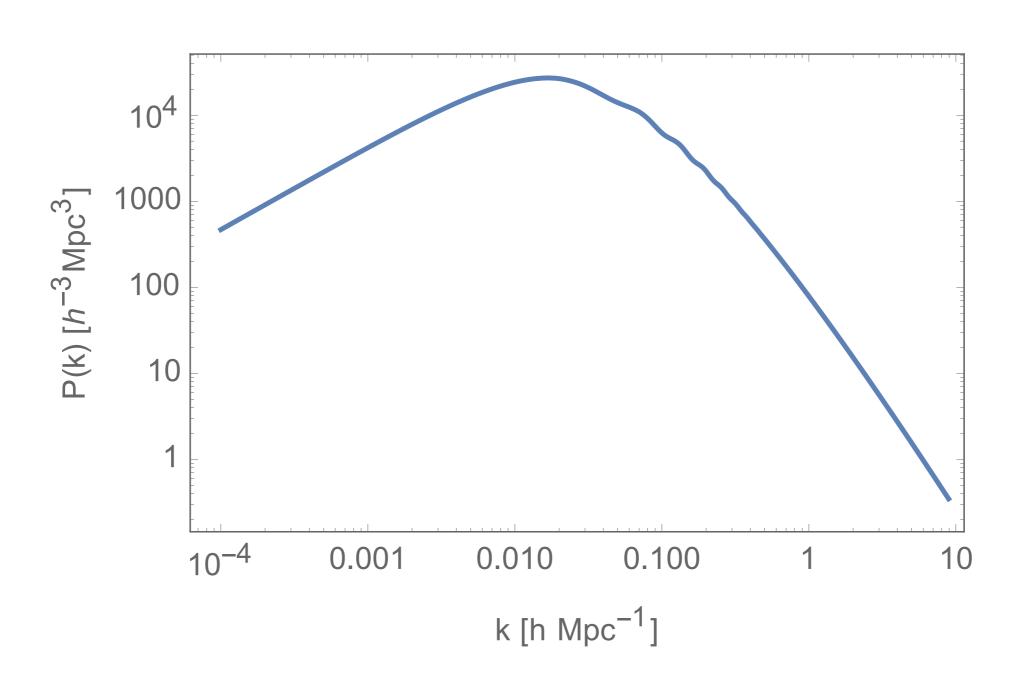
### Espectro de potência da matéria

$$\langle \delta(\vec{k})\delta(\vec{k}')\rangle = (2\pi)^3 \delta_D(\vec{k} + \vec{k}')P(k)$$



Euler: 
$$\dot{\vec{v}} = -\frac{\vec{\nabla}p}{\rho} - \vec{\nabla}\Phi$$

Continuidade: 
$$\dot{\rho} = -\rho \vec{\nabla} \cdot \vec{v}$$

Poisson: 
$$\nabla^2 \Phi = 4\pi G \rho$$

Aqui estamos utilizando as chamadas "coordenadas Eulerianas", com distâncias e velocidades "físicas":

$$\rho = \rho_0(t) + \delta \rho(t, \vec{x})$$
$$p = w\rho_0 + c_s^2 \delta \rho$$
$$\vec{v} = H\vec{x}_0 + \delta \vec{v}$$

Poderíamos utilizar coordenadas "do fluido", ou Lagrangeanas, nas quais as posições de cada elemento do fluido estão fixas, no sentido de que uma dada coordenada é um índice associado a um certo elemento do fluido;



Coordenadas comóveis são uma mistura dessas duas coordenadas: por um lado, temos um "fluido" com coordenadas fixas (comóveis); por outro lado, deixamos as partículas se moverem nessas coordenadas (pelas perturbações nos fluidos, ou velocidades peculiares).

$$\vec{x}(t) = a(t)\vec{r}(t)$$

$$\delta \vec{v}(t) = a(t)\vec{u}(t, \vec{r})$$

Em termos de coordenadas comóveis e da "velocidade peculiar" *u*, as equações de Euler e da continuidade ficam:

$$\frac{\dot{\vec{u}} + 2H\vec{u} = \frac{1}{a}\vec{\nabla}\Phi - \frac{1}{a}\frac{\vec{\nabla}\delta p}{\rho_0}}{\frac{\partial}{\partial t}\frac{\delta\rho}{\rho_0}} = \dot{\delta} = -\vec{\nabla}\cdot\vec{u}$$

Da Eq. de Euler no espaço de Fourier vemos que claramente a velocidade peculiar é proporcional a k:

$$\dot{\vec{u}}_k + 2H\vec{u}_k = \frac{1}{a}(i\vec{k})\Phi_k - \frac{1}{a}(i\vec{k})\frac{\delta p_k}{\rho_0}$$

Assim, definimos o potencial de velocidade como:

$$\vec{u}_k = \frac{i\vec{k}}{a}k^{-2}\theta_k \qquad -\frac{\vec{\nabla}^2}{a^2}\vec{u}_k = \frac{\vec{\nabla}}{a}\theta_k$$

Assim, temos as equações:

$$\dot{\theta} + H\theta = k^2 \Phi - k^2 \frac{\delta p}{\rho_0}$$
$$\dot{\delta} = -\theta$$

Combinando essas duas equações e usando a Eq. de Poisson, temos:

$$\ddot{\delta} + 2H\dot{\delta} = \delta \left( 4\pi G\rho_0 - \frac{k^2 c_s^2}{a^2} \right)$$

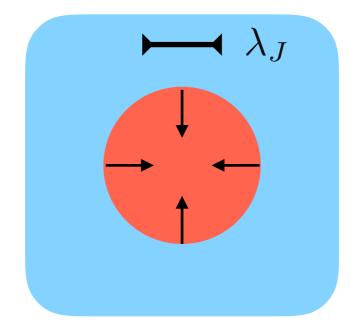
Num espaço-tempo estático teríamos soluções exponenciais/oscilatórias:

$$\ddot{\delta} = \delta \left( 4\pi G \rho_0 - k^2 c_s^2 \right) \quad \Rightarrow \delta \sim \exp t \left[ \sqrt{4\pi G \rho_0 - k^2 c_s^2} \right]$$

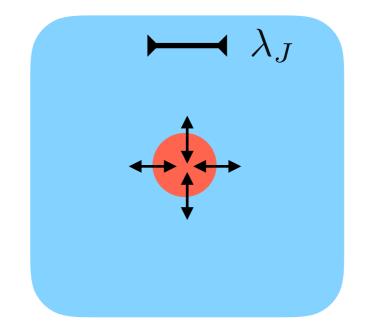
Quando o termo dentro da raiz quadrada é positivo, temos soluções que crescem/decaem exponencialmente; se ele é negativo, são soluções oscilatórias.

A transição do regime exponencial para o oscilatório se dá no comprimento de onda de Jeans:

$$4\pi G\rho_0 = k_J^2 c_s^2 \quad \Leftrightarrow \quad \lambda_J = c_s \sqrt{\frac{\pi}{G\rho_0}}$$



Colapso gravitacional (exponencial)



Suporte de pressão (oscilatório)

Para perturbações num universo de matéria ( $c_s$ =0), o comprimento de onda de Jeans é infinito: todas as escalas colapsam sob a força gravitacional.

Esse colapso seria exponencial num universo quase-homogêneo e estático; num universo quase-homogêneo em expansão, o colapso é uma lei de potência no tempo.

Perturbações de matéria num universo com matéria:  $\delta \sim t^{2/3} \sim a$ 

Note que, pela Eq. de Poisson: 
$$\frac{k^2}{a^2}\Phi = -4\pi G\delta\rho$$

Portanto, os potenciais permanecem aprox. constantes:

$$\Phi \sim a^2 \rho_0 \delta \sim a^2 a^{-1} a \sim const.$$

Perturbações de matéria num universo com matéria e radiação:

$$\ddot{\delta_m} + 2H\dot{\delta_m} = 4\pi G\rho_m \delta_m$$

Mas note que nesse caso a Eq. de Friedmann é:

$$H^{2} = \frac{8\pi G}{3}(\rho_{m} + \rho_{r}) = \frac{8\pi G}{3}\rho_{r}\left(\frac{a}{a_{Eq}} + 1\right)$$

Escrevendo a equação em termos de  $y=a/a_{Eq}$ , encontramos uma solução:

$$\delta = c_1 \left( \frac{a}{a_{Eq}} + \frac{2}{3} \right) + c_2 \ln \frac{a}{a_{Eq}}$$

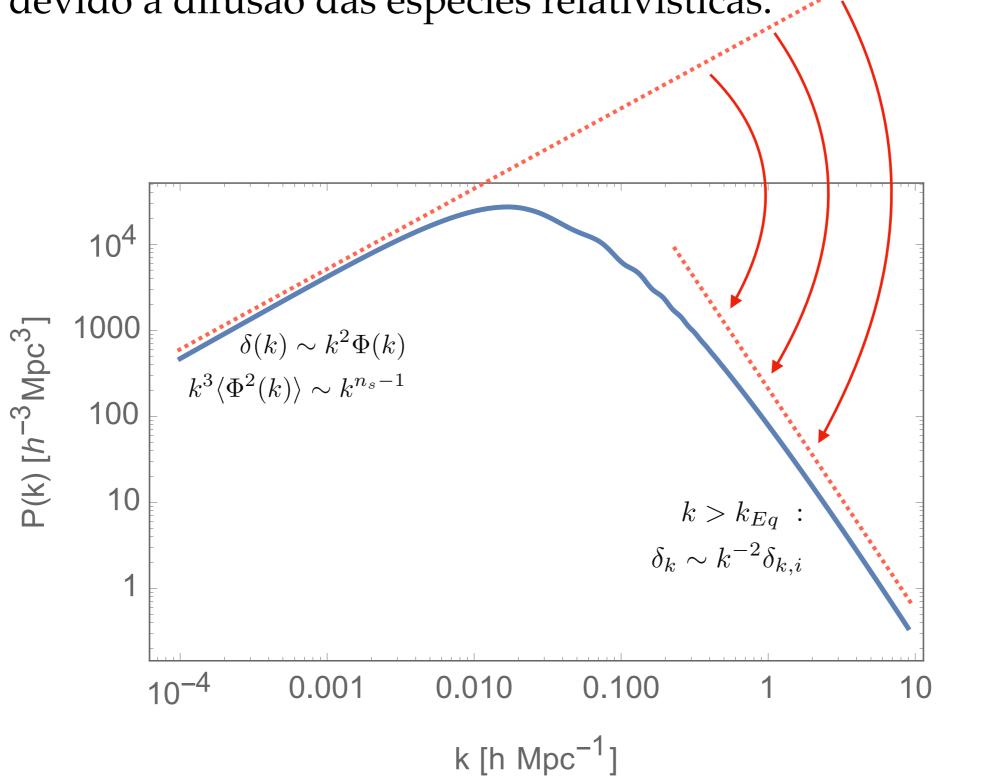
Esse é o *efeito Meszaros*: durante a era da radiação as perturbações de matéria permanecem praticamente constantes; somente quando a>aEq elas começam a crescer — mas aí já é a era da matéria!

### Espectro de potência da matéria

Já vimos que:

(a) durante a era da radiação as perturbações em pequenas escalas

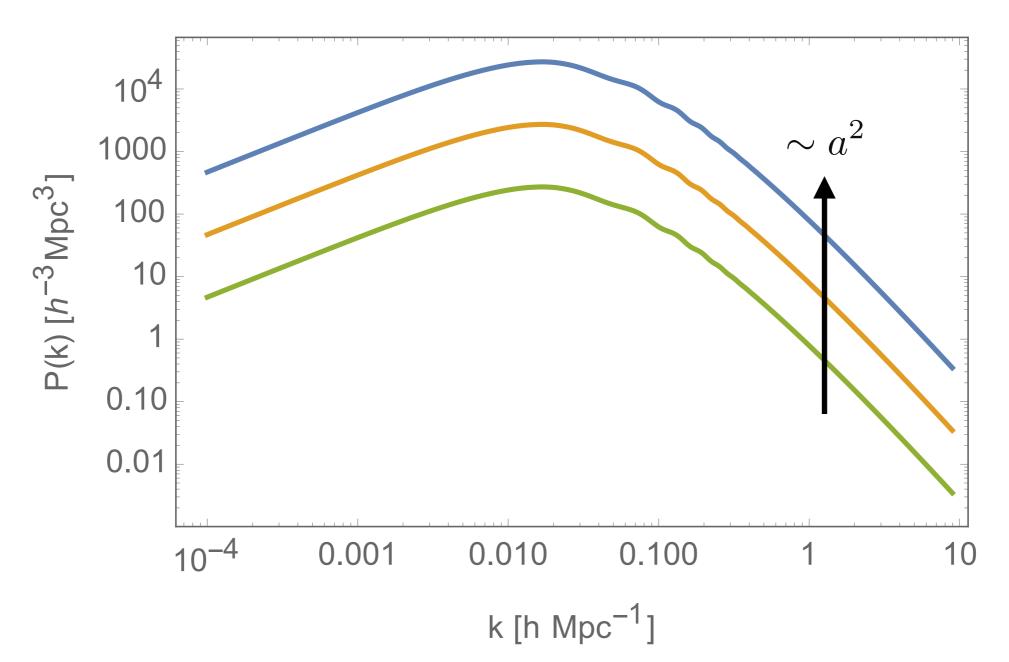
decaem devido à difusão das espécies relativísticas.

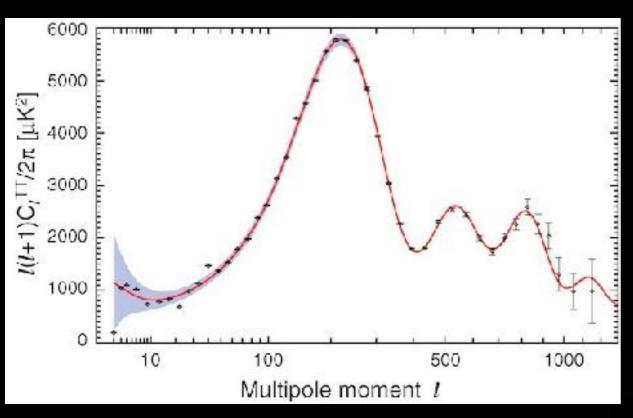


### Espectro de potência da matéria

#### Já vimos que:

- (a) durante a era da radiação as perturbações em pequenas escalas decaem devido à difusão das espécies relativísticas.
- (b) na era da matéria o contraste de densidade cresce como o fator de escala.





A distribuição de galáxias guarda a memória dessas ondas, na forma das oscilações acústicas de barions (BAOs)

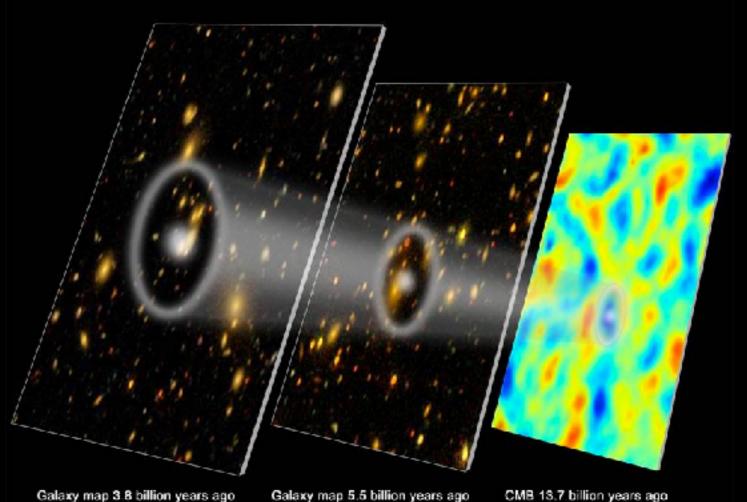
As BAOs têm uma escala característica de comprimento (o horizonte sonoro na época da recombinação) - hoje, ela é aproximadamente:

LBAO ~ 147 Mpc

#### **BAOs**

#### Oscilações acústicas de barions (BAOs)

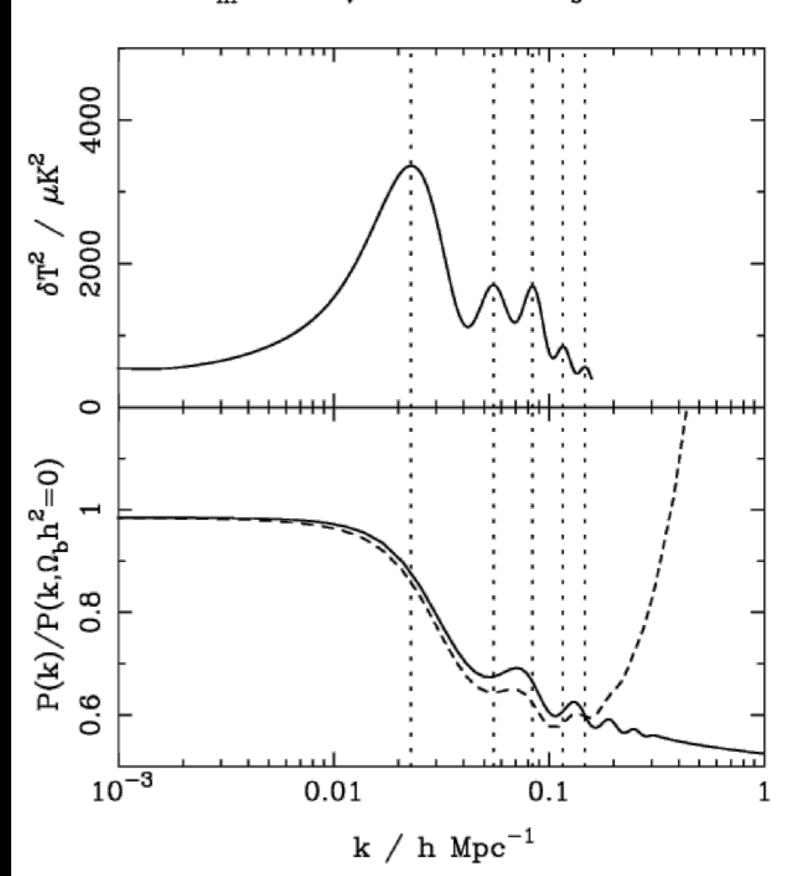
Até ~300.000 anos depois do Big Bang, o fluido de fotons e barions era movido pela **gravitação** e pela **pressão** da radiação, o que causava a formação e propagação de **ondas acústicas** nesse fluido – ondas que **ficaram impressas** na radiação e na matéria



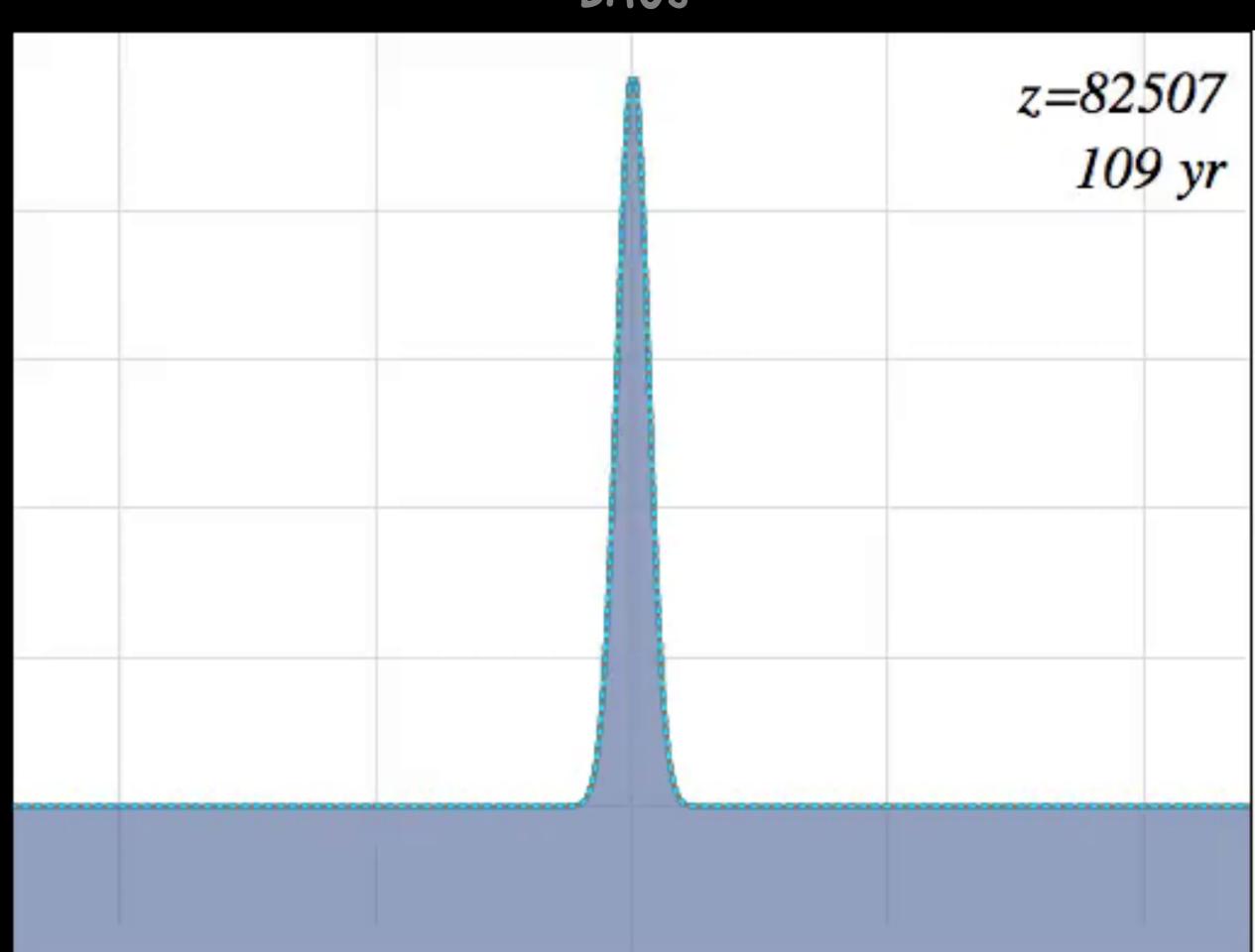
#### Em detalhe:

## **BAOs**

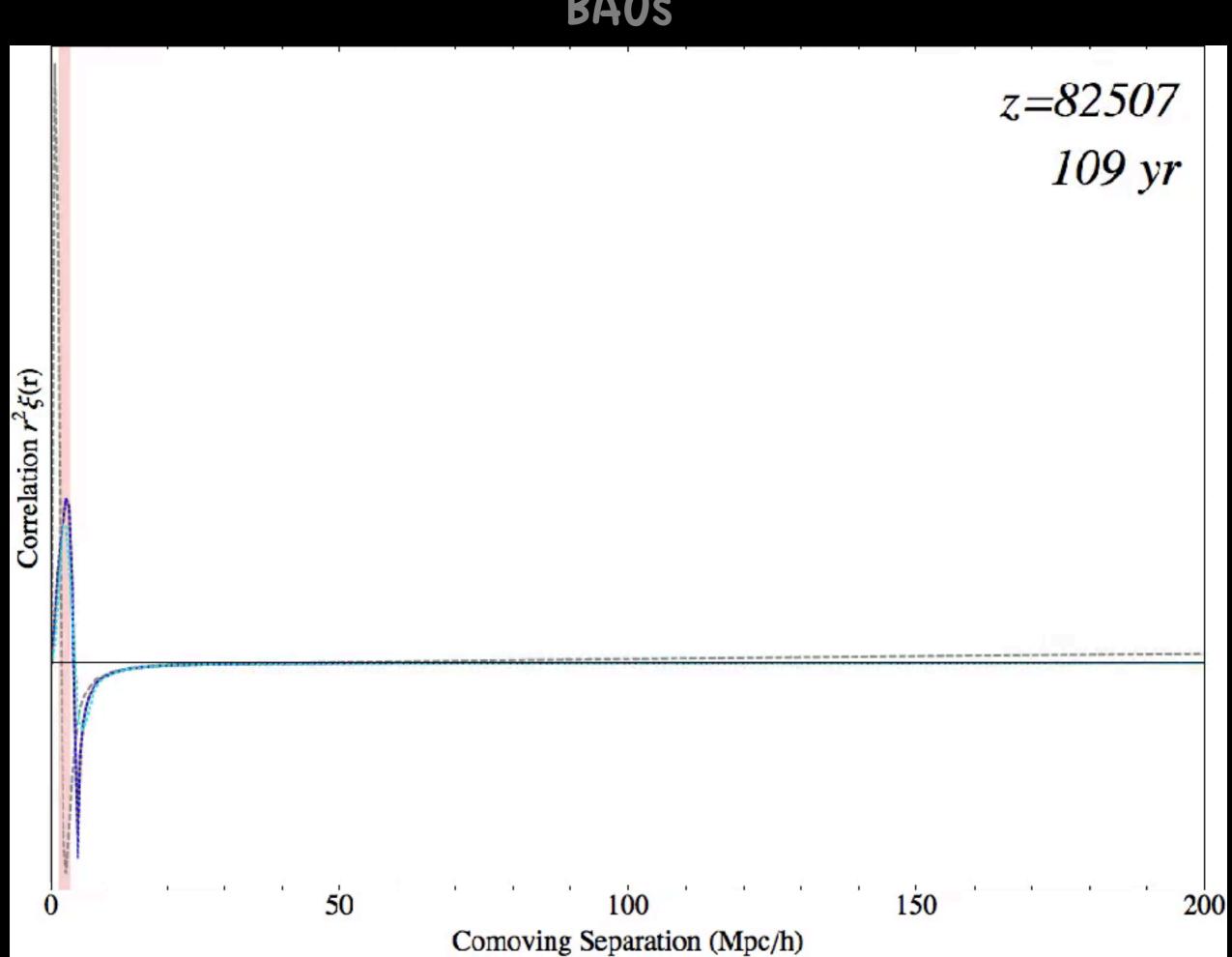
$$\Omega_{\rm m}{=}0.3,~\Omega_{\rm v}{=}0.7,~h{=}0.7,~\Omega_{\rm b}h^2{=}0.02$$



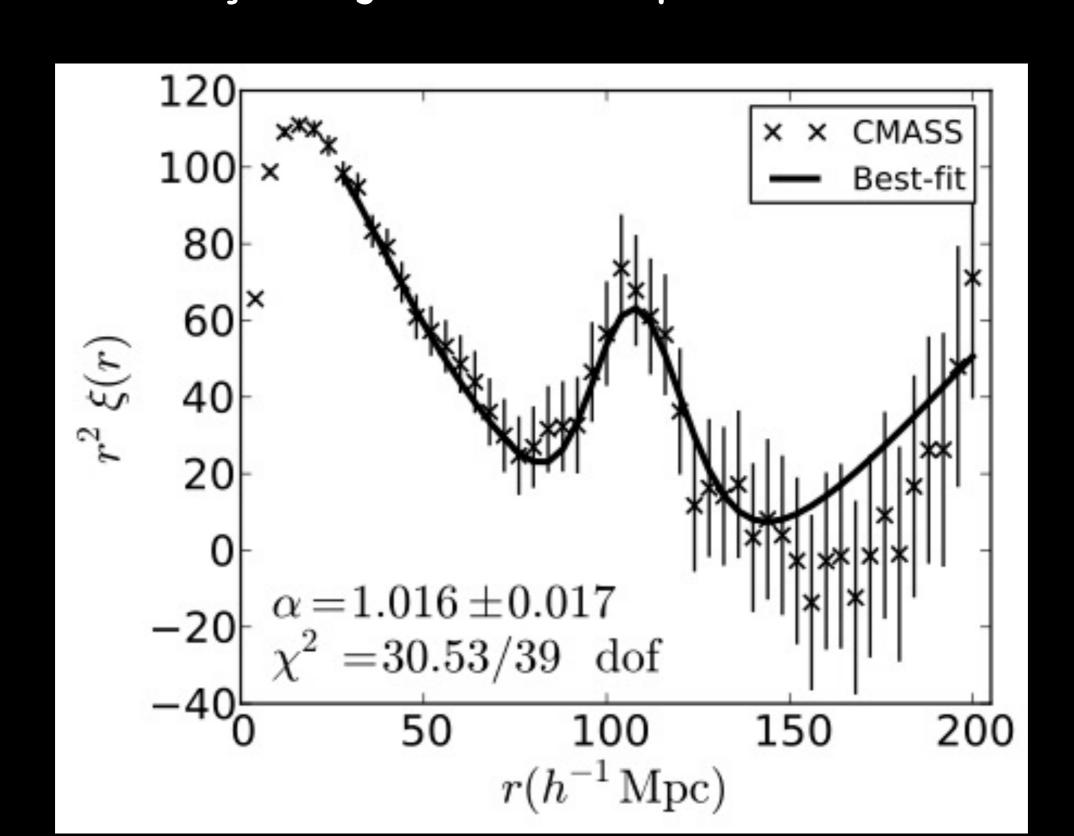
BA0s z = 82507109 yr Dark Matter **Baryons** Neutrinos **Photons** 



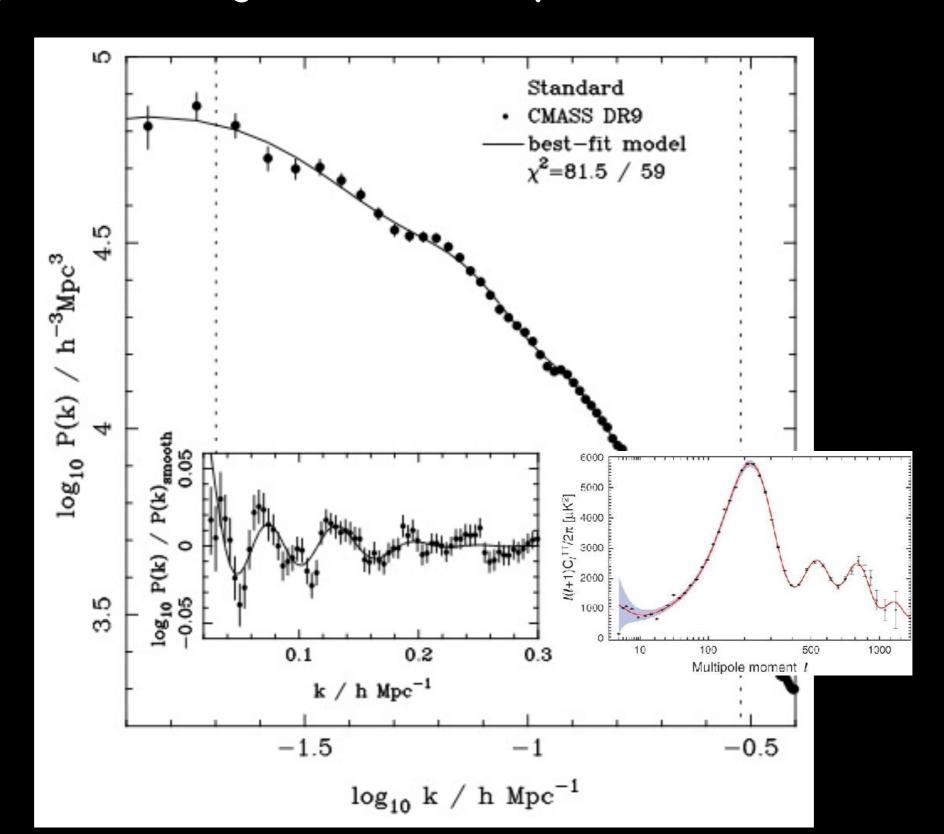


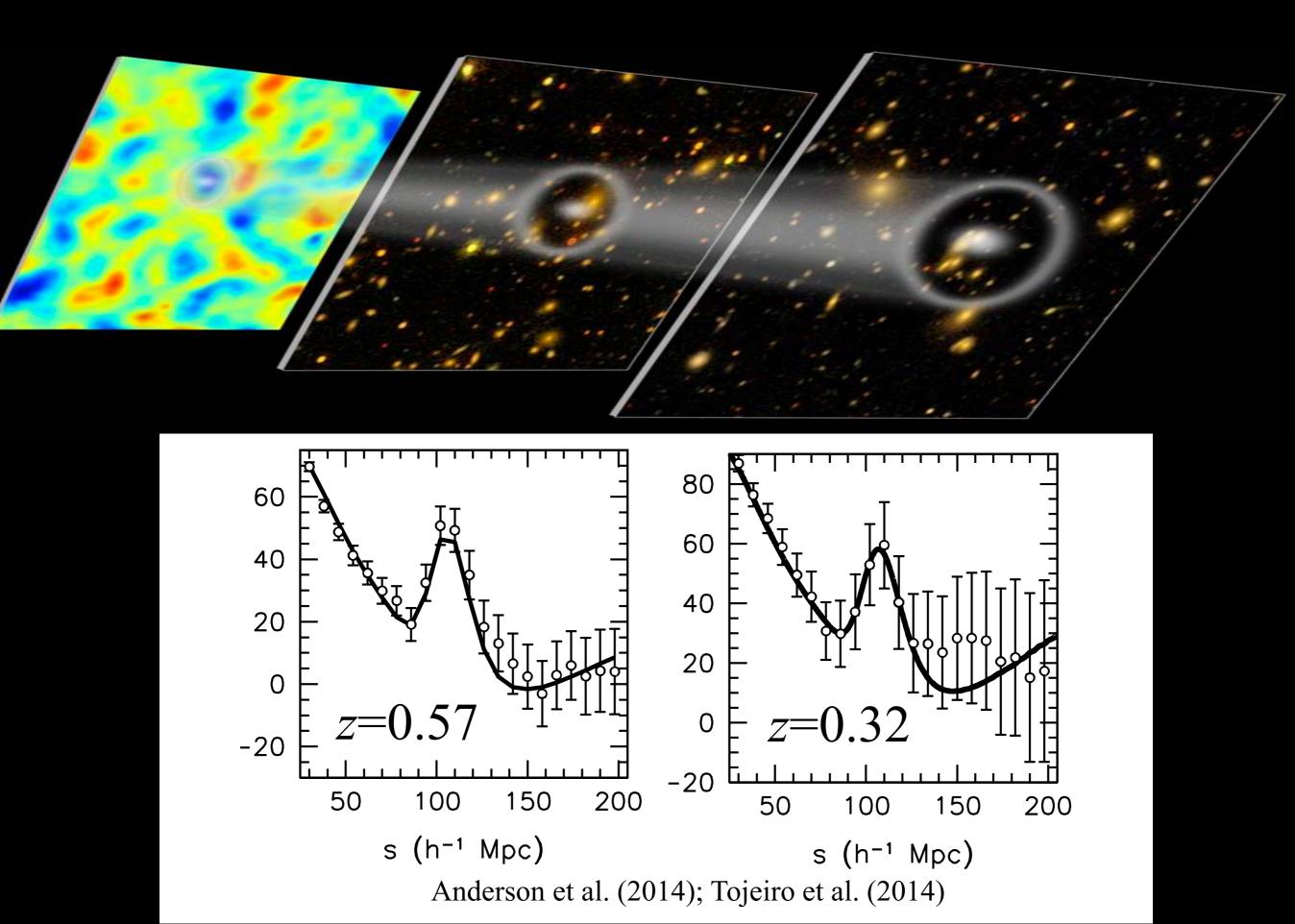


#### Função de correlação de galáxias medida pelo BOSS

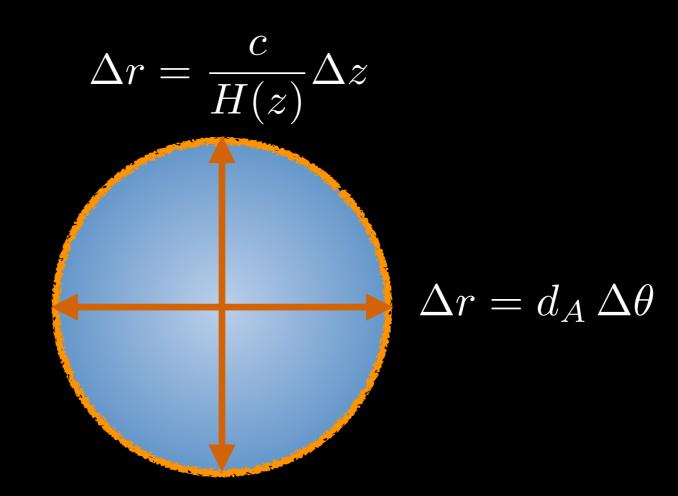


### Espectro de potência das galáxias medida pelo BOSS

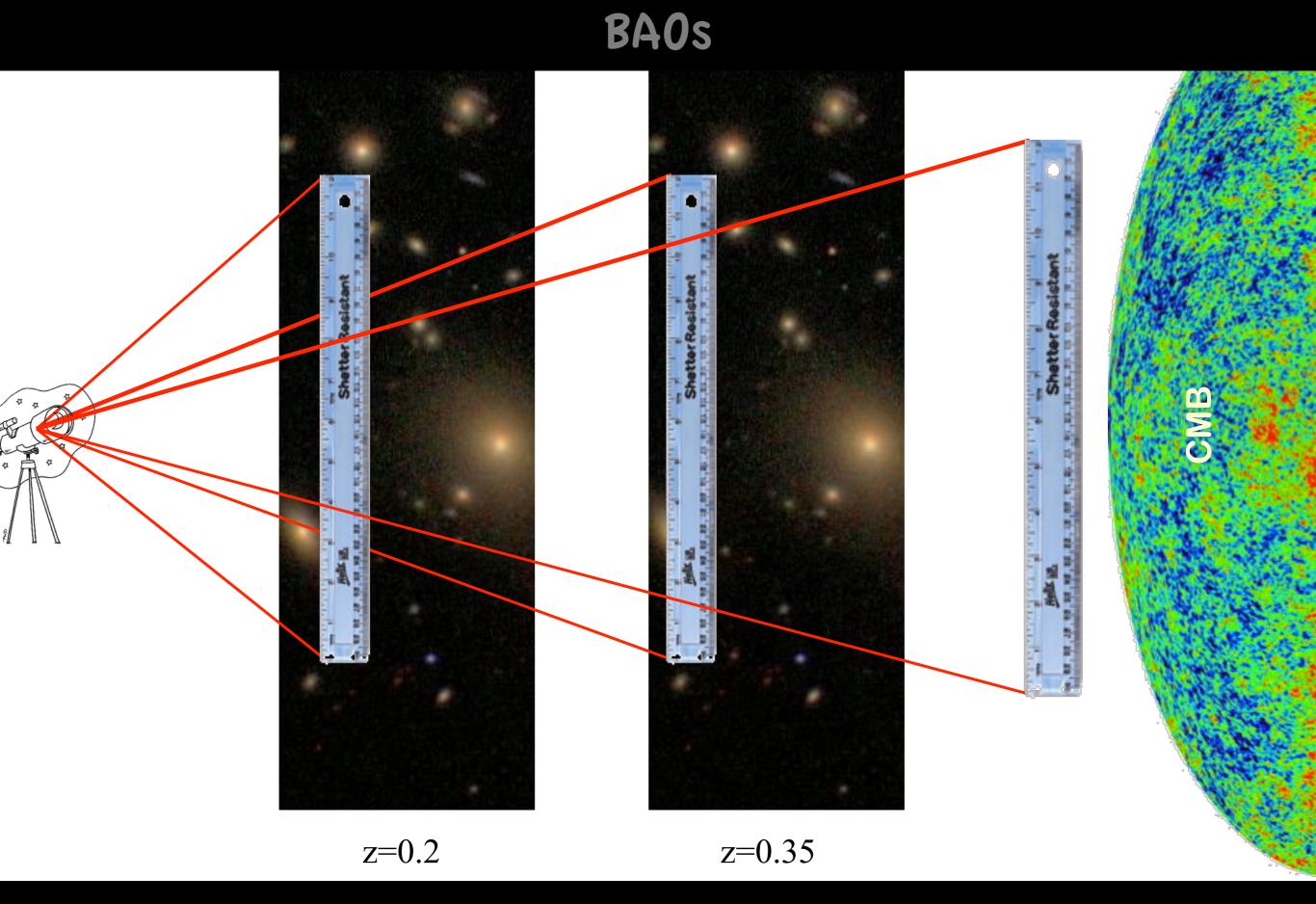




### BAOs: distâncias radiais e angulares

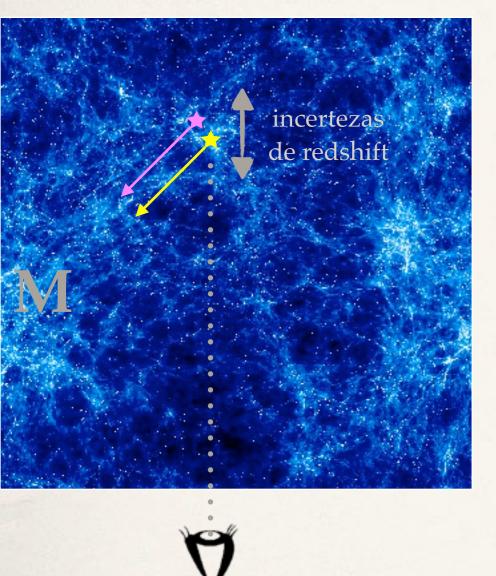


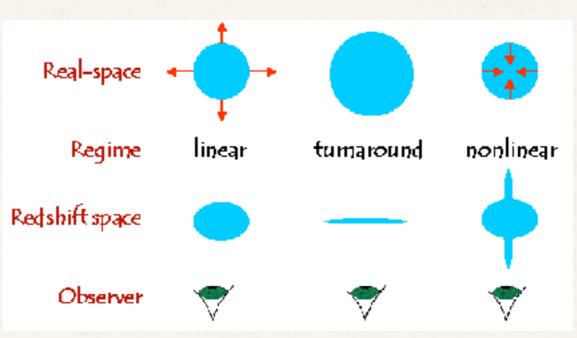




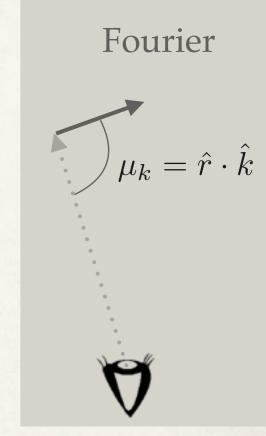
A escala de BAOS é uma "régua-padrão estatística"!!!

### Distorções de redshift e o princípio da equivalência





In linear regime,  $\nabla v = -\nabla^2 \Phi$ 



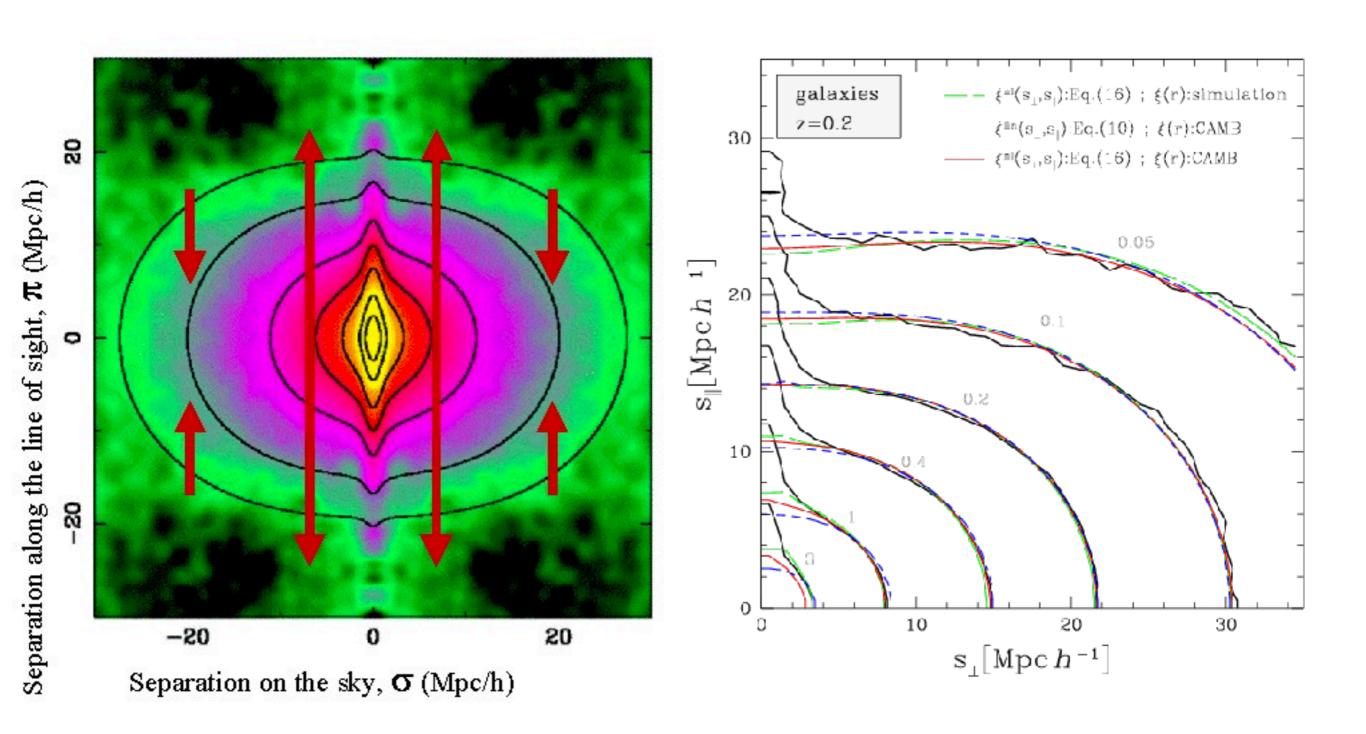
Gravidade

modificada?

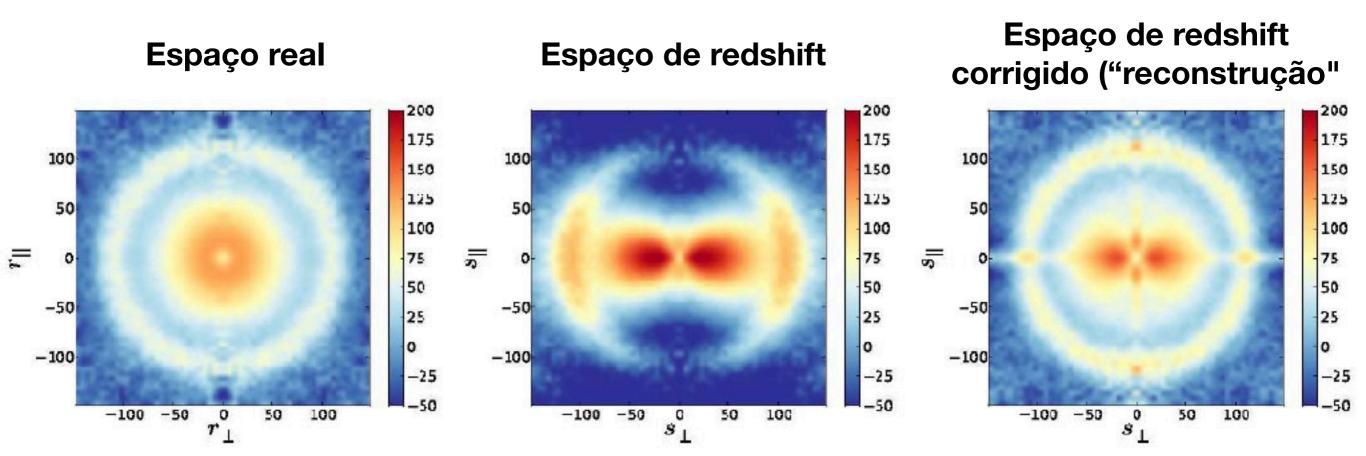
O campo de velocidade reflete a força gravitacional sem nenhum bias

$$P_g(k) \simeq \left(b_g + f\mu_k^2\right)^2 P_m(k) \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{monopole} \\ \text{quadrupole} \\ \dots \end{array} \right.$$

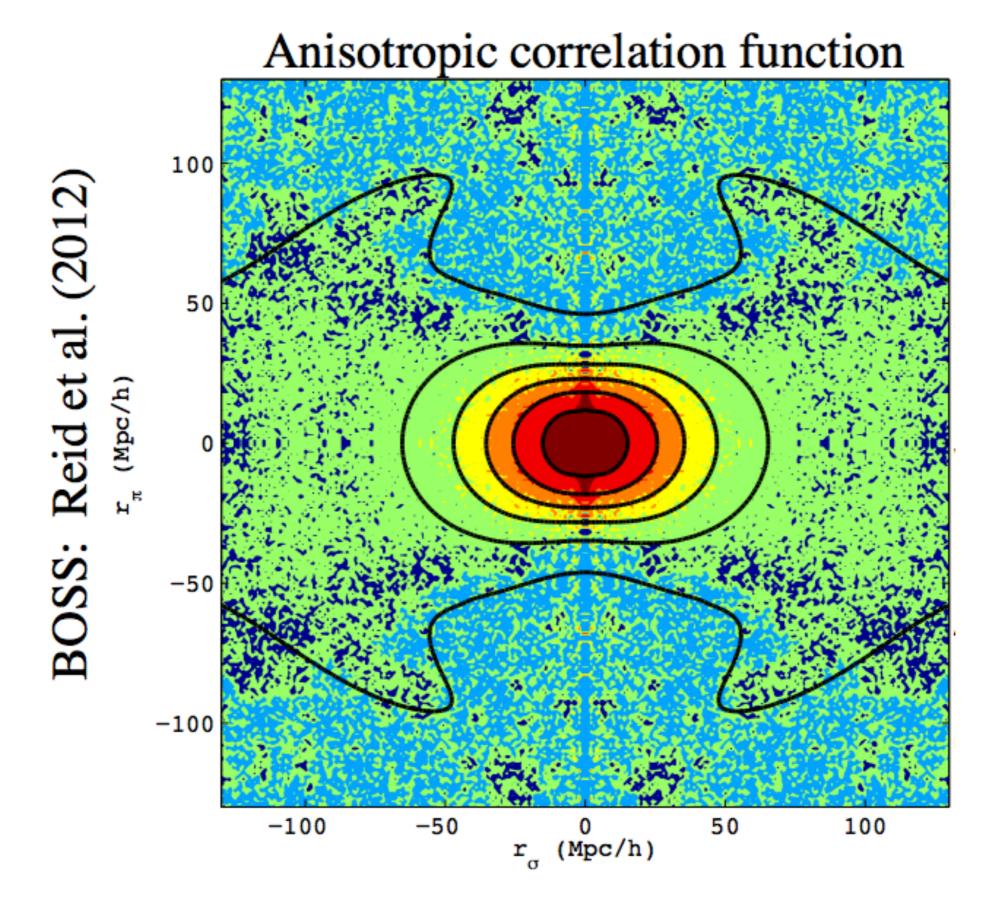
### Distorções de redshift



### Distorções de redshift

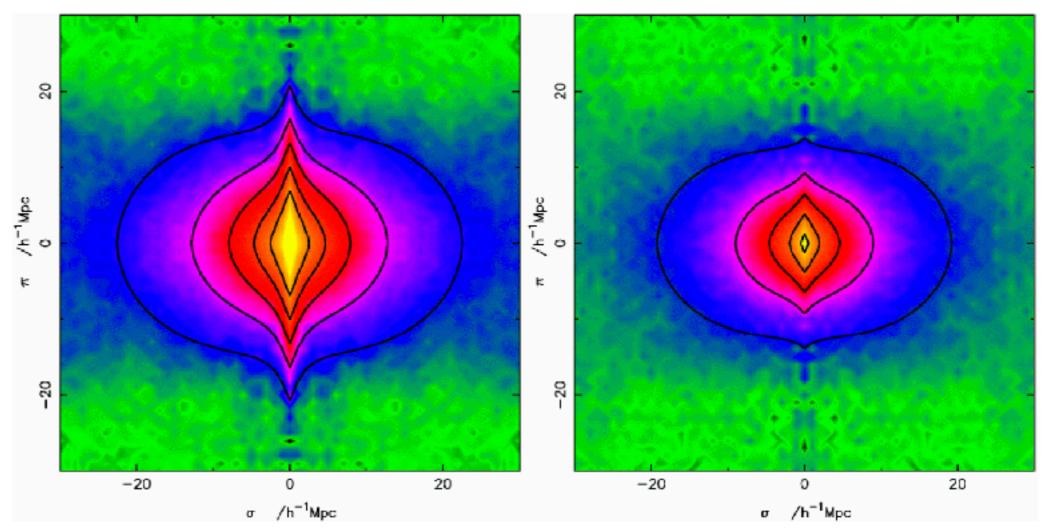


### Distorções de redshift: medidas



### Distorções de redshift: galáxias diferentes

# Redshift-space distortions and galaxy type



#### Passive:

$$\beta = \Omega^{0.6}/b = 0.46 \pm 0.13$$
  
 $\sigma_p = 618 \pm 50 \text{ km s}^{-1}$ 

#### Active:

$$\beta = \Omega^{0.6}/b = 0.54 \pm 0.15$$
  
 $\sigma_b = 418 \pm 50 \text{ km s}^{-1}$ 

## Observações: estado-da-arte

