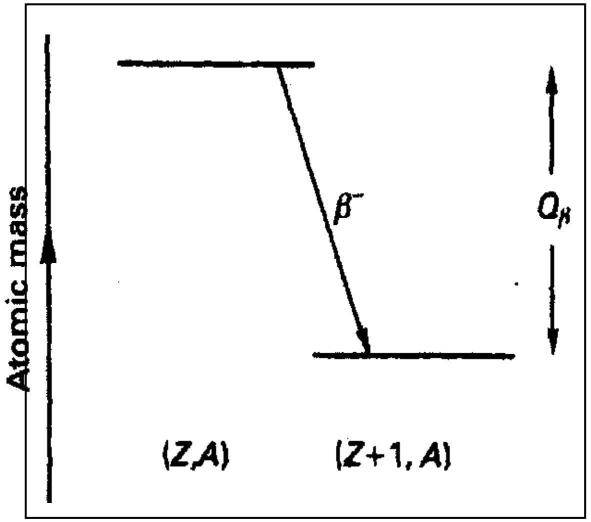
$${}^{A}_{Z}X + e^- \rightarrow {}^{A}_{Z-1}Y$$
$$Q = \left[m(Z) + m_e - m(Z-1)\right] \cdot c^2 > 0$$

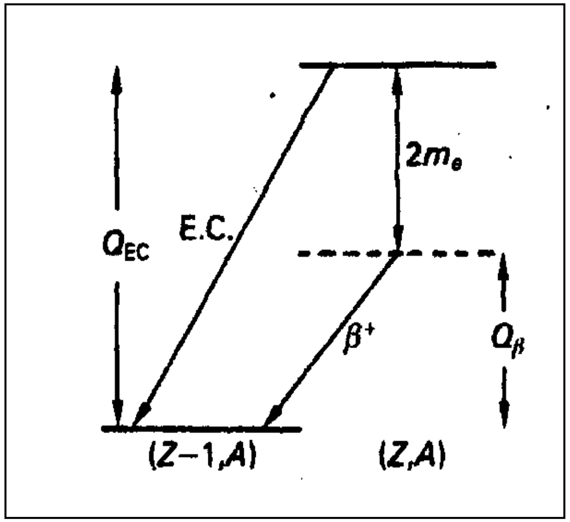
Como é possível ocorrer esses decaimentos-β ?

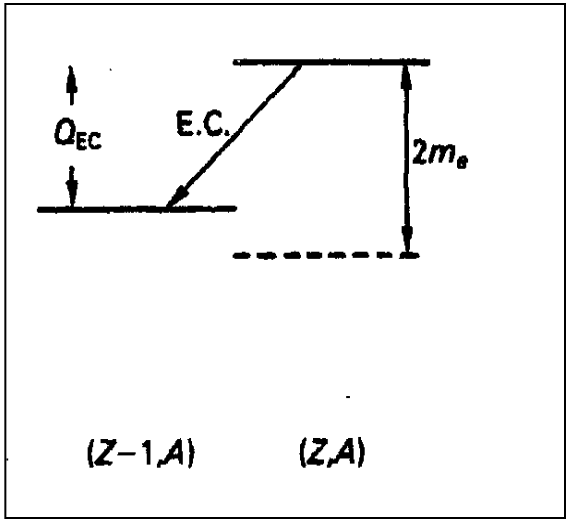
- Conservação de energia ($X \rightarrow Y$+e)

$$m_X c^2 = m_Y c^2 + K_Y + m_e c^2 + K_e$$

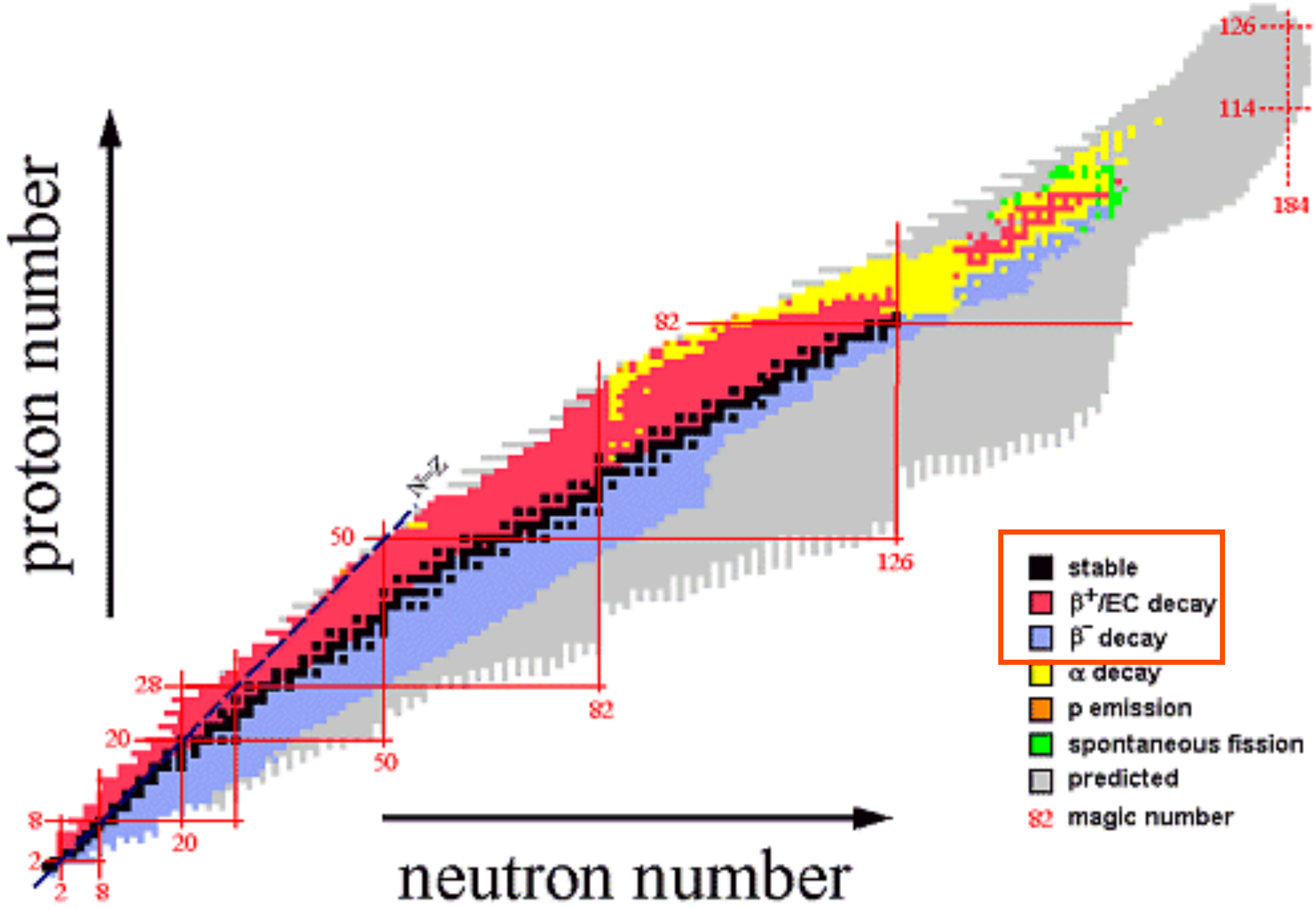
${}^A_Z X \rightarrow {}^A_{Z+1} Y + e^-$ $Q = [M(Z) - M(Z+1)] \cdot c^2 > 0$	${}^A_Z X \rightarrow {}^A_{Z-1} Y + e^+$ $Q = [M(Z) - M(Z-1) - 2 \cdot m_e] \cdot c^2 > 0$	${}^A_Z X + e^- \rightarrow {}^A_{Z-1} Y$ $Q = [M(Z) - M(Z-1)] \cdot c^2 > 0$



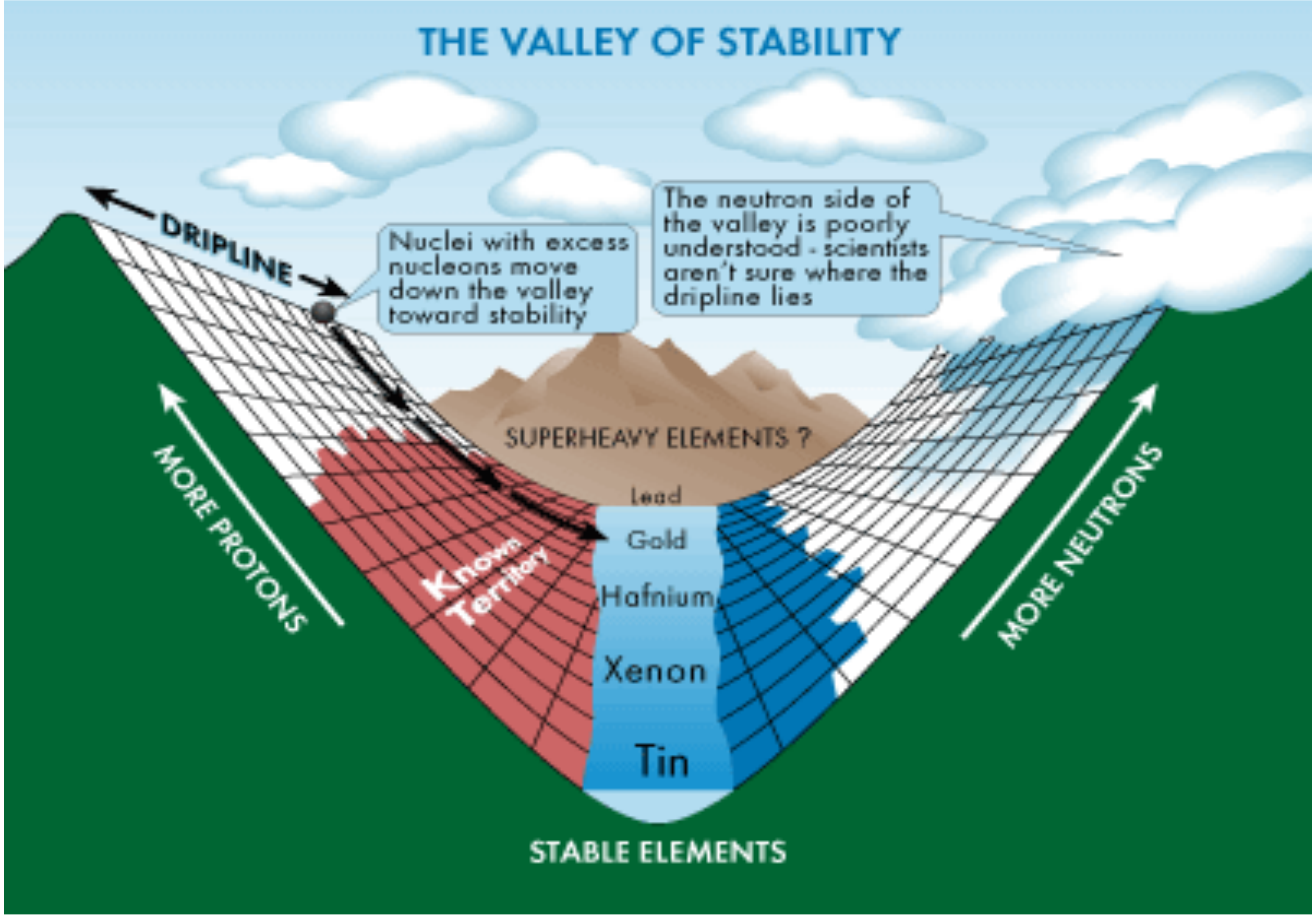




Decaimento- β : levando à estabilidade

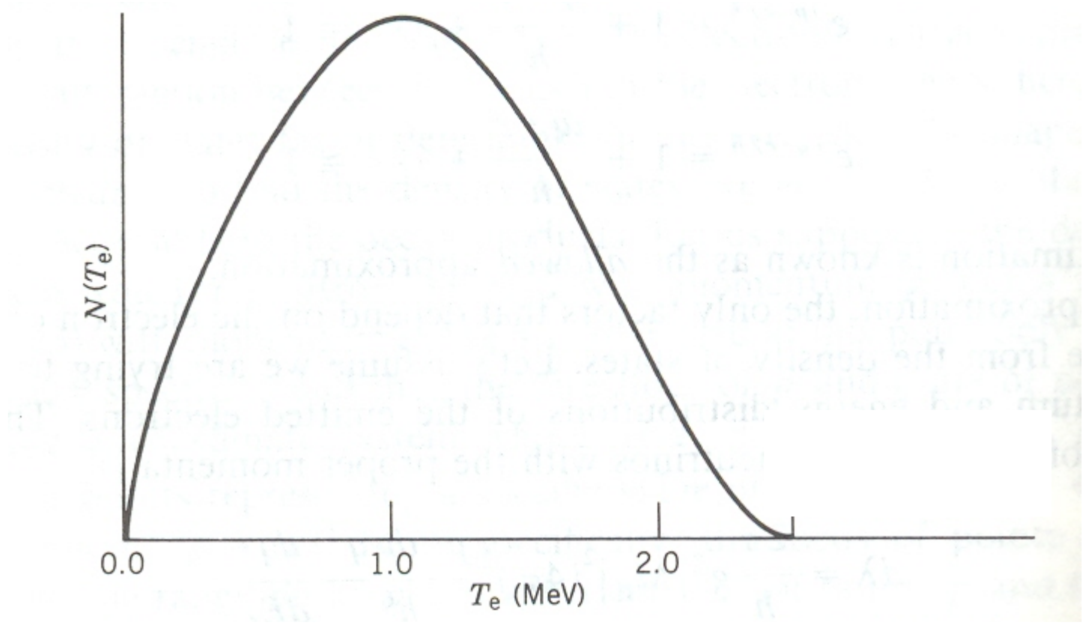


Decaimento- β : levando à estabilidade



Quantificando o decaimento-β : distribuição de energia dos e^-/e^+

- O espectro de energia dos e^- ou e^+ emitidos é contínuo ao invés de discreto como para o decaimento-α.



Quantificando o decaimento- β : distribuição de energia dos e^-/e^+

- O espectro de energia dos e^- ou e^+ emitidos é contínuo ao invés de discreto como para o decaimento-α.
- Esse fato viola os princípios de conservação de energia, momento linear e momento angular;
- Como explicar essa observação então?

A hipótese do neutrino

- Em 1930, Pauli sugeriu que outra partícula era emitida em um decaimento β. Fermi chamou essa partícula de **neutrino**.
- Portanto, segundo essa hipótese, um decaimento β^-, ao invés do processo:

$$n \rightarrow p + e^-$$

seria,

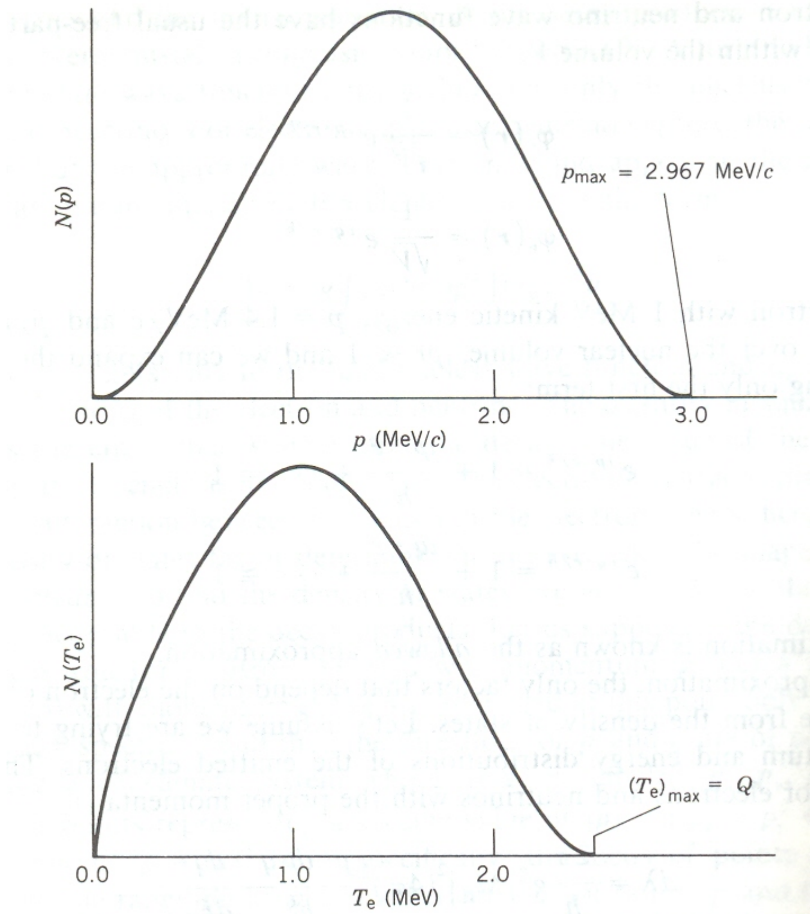
$$n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}$$

Quantificando o decaimento-β : distribuição de energia dos e^-/e^+

- O valor máximo de energia do elétron é obtido quando o neutrino possui seu valor mínimo de energia (desprezando a energia de recuo do próton):

$$Q = T_p + T_e + T_\nu$$
$$\cong T_e + T_\nu$$

Portanto, se $T_\nu = 0 \Rightarrow$
$T_e^{max} = Q$



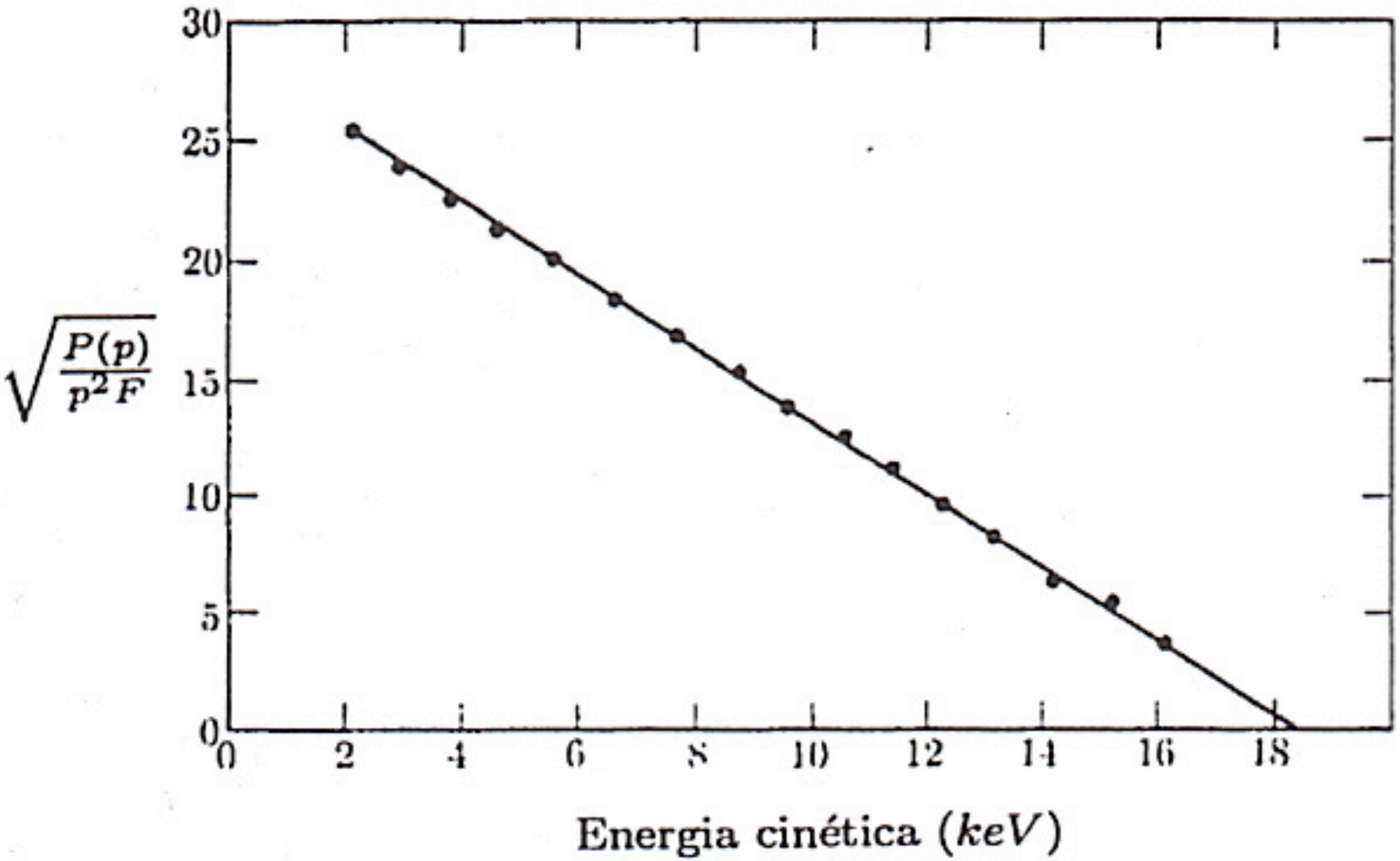
Teoria de Fermi

- Fermi adotou uma abordagem quântica para explicar o decaimento β:
  - O elétron e o neutrino são criados no momento da desintegração (não podem existir dentro do núcleo) a partir da transformação do nêutron em próton;
  - Essa transformação se dá devido a uma interação muito fraca e de curto alcance;
  - Ele desenvolve uma "regra de ouro" para esse tipo de interação baseado na teoria de perturbação.

Distribuição de energia dos e^-/e^+

- Portanto, os fatores que aparecem nos espectros de energia de elétrons e pósitrons são:
  - O fator estatístico $p^2(Q-T_e)^2$, obtido do número de estados finais acessíveis;
  - O elemento da matriz de transição $|M_{if}|^2$ que depende dos estados inicial e final do núcleo;
  - O termo Coulombiano representado pela função de Fermi $F(Z,p)$

Comparação com os dados

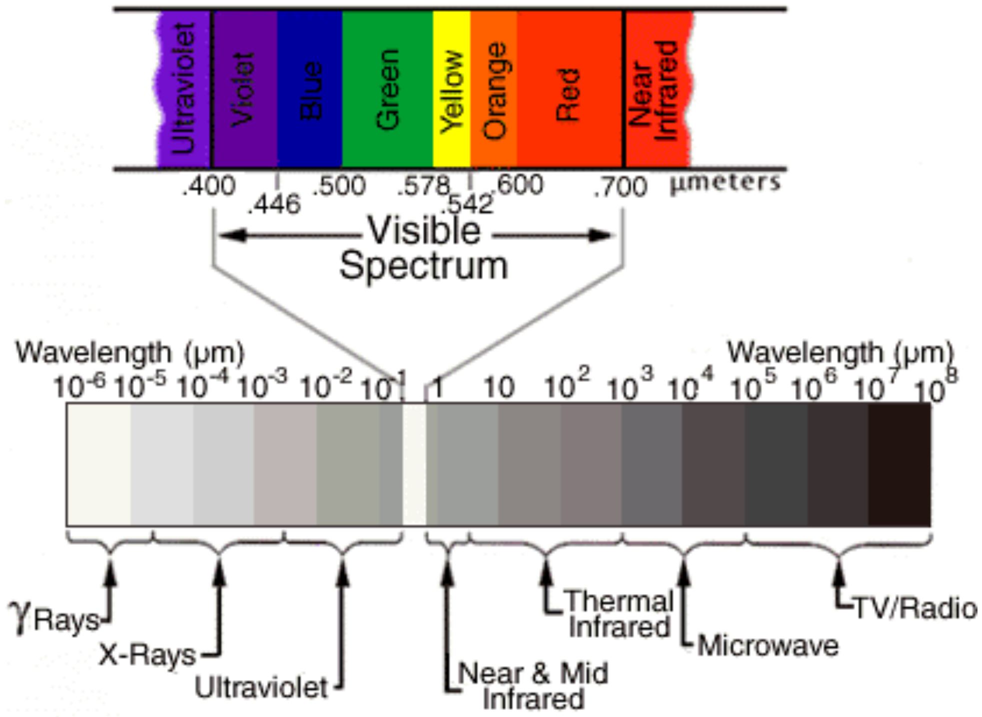


Captura de elétrons

- Corresponde à captura de um elétron orbital pelo núcleo;
- Este processo pode ser tratado formalmente da mesma maneira que a emissão β com algumas diferenças:
  - A função de onda do elétron não pode ser tratada como uma partícula livre;
  - Somente um neutrino é emitido, portanto devemos considerar apenas a densidade de níveis dessas partículas.
- Este processo compete com a emissão de pósitrons é necessário se atingir a estabilidade com a diminuição de Z.

Radiação γ

- A radiação γ é uma onda eletromagnética de extrema energia ou freqüência;
- Espontaneamente, a emissão de radiação γ é um processo que ocorre após decaimentos α e β;

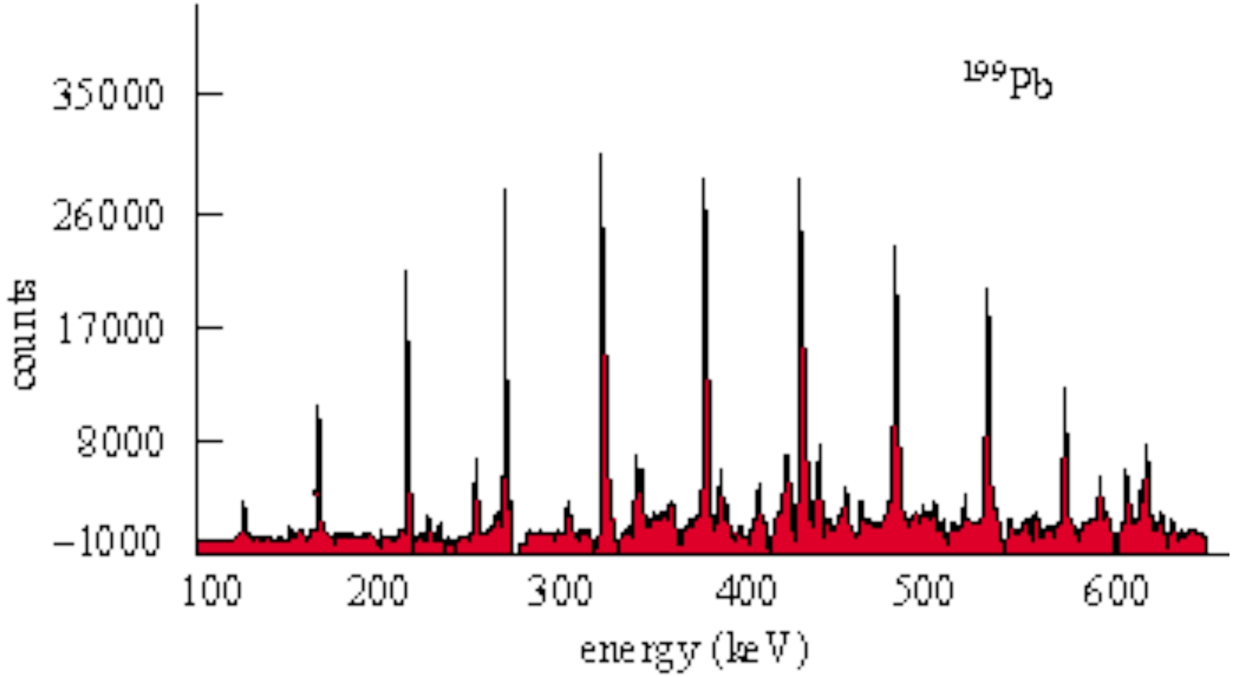


Qual a origem dessa radiação?

- Como podemos saber que a origem dessa radiação é um processo nuclear?
  - Devido a sua energia, da ordem de *keV-MeV*. Processos atômicos envolvem energias bem menores, da ordem de *eV*;
- A emissão de radiação eletromagnética por processos atômicos está relacionada com transições de elétrons entre diferentes níveis de energia. O mesmo ocorre para a radiação γ ?

Espectro de energia

- O espectro de energia da radiação γ emitida pode ser discreto, como no caso atômico



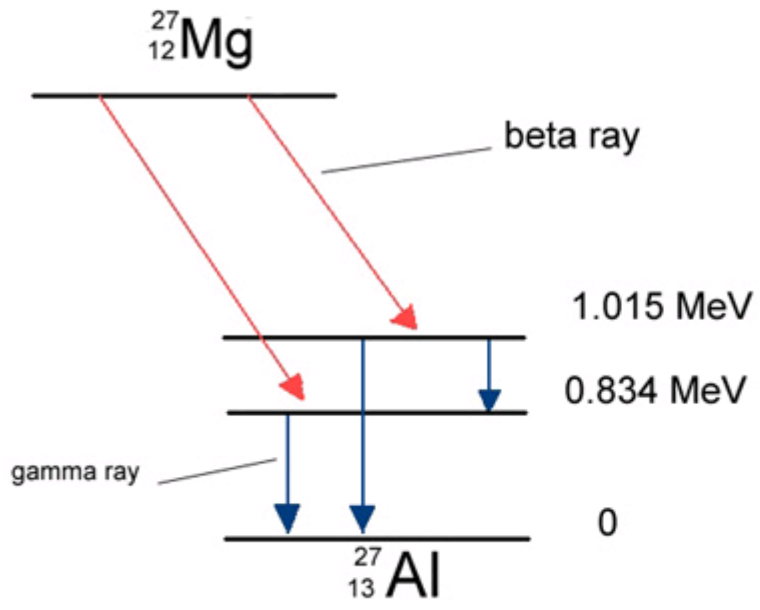
Espectro de energia

- Portanto, a radiação γ deve corresponder a transição de níveis de energia no núcleo, ou seja, o núcleo também deve apresentar níveis de energia como a eletrosfera;
- A energia da radiação γ deve corresponder à diferença de energia entre dois níveis do núcleo:

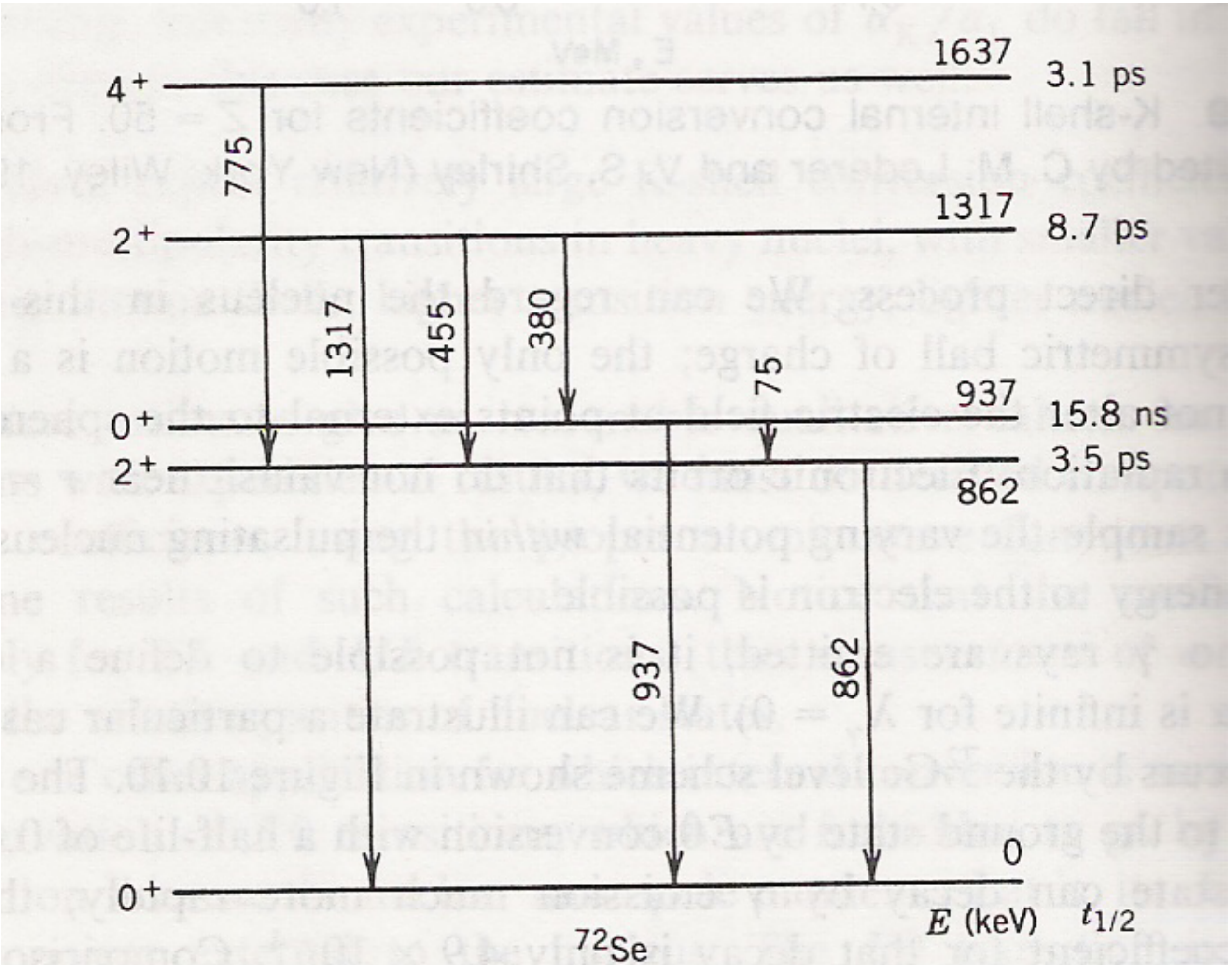
$$h\nu = \Delta E = E_i - E_f$$

Decaimento γ

- Essas observações são fortes evidências da estrutura de níveis do núcleo, como ocorre no átomo;
- E, a partir delas, é possível construir o esquema de níveis de um determinado núcleo;



Tempo de decaimento

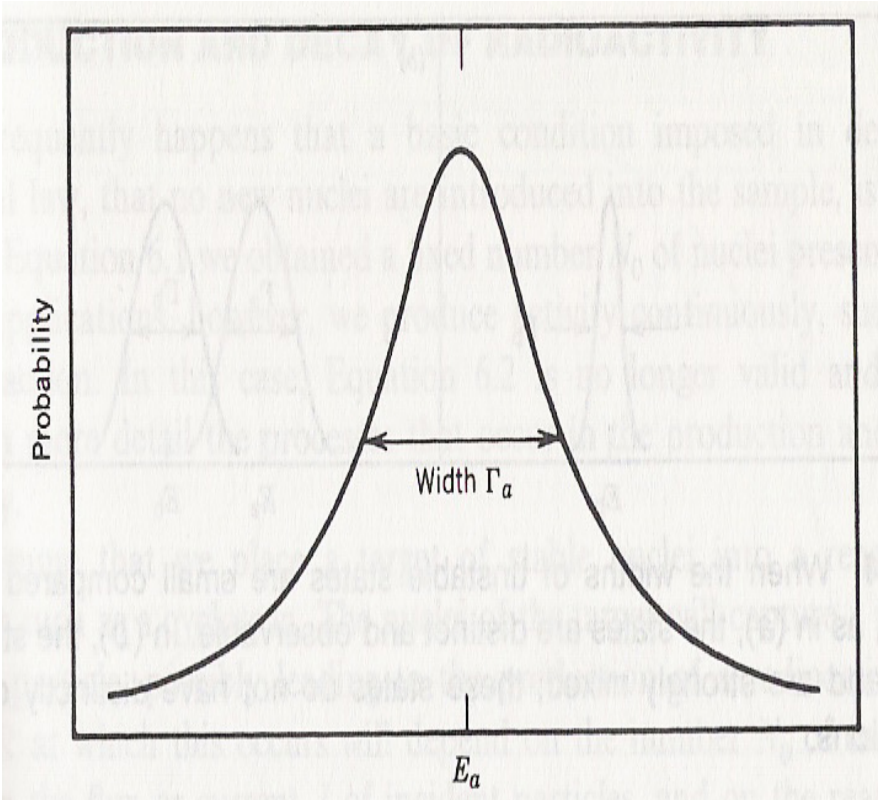


Teoria Quântica do Decaimento Radioativo

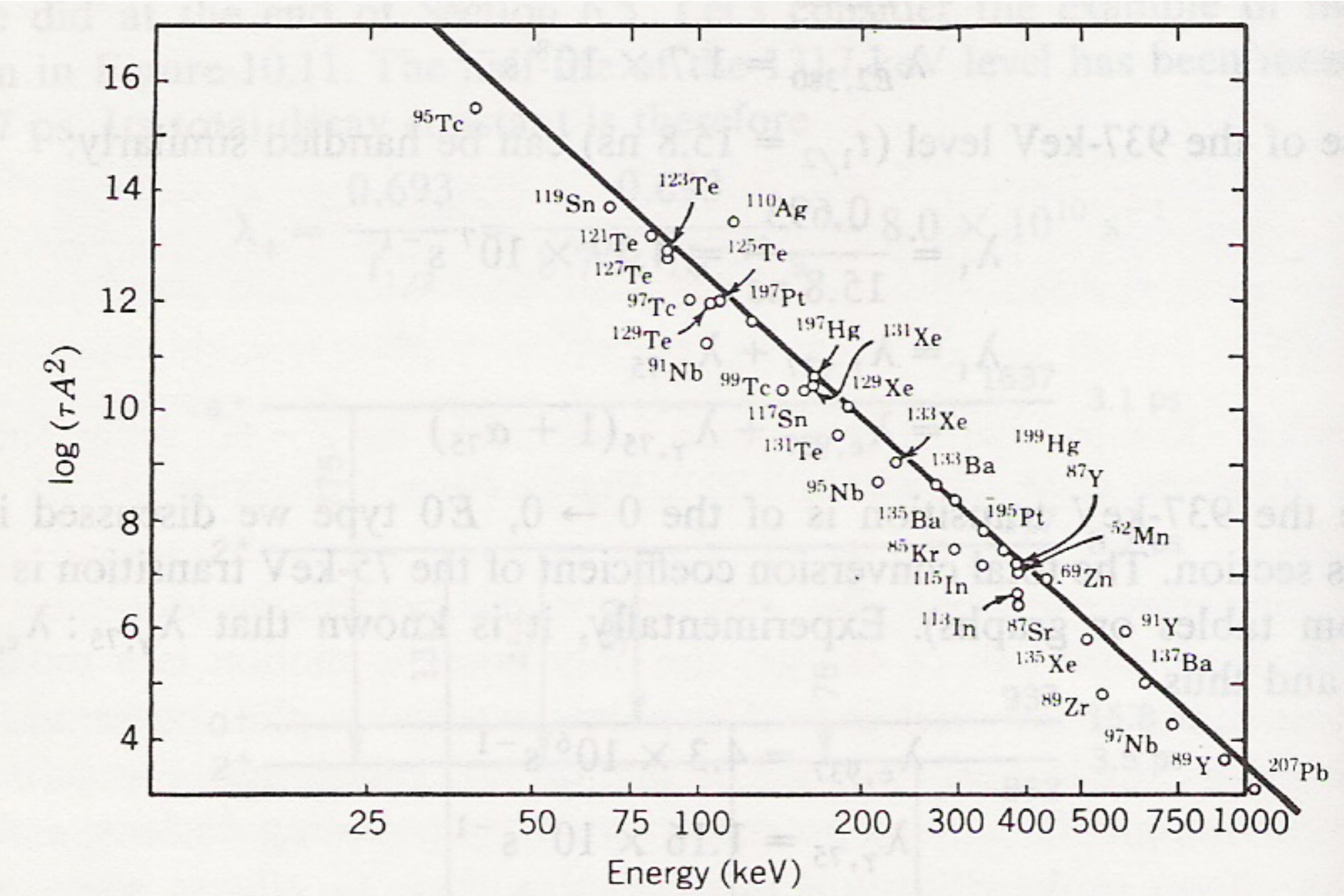
- Se considerarmos estados quase estacionários, podemos obter a probabilidade de ocupação de um estado em função da energia que é dada por:

$$P(E)dE = \frac{dE}{(E - E_a)^2 + \Gamma_a^2/4}$$

onde: $\Gamma_a = \hbar/\tau_a$



Tempo de decaimento



Como explicar a emissão de radiação eletromagnética pelo núcleo?

- Eletromagnetismo clássico:
  - Variações temporais de multipolos elétricos e magnéticos;
- Mecânica quântica:
  - Mudança de estado devido aos operadores de multipolo elétricos e magnéticos

Regras de seleção

- Conservação do momento angular:
  - O momento angular do núcleo final combinado com a radiação γ deve ser compatível com o momento angular do núcleo inicial:

$$\vec{I}_i - \vec{I}_f = \vec{L}$$

$$\left(I_i + I_f\right) \geq L \geq \left|I_i - I_f\right|$$

  - É importante notar que não há transições com $L = 0$;

Regras de seleção

- Conservação da paridade (π):
  - A paridade do núcleo final combinado com a paridade da radiação γ deve ser compatível com a paridade do núcleo inicial;
  - Pode ser demonstrado que:

    $\pi(ML) = (-1)^{L+1}$

    $\pi(EL) = (-1)^{L}$
  - Portanto:

    se $\pi_i \neq \pi_f \Rightarrow$ EL ímpar ou ML par

    se $\pi_i = \pi_f \Rightarrow$ EL par ou ML ímpar

Regras de seleção

- Por exemplo, vamos supor a emissão de radiação γ de um núcleo com momento angular $I_i = {}^{3}\!/_{2}{}^{+}$ e $I_f = {}^{5}\!/_{2}{}^{+}$.
- Portanto, *L = 1, 2, 3* ou *4* e, como não há troca de paridade, as possíveis transições multipolares são *M1, E2, M3* e *E4.*