Microeconomia II

HIDDEN INFORMATION

Rafael V. X. Ferreira
rafaelferreira@usp.br

Novembro de 2017

Universidade de São Paulo (USP)
Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade (FEA)
Departamento de Economia

Assimetria pós-contratual: informação oculta

- Continuamos olhando para assimetria de informação depois que o contrato foi firmado.
- Agora, a ação do agente (o esforço) será observável
- Mas haverá uma característica do agente (a sua desutilidade do esforço) que se realizará após o contrato ter sido assinado, mas que não será observada pelo principal.
- Por exemplo: agente pode descobrir que o trabalho que lhe foi designado não era o que ele esperava a princípio.

Environment

- Esforço $e \in E \subset \mathbb{R}_+$
- Lucro líquido de pagamentos ao agente, $\pi(e)$ é uma função determinística do esforço do agente, com:
  - $\pi(0) = 0$
  - $\pi'(e) > 0$ para todo e
  - $\pi''(e) < 0$ para todo e
- $\theta \in \{\theta_L, \theta_H\}$ é um estado da natureza, que se realiza apenas depois de assinado o contrato, com $\lambda = \Pr(\theta = \theta_H) \in (0, 1)$.
- Agente maximiza sua função utilidade $u(w, e, \theta)$:

$$u(w, e, \theta) = v(w - g(e, \theta))$$

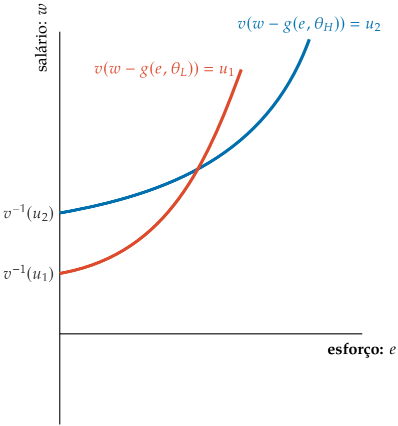
- Agente é estritamente avesso ao risco, com $v''(\cdot) < 0$.
- $\underline{u}$: utilidade de reserva do agente.

Environment

- $g(e, \theta)$: desutilidade do esforço em unidades monetárias.
- Fazemos as seguintes hipóteses sobre $g(e, \theta)$:
    1. $g(0, \theta) = 0$, para todo θ.
    2. $g_e(e, \theta) > 0$, se $e > 0$, e $g_e(0, \theta) = 0$: agente não gosta de mais esforço;
    3. $g_{ee}(e, \theta) > 0$, para todo e: agente desgosta mais de esforço, à medida que faz mais esforço;
    4. $g_\theta(e, \theta) < 0$, para todo e: desutilidade do esforço cai com θ;
    5. $g_{\theta e}(e, \theta) < 0$, se $e > 0$, e $g_{\theta e}(0, \theta) = 0$: desutilidade marginal do esforço cai com θ.

Single-crossing

- Da mesma forma que quando estudamos Sinalização, a propriedade de Single-Crossing será fundamental.
- As hipóteses que fizemos sobre $g(e, \theta)$ garantem que vale esta propriedade.



O que esperamos ver sob informação simétrica?

- Já sabemos o que ocorre se θ é observável.
- Principal neutro ao risco, agente avesso ao risco.
- Esforço e tipos podem ser incluídos como termos do contrato.
- Principal deve prover seguro completo ao agente contra flutuações na sua renda.

O que esperamos ver sob informação simétrica?

- Já sabemos o que ocorre se θ é observável.
- Principal neutro ao risco, agente avesso ao risco.
- Esforço e tipos podem ser incluídos como termos do contrato.
- Principal deve prover seguro completo ao agente contra flutuações na sua renda.

Informação Simétrica: θ observável

$$\max_{\substack{(w_L, e_L) \in \mathbb{R}^2_+ \\ (w_H, e_H) \in \mathbb{R}^2_+}} \lambda[\pi(e_H) - w_H] + (1-\lambda)[\pi(e_L) - w_L]$$

$$\text{s.a.} \quad \lambda v(w_H - g(e_H, \theta_H)) + (1-\lambda) v(w_L - g(e_L, \theta_L)) \geq \underline{u}$$

Em qualquer solução interior, precisamos ter:

$$[w_H^*] \quad -\lambda + \mu \lambda v'(w_H^* - g(e_H^*, \theta_H)) = 0$$

$$[w_L^*] \quad -(1-\lambda) + \mu (1-\lambda) v'(w_L^* - g(e_L^*, \theta_L)) = 0$$

$$[e_H^*] \quad -\lambda \pi'(e_H^*) + \mu \lambda v'(w_H^* - g(e_H^*, \theta_H)) \frac{\partial g}{\partial e}(e_H^*, \theta_H) = 0$$

$$[e_L^*] \quad -(1-\lambda) \pi'(e_L^*) + \mu (1-\lambda) v'(w_L^* - g(e_L^*, \theta_L)) \frac{\partial g}{\partial e}(e_L^*, \theta_L) = 0$$

Informação Simétrica: θ observável

Combinando as Condições de Primeira Ordem de w_H^* e w_L^*, temos:

$$v'(w_H^* - g(e_H^*, \theta_H)) = v'(w_L^* - g(e_L^*, \theta_L))$$

- Utilidade marginal do agente é a mesma em todos os estados da natureza.
- Como $v''(\cdot) < 0$, temos:

$$w_H^* - g(e_H^*, \theta_H) = w_L^* - g(e_L^*, \theta_L)$$

- O que implica que:

$$v(w_H^* - g(e_H^*, \theta_H)) = v(w_L^* - g(e_L^*, \theta_L)) = \underline{u}$$

Informação Simétrica: θ observável

- Ou ainda, para $i \in \{L, H\}$:

$$w_i^* = v^{-1}(\underline{u}) + g(e_i, \theta_i)$$

- Substituindo essa expressão na função objetivo do principal:

$$\max_{(e_H, e_L) \in \mathbb{R}_+^2} \lambda[\pi(e_H) - g(e_H, \theta_H)] + (1-\lambda)[\pi(e_L) - g(e_L, \theta_L)] - v^{-1}(\underline{u})$$

- Que resulta em:

$$\pi'(e_H^*) = \frac{\partial g}{\partial e}(e_H^*, \theta_H) \tag{1}$$

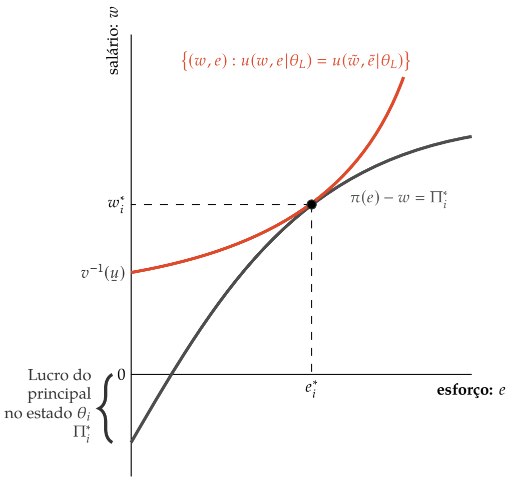
$$\pi'(e_L^*) = \frac{\partial g}{\partial e}(e_L^*, \theta_L) \tag{2}$$

- Note que:

  1. Utilidade de reserva $\underline{u}$ afeta apenas o salário ótimo w_i^*.
  2. Nível ótimo de esforço $e^*(\theta)$ não depende de $\underline{u}$.

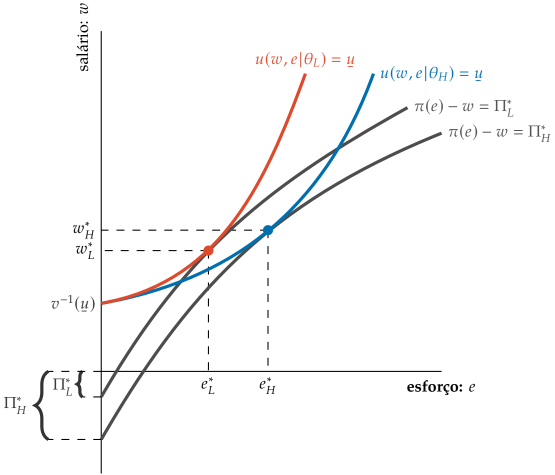
Informação Simétrica: θ observável

- Nível ótimo de esforço é o que iguala o benefício marginal (principal) ao custo marginal (agente)



Informação Simétrica: θ observável

- Lucro do principal será a distância entre a origem e o ponto em que a sua isolucro toca o eixo vertical, já que $\pi(0) = 0$.
- Nesse ponto, o lucro será $-w$, que é exatamente a distância entre esses dois pontos, e é o lucro de qualquer par de contratos na isolucro.



Informação Assimétrica: apenas agente observa θ

- Se principal oferece o mesmo menu de contratos $(w_L^*, e_L^*), (w_H^*, e_H^*)$ do caso simétrico, mas não observa θ, todos os agentes preferirão (w_L^*, e_L^*) a (w_H^*, e_H^*).
- Agentes terão incentivos a não revelar seu tipo verdadeiro.
- Isso reduz os lucros do principal.
- Nesse contexto, qual o conjunto de contratos que o principal pode oferecer?

Informação Assimétrica: apenas agente observa θ

- Lembre-se: um contrato deve ser contingente apenas a variáveis observáveis por todos.
- Logo, não pode depender de θ, mas pode depender de várias outras coisas:

  1. Pode ser uma função apenas do lucro bruto π: $w(\pi)$, deixando o esforço como escolha do agente.
  2. Pode ser uma função apenas do lucro bruto π: $w(\pi)$, restringindo os níveis de esforço aceitáveis.
  3. Pode ser uma função do lucro bruto π e do esforço e: $w(\pi, e)$
  4. **Pode ser algo mais complexo**: pode depender do lucro e da informação revelada pelo agente a respeito de θ, $\hat{\theta}$: $w(\pi|\hat{\theta})$

Princípio da Revelação

Proposição: Princípio da Revelação

Seja Θ o conjunto de possíveis estados. Ao buscar o contrato ótimo, o principal pode, sem prejuízo, restringir-se aos contratos que possuem as seguintes propriedades:

1. Após a realização de θ, o agente deve anunciar qual o estado que ocorreu.
2. O contrato especifica um resultado $[w(\hat{\theta}), e(\hat{\theta})]$ para qualquer anúncio $\hat{\theta} \in \Theta$.
3. Em qualquer estado $\theta \in \Theta$ o agente considera ótimo reportar o estado de forma verdadeira.

Proposição 14.C.2 do MWG

Princípio da Revelação: problema do principal

- O princípio da revelação nos diz que podemos nos ater aos contratos reveladores da verdade. Chamamos um contrato dessa forma de mecanismo revelador.
- Em outras palavras: podemos nos ater a contratos para os quais revelar a informação de forma verdadeira é compatível com incentivos – i.e., traz um payoff maior que mentir.

O problema do principal: caso assimétrico

$$\max_{(e^G,w^G),(e^B,w^B)} \quad \lambda[\pi(e_H) - w_H] + (1-\lambda)[\pi(e_L) - w_L]$$

$$\begin{aligned}
\text{s.a.} \quad & v(w_H - g(e_H, \theta_H)) \geq \underline{u} && (\mathrm{RP_H}) \\
& v(w_L - g(e_L, \theta_L)) \geq \underline{u} && (\mathrm{RP_L}) \\
& v(w_H - g(e_H, \theta_H)) \geq v(w_L - g(e_L, \theta_H)) && (\mathrm{CI_H}) \\
& v(w_L - g(e_L, \theta_L)) \geq v(w_H - g(e_H, \theta_L)) && (\mathrm{CI_L})
\end{aligned}$$

Informação Assimétrica: Contrato Ótimo

Lema 1

A restrição de participação do agente θ_H é redundante.

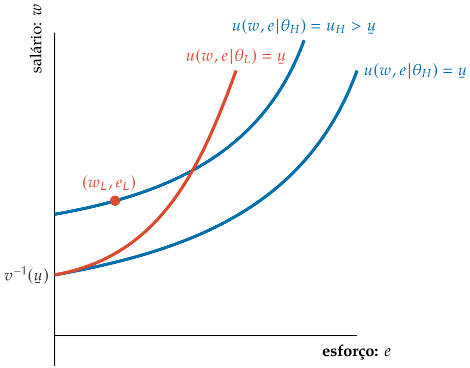
Lema 14.C.1 do MWG

Passos da Demonstração:

Quando (RP_L) e (CI_H) estão satisfeitas, temos:

$$w_H - g(e_H, \theta_H) \geq$$
$$w_L - g(e_L, \theta_H) >$$
$$w_L - g(e_L, \theta_L) \geq v^{-1}(\underline{u})$$

Logo, o conjunto de contratos factíveis sob as quatro restrições é o mesmo daquele sob as restrições (RP_L), (CI_H) e (CI_L).



Informação Assimétrica: Contrato Ótimo

Lema 2

A restrição de participação do agente θ_L é ativa.

Lema 14.C.2 do MWG

Passos da Demonstração:

- Suponha que não é ativa. Então $w_L - g(e_L, \theta_L) > v^{-1}(\underline{u})$.
- Considere então um contrato alternativo, com $\tilde{w}_L = w_L - \varepsilon$ e $\tilde{w}_H = w_H - \varepsilon$.
- Se ε é pequeno o suficiente, continuará a satisfazer $(\mathrm{RP_H})$ e $(\mathrm{RP_L})$.
- Adicionalmente, para qualquer valor de ε, as restrições $(\mathrm{CI_L})$ e $(\mathrm{CI_H})$ continuarão satisfeitas.
- Como $\{(\tilde{w}_L, e_L), (\tilde{w}_H, e_H)\}$ aumentam o lucro do principal, $(\mathrm{RP_L})$ tem que ser ativa.

Informação Assimétrica: Contrato Ótimo

Lema 3

Em qualquer contrato ótimo:

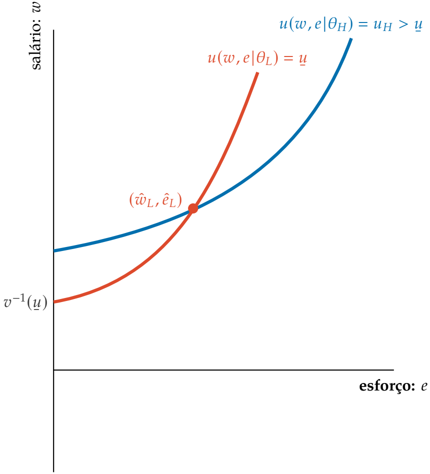
1. $e_L \leq e_L^*$: o esforço do agente de tipo θ_L não é maior que o seu esforço sob informação simétrica.
2. $e_H = e_H^*$: o esforço do agente de tipo θ_H é igual ao seu esforço sob informação simétrica.

Lema 14.C.3 do MWG

Informação Assimétrica: Contrato Ótimo

Passos da Demonstração:

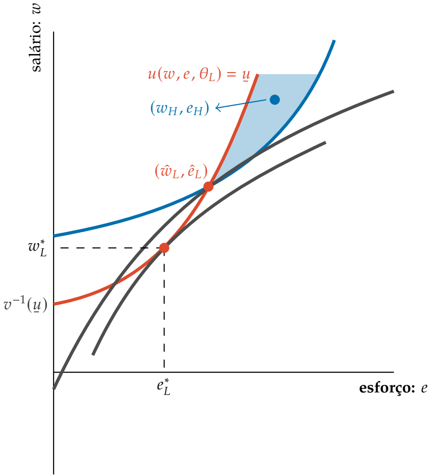
- Pelo lema anterior, sabemos que (w_L, e_L) está no conjunto indicado em vermelho, ao lado, como $(\hat{w}_L, \hat{e}_L)$ por exemplo.
- Qualquer menu revelador da verdade tem que ter (w_H, e_H) na área superior, entre as duas curvas.



Informação Assimétrica: Contrato Ótimo

Passos da Demonstração:

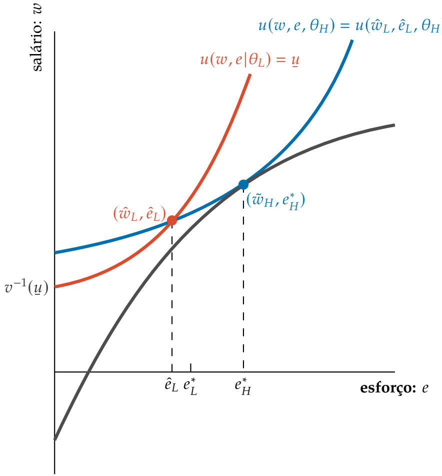
- Suponha que $\hat{e}_L > e_L^*$, como na figura ao lado.
- Note: $\{(\hat{w}_L, \hat{e}_L), (w_H, e_H)\}$ é revelador da verdade e dá a θ_L sua utilidade de reserva.
- Mas se o principal oferece (w_L^*, e_L^*) ao invés de $(\hat{w}_L, \hat{e}_L)$, ele aumenta seu lucro sem piorar o agente θ_L ou afetar o comportamento do agente θ_H.
- Um contrato com $\hat{e}_L > e_L^*$ não pode ser ótimo!



Informação Assimétrica: Contrato Ótimo

Passos da Demonstração:

- Dado $(\hat{w}_L, \hat{e}_L)$ como na figura ao lado, com $\hat{e}_L \leq e_L^*$.
- O principal busca (w_H, e_H) entre as curvas na área superior, para maximizar seu lucro no estado θ_H.
- (w_H, e_H) estará no ponto de tangência entre a curva de indiferença que que passa por $(\hat{w}_L, \hat{e}_L)$ e uma isolucro do principal.
- Mas vimos anteriormente que pontos de tangência implicam $e_H = e_H^*$.



Informação Assimétrica: Contrato Ótimo

Lema 4

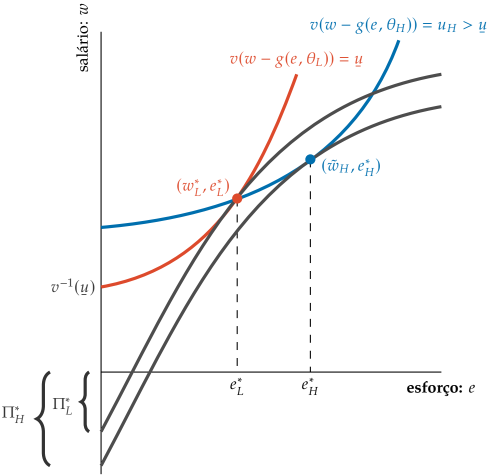
Em qualquer contrato ótimo, $e_L < e_L^*$, i.e., o esforço do agente de tipo θ_L é estritamente menor que o seu esforço sob informação simétrica.

Lema 14.C.4 do MWG

Informação Assimétrica: Contrato Ótimo

Passos da Demonstração:

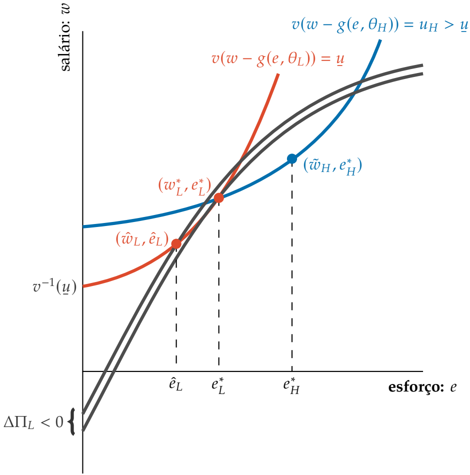
- Olhemos para um dos contratos de first-best, $(w_L, e_L) = (w_L^*, e_L^*)$.
- Sabemos que $e_H = e_H^*$, e que w_H será dado por (IC_H).
- Note que o lucro esperado do principal será uma média ponderada dos lucros Π_H e Π_L.



Informação Assimétrica: Contrato Ótimo

Passos da Demonstração:

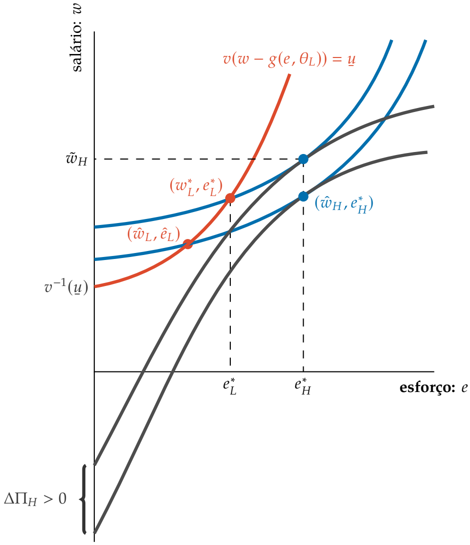
- Ao reduzir um pouco o esforço do agente θ_L para $\hat{e}_L < e_L^*$, desloca-se a isolucro, reduzindo o lucro do principal, sem afetar o payoff do agente θ_L.
- Note: como partimos de um ponto de tangência, essa perda $\Delta\Pi_L$ é relativamente pequena (Teorema do Envelope).
- Temos um novo contrato (w_H, e_H), com $e_H = e_H^*$ e w_H dado pela nova $(\mathrm{CI_H})$.



Informação Assimétrica: Contrato Ótimo

Passos da Demonstração:

- Ao oferecer esse contrato alternativo, o principal obterá um lucro adicional com o agente θ_H.
- Esse aumento $\Delta\Pi_H$ com o agente θ_H mais que compensa a perda de lucro com o agente θ_L.
- Logo, esse novo contrato atende todas as restrições do problema do principal e propicia um aumento de lucro.
- Não podemos ter $e_L = e_L^*$.



Princípio da Revelação

Proposição

No modelo de agente-principal com uma agente avesso ao risco, o contrato ótimo determina um nível de esforço no estado θ_H igual a $e_H = e_H^*$, seu nível de first-best (informação simétrica). O nível de esforço no estado θ_L é distorcido, sendo mais baixo que seu nível de first-best. Adicionalmente, ao agente é dado um seguro ineficiente contra flutuações de sua renda, recebendo uma utilidade igual a $\underline{u}$ no estado θ_L e uma utilidade maior que $\underline{u}$ no estado θ_H.

Proposição 14.C.3 do MWG

Informação Assimétrica: Contrato Ótimo

- A restrição de participação só é ativa para o agente de tipo θ_L.
- O agente de tipo θ_H recebe uma renda informacional.
- O agente de tipo θ_L tem seu contrato distorcido, de modo que não mais satisfaz a condição de tangência.
- O contrato do agente de tipo θ_H continua a satisfazer a condição de tangência.