

Mecânica Quântica — 7600022

Quinta Lista — teste no dia 7/11/2017 às 11:10

1. A partir das matrizes que representam o operador spin, calcule os seguintes comutadores

(a) $[S_x, S_y]$

(b) $[S_+, S_-]$

(c) $[S_+, S_z]$

2. Mostre que as matrizes de Pauli anticomutam, isto é, que

$$\sigma_x \sigma_y + \sigma_y \sigma_x = 0$$

e permutações cíclicas.

3. Encontre explicitamente os autovalores e autovetores de σ_y e compare com as expressões gerais deduzidas em classe para uma matriz definida pelos ângulos θ e ϕ

4. Um elétron tem seu spin alinhado com um campo magnético $\vec{B} = -B\hat{j}$, isto é, encontra-se no auto-estado de energia mais baixa do Hamiltoniano correspondente. Encontre o valor médio esperado para o operador de spin nesse autoestado.

5. Um elétron tem seu spin inicialmente alinhado com um campo magnético $\vec{B} = B\hat{i}$. O campo magnético é então subitamente rodado de forma que seu novo valor seja $\vec{B} = B\hat{k}$. Conforme vimos em classe, o spinor do elétron evolui com o tempo decorrido depois da rotação segundo a equação

$$|\chi\rangle_t = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(|\uparrow\rangle e^{i\omega t} + |\downarrow\rangle e^{-i\omega t} \right),$$

onde $\omega = \mu_B B$. Reescreva essa igualdade em termos de vetores coluna e, a partir do resultado, calcule o valor médio esperado $\langle \chi | \vec{S} | \chi \rangle$, em função do tempo.

6. Suponha agora que o campo magnético com o qual o elétron está inicialmente alinhado é $\vec{B} = -B\hat{j}$. De novo, o campo é rodado para ter o sentido de \hat{k} . Determine a evolução temporal do spinor do elétron nessas condições.

7. A partir do resultado do item anterior, calcule o valor médio esperado $\langle \chi | \vec{S} | \chi \rangle$, em função do tempo.

8. Encontre na literatura o valor do magneton de Bohr com duas casas decimais e calcule a energia devida à interação entre o spin do elétron e um campo magnético de 1 Tesla.

9. Calcule o produto escalar ${}_{\lambda=1}\langle \chi | \chi \rangle_{\lambda=-1}$, entre os dois autovetores da matriz

$$\begin{bmatrix} \cos \theta & \text{sen } \theta e^{-i\phi} \\ \text{sen } \theta e^{i\phi} & -\cos \theta \end{bmatrix}.$$

Interprete o resultado

10. O spin de um elétron está alinhado com o campo magnético na direção definida pelos ângulos polar θ e azimutal ϕ .

(a) Se uma medida de S_z for feita, que resultados poderão ser obtidos?

(b) Qual a probabilidade de cada um deles.