Microeconomia II

MORAL HAZARD

Rafael V. X. Ferreira
rafaelferreira@usp.br

Outubro de 2017

Universidade de São Paulo (USP)
Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade (FEA)
Departamento de Economia

Bibliografia Básica

- A. Mas-Colell, M. Whinston e J. Green
  Microeconomic Theory
  Oxford University Press, 1995
- I. Macho-Stadler e J.D. Pérez-Castrillo
  An Introduction to the Economics of Information: Incentives and Contracts
  Oxford University Press, 1995

Bibliografia Complementar

- P. Bolton e M. Dewatripont
  Contract Theory
  MIT Press, 2005
- J. Laffont e D. Martimort
  The Theory of Incentives
  Princeton University Press, 2002

O que é Moral Hazard?

- Nas aulas anteriores, analizamos situações em que a assimetria de informação se dava antes da realização da transação econômica e dizia respeito a uma característica.
- **Agora, a assimetria se dará depois da realização da transação econômica e estará relacionada a uma ação não-observável.**
- O exemplo recorrente é a contratação de um trabalhador a quem o contratante delega a execução de uma tarefa.
- Se o esforço do trabalhador não é observável e esforço gera desutilidade ao trabalhador, ele terá incentivos para realizar um esforço baixo.
- Problemas assim são chamados de **Moral Hazard** e combinam:
    1. Monitoramento imperfeito
    2. Conflito de interesses

Moral Hazard

Definição

Diz-se que uma situação econômica envolve moral hazard (azar moral) quando o monitoramento imperfeito das ações de um indivíduo o induz a agir de modo desonesto ou indesejável.

- **Agente**: indivíduo que está executando alguma atividade em nome de outro indivíduo (principal);
- **Principal**: indivíduo em nome de quem um outro indivíduo (agente) está executando alguma atividade.

Moral Hazard: exemplos

1. Relação entre credor (principal) e devedor (agente)
2. Relação entre empregador (principal) e empregado (agente)
3. Relação entre regulador (principal) e bancos (agente): “bailouts"
4. Relação entre seguradora (principal) e segurado (agente)
5. Relação entre acionista (principal) e CEO (agente)

Modelo: participantes

- Modelo de **agente-principal** descreve uma relação bilateral, em que os participantes podem ser indivíduos, firmas ou instituições.
- Há, obviamente, um principal e um agente.

Principal

Responsável por elaborar e propor o contrato. É o participante em nome de quem o agente executa alguma ação.

Agente

É contratado pelo principal para desempenhar alguma tarefa. O agente deve decidir se está interessado ou não no contrato oferecido pelo principal.

Environment

- Um empresário (principal) contrata um gerente (agente) para um projeto.
- Da relação, obtém-se um certo lucro, de valor monetário π.
- $\pi \in [\underline{\pi}, \bar{\pi}]$ é o conjunto de todos os valores possíveis de π.
- O resultado final obtido vai depender de duas coisas:
    1. De um componente aleatório, que foge ao controle do agente e do principal.
    2. Do esforço que o agente devota à tarefa, denotado por $e \in E$.
- $e \in E$ representa os níveis possíveis de esforço.
- A incerteza quanto ao resultado π vai ser representada por uma distribuição de probabilidades $f(\cdot|e)$.

Modelo: preferências

- Participantes avaliam os seus payoffs em um cenário de incerteza.
- Suporemos que ambos maximizam uma utilidade esperada.
- O principal (contratante) recebe o resultado π, e deve remunerar o agente pela participação na relação.
- Denotaremos por w a remuneração do agente.
- **Note**: a remuneração w não pode depender de variáveis que não são observáveis: pode ser arriscada (depender de π), mas não pode ser contingente ao esforço (depender de e), se este for não-observável.

Modelo: preferências do principal

- Principal é neutro ao risco: maximiza o lucro esperado:

$$\int [\pi - w(\pi)] f(\pi|e) d\pi$$

- A utilidade do principal não depende do esforço do agente diretamente, apenas do resultado da tarefa desempenhada pelo agente. O esforço do agente irá alterar apenas o valor esperado do payoff do principal:

$$\mathbb{E}[\pi - w(\pi)|e]$$

- Note que $(\pi - w(\pi))$ é a parte do resultado que fica com o principal, depois que ele remunera o agente.

Modelo: preferências do agente

- O agente também tem uma função utilidade $U(w,e)$ tal que:

  1. $\dfrac{\partial U(w,e)}{\partial w} > 0 \rightarrow$ utilidade marginal da renda positiva.
  2. $\dfrac{\partial^2 U(w,e)}{\partial w^2} \leq 0 \rightarrow$ utilidade marginal da renda decrescente.
  3. $\dfrac{\Delta U(w,e)}{\Delta e} < 0 \rightarrow$ esforço adicional gera desutilidade.

Modelo: preferências do agente

- Em particular, suporemos $U(w, e)$ separável:

$$U(w, e) = v(w) - g(e)$$

Hipóteses

1. $v(\cdot)$ é diferenciável, com $v' > 0$ e $v'' < 0$.
2. $g(\cdot)$ é diferenciável, com $g' > 0$.

Poder de barganha: pegar ou largar

- Nesses modelos, como é o principal quem desenha e oferta o contrato, ele detém todo o poder de barganha.
- Logo, os termos do contrato não são negociáveis.
- Ao agente cabe apenas aceitar ou rejeitar o contrato.
- Se o agente rejeita o contrato, deve buscar outras oportunidades.
- A utilidade esperada dessas oportunidades alternativas é o que chamamos de **utilidade de reserva**, denotada por $\underline{u}$.

O que é um contrato?

Definição

Um contrato é um documento que especifica as obrigações dos participantes e as transferências que devem ser feitas sob diferentes contingências.

- Para que um contrato seja válido, tanto as contingências quanto os termos do contrato devem ser **verificáveis**.
- Dizemos que um contrato é verificável quando seu valor é observável por ambos os participantes e por uma terceira parte (como uma corte de Justiça, por exemplo), capaz de forçar a sua execução.

Contratos sob Informação Simétrica

- São contratos tais que toda informação relevante é verificável.
- O problema do principal é desenhar um contrato que o agente irá aceitar.
- O principal deve escolher:
  1. o nível de esforço e que ele deseja que o agente empreenda.
  2. o esquema de remuneração $w : [\underline{\pi}, \bar{\pi}] \longrightarrow \mathbb{R}$, que descreve o quanto o agente receberá como função do resultado.
- Um contrato, nesse contexto, é um par $(w(\cdot), e)$. Note que, como esforço é verificável nesse contexto, o contrato pode especificar o quanto de esforço o principal deseja que o agente execute.
- **O principal, portanto, escolherá dentre os contratos que o agente está disposto a aceitar, aquele que maximiza a sua (do principal) utilidade esperada**.

Restrição de Participação

- Dizer que o principal escolhe dentre os contratos que o agente está disposto a aceitar é o mesmo que dar ao agente um nível mínimo de utilidade esperada igual à sua utilidade de reserva:

$$\mathbb{E}[v(w(\pi)) - g(e)|e] \geq \underline{u}$$

$$\int f(\pi|e)[v(w(\pi))]d\pi - g(e) \geq \underline{u}$$

- Qualquer contrato que o agente aceite tem que satisfazer essa condição, que chamamos de **restrição de participação**.

Objetivo do Principal

- O principal escolhe um contrato de modo a maximizar o seu payoff esperado, sujeito à restrição de participação:

$$\max_{w(\pi),\ e \in E} \int (\pi - w(\pi)) f(\pi|e) d\pi$$

$$\text{s.a.} \int v(w(\pi)) f(x|e) d\pi - g(e)] \geq \underline{u} \qquad \text{(RP)}$$

- Solução desse problema de otimização é dada por $(w^*(\cdot), e^*)$; chamamos esse contrato de **contrato ótimo**.

Caracterização do contrato ótimo: solução

Pelo Teorema de Lagrange, existe um multiplicador $\lambda \geq 0$ da RP tal que $w^*(\cdot)$ soluciona:

$$\max_{w(\cdot)} \int f(\pi|e)[\pi - w(\pi)]d\pi + \lambda \left[\int v(w(x)) f(\pi|e) d\pi - g(e) \right] - \underline{u} \right]$$

e

$$\lambda \left[\int v(w(x)) f(\pi|e) d\pi - g(e) \right] - \underline{u} \right] = 0$$

Caracterização do contrato ótimo: RP ativa

Proposição 1

Sob o contrato ótimo, a restrição de participação (RP) é ativa (binding), i.e., vale com igualdade.

Esboço da Prova: Se o contrato ótimo (w^*, e^*) for tal que a RP não é ativa, então temos:

$$\int [v(w^*(\pi)) - g(e^*)] f(x|e^*) d\pi > \underline{u}$$

Logo, podemos diminuir w um pouco, e ainda assim satisfazer essa restrição. Ao fazer isso, encontramos uma nova remuneração para o agente, remuneração esta que satisfaz a restrição de participação e é mais baixa que a remuneração ótima; logo, aumenta o payoff do principal. Portanto, o contrato (w^*, e^*) não pode ser ótimo, a menos que a restrição RP seja ativa.

Caracterização do contrato ótimo: solução

A solução desse problema é tal que:

- $\lambda > 0$ (restrição de participação é ativa).
- Da condição de primeira ordem, segue que:

$$\lambda = \frac{1}{u'(w^*(\pi))} \quad \forall \pi$$

- Logo, segue que $u'(w^*(\pi_i)) = u'(w^*(\pi_j)), \forall \pi_i, \pi_j \in [\underline{\pi}, \bar{\pi}]$. Como $u' > 0$, temos que:

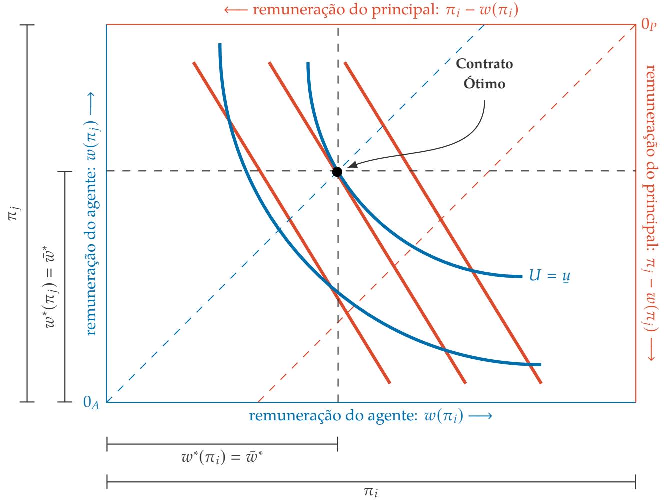
$$w^*(\pi_i) = w^*(\pi_j) = \bar{w}^*$$

- Logo, como w^* é constante, o esforço ótimo será o que maximizará:

$$\int \pi f(\pi|e) d\pi - v^{-1}(\underline{u} + g(e))$$

Contrato ótimo: Caixa de Edgeworth

Considere quaisquer $\pi_i, \pi_j \in [\underline{\pi}, \bar{\pi}]$ com $\pi_i > \pi_j$.



Caracterização do contrato ótimo: eficiência

Proposição 2

Sob o contrato ótimo, a alocação de recursos é **Pareto-ótima**, ou **eficiente no sentido de Pareto**.

Contrato ótimo sob esforço observável

Proposição 3

No modelo de agente-principal com esforço observável do agente, um contrato ótimo especifica que o agente escolha o esforço e^* que maximiza

$$\int \pi f(\pi|e)d\pi - v^{-1}(\bar{u} + g(e))$$

e paga ao agente um salário fixo $w^* = v^{-1}(\bar{u} + g(e))$. Esse é o único contrato ótimo se $v''(w) < 0$ para todo w.

Proposição 14.B.1 do MWG

Moral Hazard: esforço não-observável

- Vamos agora comparar o resultado de informação simétrica com o de informação assimétrica.
- Nesse caso, o principal não observa o esforço do agente. Logo, um contrato nesse contexto não pode mais especificar o nível de esforço do agente.
- O principal deve prover os incentivos para que o agente se comporte da forma como ele (o principal) deseja.
- Ao cogitar oferecer um contrato $w(\cdot)$, o principal deve tentar antecipar se o agente aceitará o contrato e, caso aceite, qual o nível de esforço que ele fará.

Qual a natureza da ineficiência?

- Há um conflito de interesses entre agente e principal.
- Em outras palavras, os incentivos não estão alinhados.
- O principal está interessado em um melhor resultado possível; se tiver certeza de que conseguirá este resultado, o esforço do agente não o afeta.
- O agente está interessado na sua remuneração e no esforço; o resultado não o afeta.
- De modo geral, um maior esforço produz melhores resultados.
- O contrato entre principal e agente é a maneira pela qual os objetivos dos participantes se tornam compatíveis.

Moral Hazard: perfeição em subjogos

- Note que esse problema pode ser visto à luz do que vocês estudaram sobre Teoria dos Jogos.
- Nesse caso, temos um jogo sequencial em dois estágios:
  1. **Estágio 1**: principal oferece um contrato $w(\cdot)$, que especifica a remuneração do agente para cada resultado possível π.
  2. **Estágio 2**: agente decide se aceita ou não o contrato.
  3. **Estágio 3**: agente escolhe o esforço $e \in E$ que irá empreender.
- **Solucionar o problema de moral hazard nada mais é do que resolver esse jogo sequencial via indução reversa**.

Moral Hazard: indução reversa

Começamos resolvendo o jogo de trás para frente:

- Para cada contrato $w(\cdot)$ ofertado pelo principal, se o agente aceita o contrato, ele (o agente) irá escolher o nível de esforço de modo a maximizar a sua própria utilidade esperada:

$$e \in \arg\max_{\tilde{e}} \; \mathbb{E}[U(w(\pi), \tilde{e})|\tilde{e}] \qquad \text{(CI)}$$

ou, de modo equivalente:

$$e \in \arg\max_{\tilde{e}} \; \int v(w(\pi)) f(\pi|\tilde{e}) - g(\tilde{e}) \qquad \text{(CI)}$$

ou, de modo equivalente:

$$\mathbb{E}[U(w(\pi), e)|e] \geq \mathbb{E}[U(w(\pi), \tilde{e})|\tilde{e}] \quad \forall \tilde{e} \in E \quad \text{(CI)}$$

Moral Hazard: incentivos compatíveis

$$e \in \arg\max_{\tilde{e}} \ \mathbb{E}[U(w(\pi), \tilde{e})|\tilde{e}] \qquad \text{(CI)}$$

- Chamamos essa condição de **restrição de compatibilidade de incentivos**.
- Ela serve para alinhar os incentivos de principal e agente.
- Note que, na verdade, o esforço e que soluciona o problema do agente depende do contrato $w(\cdot)$ oferecido pelo principal. A solução pode, portanto, variar com o contrato.
- Para sermos mais rigorosos, deveríamos escrever $e^*(w(\cdot))$.

Moral Hazard: indução reversa

Continuando a indução reversa...

- No estágio 2, o agente antecipa qual o nível de esforço ótimo e ele escolherá caso aceite o contrato, e decide portanto se aceitará ou não o contrato.
- Tal qual no caso em que há informação simétrica, o agente aceitará todos os contratos que satisfizerem a restrição de participação:

$$\int v(w(\pi))f(\pi|e)d\pi - g(e) \geq \underline{u} \qquad \text{(RP)}$$

Ou, de modo equivalente:

$$\mathbb{E}[v(w(\pi))] - g(e) \geq \underline{u} \qquad \text{(RP)}$$

Moral Hazard: Objetivo do Principal

Finalizando a indução reversa...

- No estágio 1, o principal escolhe um contrato $w(\cdot)$ de modo a maximizar o seu payoff esperado, sujeito à restrição de participação e à restrição de compatibilidade de incentivos:

$$\max_{e,w(\cdot)} \mathbb{E}[\pi - w(\pi)|e]$$

$$\text{s.a.} \quad \mathbb{E}[v(w(\pi))|e] - g(e) \geq \underline{u} \qquad \text{(RP)}$$

$$e \in \arg\max_{\tilde{e}} \mathbb{E}[v(w(\pi))|\tilde{e}] - g(\tilde{e}) \qquad \text{(CI)}$$

- Em outras palavras, ele escolhe um contrato levando em consideração o efeito que as ações otimamente escolhidas pelo agente terão sobre o seu próprio payoff.

Exemplo: dois níveis de esforço $e \in \{e_L, e_H\}$

- Considere um contrato $w(\cdot)$ e suponha que, para este contrato, o principal prefere esforço $e = e_H$:

$$\mathbb{E}[\pi - w(\pi))|e_H] > \mathbb{E}[\pi - w(\pi)|e_L]$$

- Nesse caso, $w(\cdot)$ será dito compatível com incentivos se:

$$\mathbb{E}[v(w(\pi))|e_H] - g(e_H) \geq \mathbb{E}[v(w(\pi))|e_L] - g(e_L) \qquad \text{(CI)}$$

$$\underbrace{\mathbb{E}[v(w(\pi))|e_H] - \mathbb{E}[v(w(\pi))|e_L]}_{\text{Benefício de } e_H} \geq \underbrace{g(e_H) - g(e_L)}_{\text{Custo de } e_H}$$

- Nesse caso, podemos substituir a versão genérica da restrição de compatibilidade de incentivos por esta desigualdade, que nos permite aplicar o Teorema de Lagrange.

Exemplo: dois níveis de esforço $e \in \{e_L, e_H\}$

O problema do principal, nesse caso, se torna:

$$\begin{aligned}
\max_{w(\cdot)} \quad & \mathbb{E}[\pi - w(\pi))|e] \\
\text{s.a.} \quad & \mathbb{E}[v(w(\pi))|e] - g(e) \geq \underline{\text{U}} && \text{(RP)} \\
& \mathbb{E}[v(w(\pi))|e_H] - g(e_H) \geq \mathbb{E}[v(w(\pi))|e_L] - g(e_L) && \text{(CI)}
\end{aligned}$$

Contrato ótimo sob Moral Hazard: solução

Pelo Teorema de Lagrange, existe um multiplicador $\lambda \geq 0$ da RP e um multiplicador $\mu \geq 0$ da CI tais que $w^*(\cdot)$ soluciona:

$$\max_{w(\cdot)} \int [\pi - w(\pi)] f(\pi|e_H) d\pi + \lambda \left[\int v(w(\pi)) f(\pi|e_H) d\pi - g(e_H) - \underline{u} \right]$$

$$\mu \left[\int v(w(\pi)) f(\pi|e_H) d\pi - g(e_H) - \int v(w(\pi)) f(\pi|e_L) d\pi + g(e_L) \right]$$

em que

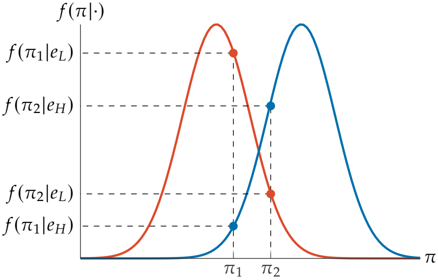
$$\lambda \left[\int v(w(\pi)) f(\pi|e_H) d\pi - g(e_H) - \underline{u} \right] = 0$$

$$\mu \left[\int v(w(\pi)) f(\pi|e_H) d\pi - g(e_H) - \int v(w(\pi)) f(\pi|e_L) d\pi + g(e_L) \right] = 0$$

Razão de Verossimilhança

- Seja $\pi_2 > \pi_1$ como no gráfico ao lado.
- A **razão de verossimilança** é dada por:

$$\frac{f(\pi|e_L)}{f(\pi|e_H)}$$



- Essa razão dá uma medida do impacto do esforço do agente sobre o resultado que interessa ao principal.
- Será determinante para especificar o contrato ótimo sob Moral Hazard.

Contrato Ótimo sob Moral Hazard: RP ativa

Lema 1

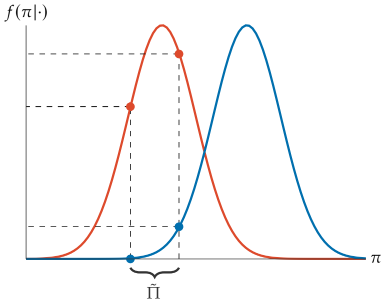
Qualquer solução do problema de agente-principal com esforço não-observável e $e = e_H$, apresentado em slide anterior, tem $\lambda > 0$, i.e., tem a restrição de participação ativa.

Demonstração (1):

Sabemos que o contrato ótimo satisfaz:

$$\frac{1}{v'(w^*(\pi))} = \lambda + \mu \left[1 - \frac{f(\pi|e_L)}{f(\pi|e_H)}\right]$$

Suponha que $\lambda = 0$. Como, por hipótese, $F(\cdot|e_H)$ domina estocasticamente em primeira ordem $F(\cdot|e_L)$, existe um conjunto aberto $\tilde{\Pi} \subset [\underline{\pi}, \bar{\pi}]$ tal que $f(\pi|e_L) > f(\pi|e_H)$.



Contrato Ótimo sob Moral Hazard: RP ativa

Lema 1

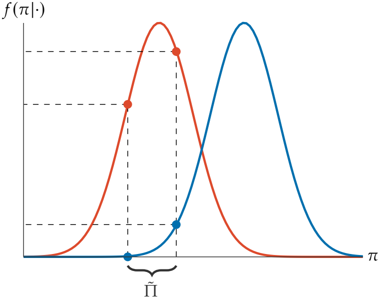
Qualquer solução do problema de agente-principal com esforço não-observável e $e = e_H$, apresentado em slide anterior, tem $\lambda > 0$, i.e., tem a restrição de participação ativa.

Demonstração (2):

Logo, $\forall \pi \in \tilde{\Pi}$, teríamos:

$$\frac{1}{v'(w^*(\pi))} = \mu \underbrace{\left[1 - \frac{f(\pi|e_L)}{f(\pi|e_H)}\right]}_{\leq 0}$$

Como $\mu \geq 0$, isso implicaria $v'(w^*(\pi)) \leq 0$, uma contradição.



Contrato Ótimo sob Moral Hazard: CI ativa

Lema 2

Qualquer solução do problema de agente-principal com esforço não-observável e $e = e_H$, apresentado em slide anterior, tem $\mu > 0$, i.e., tem a restrição de compatibilidade de incentivos é ativa.

Demonstração:

Suponha que $\mu = 0$. Nesse caso, $\forall \pi \in [\underline{\pi}, \bar{\pi}]$, o contrato ótimo seria tal que:

$$\frac{1}{v'(w^*(\pi))} = \lambda$$

Isto é, o contrato ótimo seria constante. Sabemos, contudo, que este contrato não satisfaz a restrição de compatibilidade de incentivos, o que é uma contradição.

Contrato ótimo sob Moral Hazard: CI ativa

- Sob informação simétrica, se o principal é neutro ao risco oferecerá um contrato livre de risco ao agente.
- De fato, isso não ocorrerá sob informação assimétrica.
- Basta olharmos para a restrição de compatibilidade de incentivos e perceber que podemos reescrevê-la como:

$$\mathbb{E}[v(w(\pi))|e_H] - \mathbb{E}[u(v(\pi))|e_L] \geq g(e_H) - g(e_L)$$

- Se o contrato oferecido pelo principal for constante, então o lado esquerdo da desigualdade acima será igual a zero.
- No entanto, como um esforço maior gera uma maior desutilidade para o agente, sabemos que o lado direito da desigualdade é estritamente maior que zero.
- Portanto, um contrato constante não satisfaz a restrição de compatibilidade de incentivos. É preciso adicionar risco à remuneração do agente para induzi-lo a escolher um esforço alto.

Mas qual o formato de $w^*(\cdot)$?

$$\frac{1}{v'(w^*(\pi))} = \lambda + \mu \left[1 - \frac{f(\pi|e_L)}{f(\pi|e_H)}\right]$$

- Seja $\hat{w}$ o contrato constante cuja utilidade marginal é igual a λ^{-1}:

$$\frac{1}{v'(\hat{w})} = \lambda$$

- Note que:

$$w(\pi) > \hat{w} \quad \text{se} \quad \frac{f(\pi|e_L)}{f(\pi|e_H)} < 1$$

$$w(\pi) < \hat{w} \quad \text{se} \quad \frac{f(\pi|e_L)}{f(\pi|e_H)} > 1$$

- **Intuição**: quanto maior o impacto positivo do esforço sobre o resultado que interessa ao principal, maior será a remuneração adicional a ser paga ao agente naquele estado da natureza.

Contrato Ótimo sob Moral Hazard: Propriedades

Proposição

No modelo de agente-principal, com esforço não-observável, um agente neutro ao risco e dois níveis possíveis de esforço, o esquema de compensação ótimo para implementar e_H satisfaz

$$\frac{1}{v'(w^*(\pi))} = \lambda + \mu \left[1 - \frac{f(\pi|e_L)}{f(\pi|e_H)}\right]$$

dá ao agente o nível mínimo de utilidade $\underline{u}$ e um salário esperado maior que aquele requerido quando o esforço é observável.