Universidade de São Paulo
Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queiroz" - ESALQ
Disciplina: LCE0220 Cálculo II
Prof. Idemauro Antonio Rodrigues de Lara

4^a lista de exercícios - Funções a duas ou mais variáveis independentes

1. (Morettin, Hazzan e Bussab, 2010) Dada a função $f(x,y) = \dfrac{2x+y}{y}$. Calcule:

   a. $f(1,1)$

   b. $f(0,3) + f(5,5)$

   c. $f(3+\Delta x, 4) - f(3,4)$

   d. $f(3, 4+\Delta y) - f(3,4)$

   Resp. a. 3 b. 4 c. $\frac{\Delta x}{2}$ d. $\frac{-3\Delta y}{2(4+\Delta y)}$

2. Nas funções a seguir, encontre o domínio e represente-o no plano cartesiano.

   a. $f(x,y) = \dfrac{3x+1}{2x+y}$ $\quad D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid (x,y) \neq (x,-2x)\}$

   b. $f(x,y) = \dfrac{1}{x} + \cos(y)$ $\quad D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid (x,y) \neq (0,y)\}$

   c.$f(x,y) = \dfrac{xy}{\sqrt{2x-y}}$ $\quad D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid y < 2x\}$

   d. $f(x,y) = \ln(y - x^3)$ $\quad D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid y > x^3\}$

   e. $f(x,y) = \sqrt{y-x} + \sqrt{y-2}$ $\quad D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid y \geq x \text{ e } y \geq 2\}$

   e. $f(x,y) = e^{x-y}$ $\quad D = \mathbb{R}^2$

3. (Morettin, Hazzan e Bussab, 2010) Seja $C(x,y) = 100 + 2x + 3y$ a função custo conjunto para produzir x unidades de um produto I e y unidades de um produto II.

   a. Qual será o custo de fabricação de 10 unidades de I e 20 unidades de II?

   b. Qual o custo fixo?

   c. Qual a variação do custo quando se aumenta em 5 unidades a fabricação do produto I e em 6 unidades a do produto II, a partir da situação do item (a)?

   d. Represente graficamente os pontos (x,y) para os quais o custo é $\$300,00$.

   Resp. a. 180 b. 100 c. 28

4. Uma empresa possui dois equipamentos A e B. O equipamento A pode produzir diariamente 200 unidades de uma mercadoria do tipo I e 100 unidades da mercadoria do tipo 2, enquanto que a produção diária de B pode ser 100 unidades da mercadoria I e 600 unidades da mercadoria II. Determinar e representar graficamente o conjunto $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2\}$ tal que, se o equipamento A trabalhar durante x dias e o equipamento B trabalhar durante y dias, a produção será de pelo menos 4.000 unidades da mercadoria I e 6000 unidades da mercadoria II.

5. (Morettin, Hazzan e Bussab, 2010) Uma empresa produz um produto em duas fábricas, I e II. As funções custo em cada fábrica são $C_1(x) = 500 + 10x$ em I e $C_2(x) = 600 + 8y$ em II, em que x e y são as quantidade produzidas em cada fábrica. Obtenha a função Lucro, sabendo-se que o preço de venda do produto é $\$12,00$

   Resp. $L = 2x + 4y - 1100$

6. Sabe-se que o conjunto $\{D = (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid 0 \leq x \leq 4, 0 \leq y \leq 2, 0 \leq z \leq 3\}$ representa o domínio de uma função a três variáveis independentes. Represente graficamente e marque no domínio da função a região que corresponde aos pontos $(x, 0, z)$

7. (Morettin, Hazzan e Bussab, 2010) Seja $P(x, y) = mx^{0,2}y^{0,8}$ uma função de produção. Calcule m sabendo-se que quando são usadas as quantidades $x = 32$ e $y = 256$ dos insunos, são produzidas 100 unidades do produto. $(m = 100.2^{-7,4})$

8. Considere a função $z = f(x, y) = 2x - y + 6$. Represente-a graficamente. Calcule $\lim\limits_{(x,y)\to(4,-1)} f(x, y)$.

   Resp $\lim_{(x,y)\to(4,-1)} f(x, y) = 15$

9. Considere a função $z = \sqrt{9 - x^2 - y^2}$. Encontre seu domínio. Esboce o gráfico dessa função no 1^o octante. Calcule $\lim\limits_{(x,y)\to(-1,2)} f(x, y)$.

   Resp. $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 9\}$ e $\lim_{(x,y)\to(-1,2)} f(x, y) = 4$

10. Esboce o gráfico das seguintes funções:

    a. $f(x, y) = x + 2y$ b. $f(x, y) = y - x^2$

11. Determinar e representar graficamente as curvas de nível das funções a seguir, nos níveis indicados:

    a. $z = y - x$, $c = 0$, $c = 2$ $c = 4$;

    b. $z = y - x^2$, $c = 1$, $c = 2$ $c = 3$;

    c. $z = x.y$, $x > 0$, $y > 0$, $c = 1$, $c = 2$ $c = 4$;

    d. $z = y - \ln x$, $c = 0$, $c = 2$;

    e. $z = y - x^3$ $c = 0$, $c = 2$;

12. Dada a função

$$f(x, y) = \begin{cases} x^2 + y^2 & \text{se } (x, y) \neq (0, 0); \\ 2 & \text{se } (x, y) = (0, 0); \end{cases}$$

    verifque se ela é contínua no ponto $P(0, 0)$.

13. Dada a função

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{x^2+y^2} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0); \\ 1 & \text{se } (x, y) = (0, 0); \end{cases}$$

    verifque se ela é contínua no ponto $P(0, 0)$.

14. Determinar entre as funções a seguir quais são homogêneas e os respectivos graus de homogeneidade:

    a. $z = 10x^2 + 5y^2 + xy$

    b. $z = x^2y + xy^3$

    c. $z = \frac{x+y}{x^2+y^2}$

    d. $z = x^3 + y^3 - 5$

    e. $z = kx^\alpha y^\beta$, com $k > 0$ e $\alpha + \beta = 1$.

15. Sabendo-se que uma função é homogênea de grau 4 e que $f(1, 2) = 2$, calcular $f(3, 6)$.