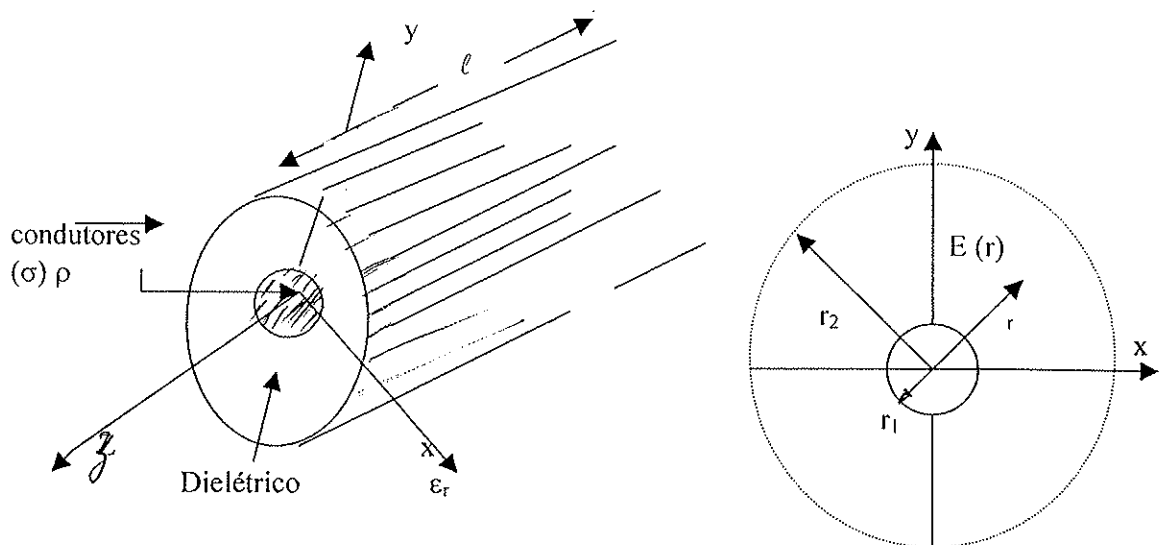


PSI 2434 – MICROONDAS I

CAPÍTULO IV
CABOS COAXIAIS

Prof. José Kleber da Cunha Pinto

CABO COAXIAL - LINHA COAXIAL



CÁLCULO DA CAPACITÂNCIA ENTRE OS CONDUTORES

$$C = \frac{\int \vec{D} \cdot d\vec{s}}{V} = \frac{\text{Fluxo do Vetor Deslocamento}}{\text{Diferença de Potencial}} = \frac{\int \epsilon \vec{E} \cdot d\vec{s}}{\varphi(r_1) - \varphi(r_2)}$$

Potencial em um ponto qualquer r (dielétrico)

$$\varphi(r) = \frac{V}{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)} \cdot \ln r \quad V = - \int E_r \cdot dr$$

$$\vec{E} = - \text{grad } \varphi \therefore \vec{E}(r) = \frac{-V}{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)} \cdot \frac{1}{r} \cdot \vec{r}_0$$

$$C = \frac{2\pi e \ell \cdot v}{V \ln \left(\frac{r_1}{r_2} \right)} = - \frac{2\pi \varepsilon \ell}{\ln \left(\frac{r_1}{r_2} \right)}$$

$$\frac{C}{\ell} = C = \text{capacitância/unidade de comprimento}$$

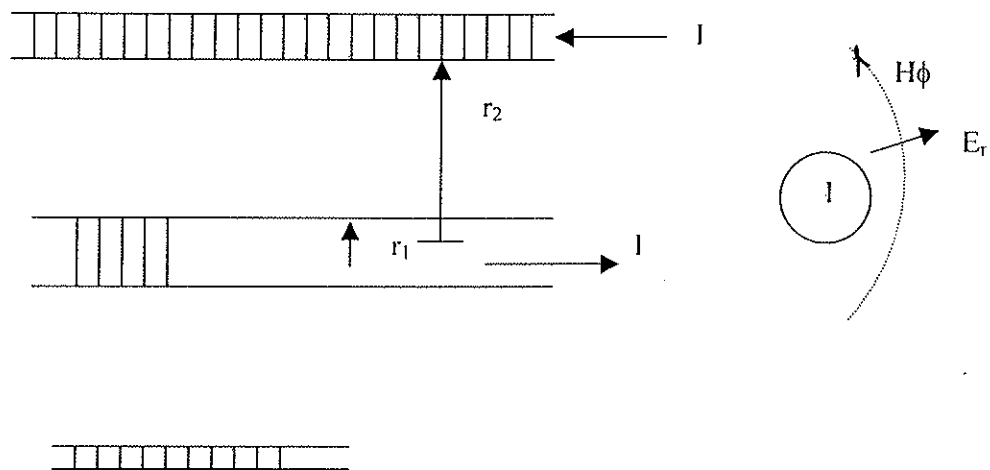
$$C = \frac{2\pi e}{\ln \left(\frac{r_2}{r_1} \right)} = \frac{2\pi \varepsilon_r \cdot \varepsilon_0}{\ln \left(\frac{r_2}{r_1} \right)}$$

Exemplo:

$$r_2 = 3 \text{ mm} \quad \varepsilon_r = 1 \text{ (ar)} \therefore C \cong 50 \text{ pF/m}$$

$$r_1 = 1 \text{ mm}$$

CÁLCULO DA INDUTÂNCIA



$$L = \frac{\int \bar{B} \cdot d\bar{s}}{I} = \frac{\text{Fluxo Magnético}}{\text{Corrente Circulando}}$$

$$H_\phi = \frac{I}{2\pi r} \quad p \quad r_1 \leq r \leq r_2$$

$$\int \bar{B} \cdot d\bar{s} = \mu \int \bar{H} \cdot d\bar{s} = \mu r \int_{r_1}^{r_2} \frac{I}{(2\pi r)} \cdot dr$$

$$L = \frac{\text{indutância}}{\text{unidade de comprimento}} = \frac{\mu I}{2\pi I} \int_{r_1}^{r_2} \frac{1}{r} \cdot dr$$

$$L_1 = \frac{\mu}{2\pi} \ln \left(\frac{r_2}{r_1} \right)$$

Exemplo $r_2 = 3 \text{ mm}$

$$r_1 = 1 \text{ mm}$$

$$\mu = \mu_a = \mu_o = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H/m}$$

$$L = 2,2 \times 10^{-7} \text{ H/m} = 22 \text{ nH/m}$$

CÁLCULO DA IMPEDÂNCIA CARACTERÍSTICA PARA UMA LINHA COAXIAL SEM PERDAS

$$Z_o = \sqrt{\frac{R + j\omega L}{G + j\omega C}} = \sqrt{\frac{L}{C}} = \sqrt{\frac{\frac{\mu}{2\pi} \ln \left(\frac{r_2}{r_1} \right)}{2\pi\epsilon \frac{1}{\ln \left(\frac{1}{\ln \left(\frac{r_2}{r_1} \right)} \right)}}$$

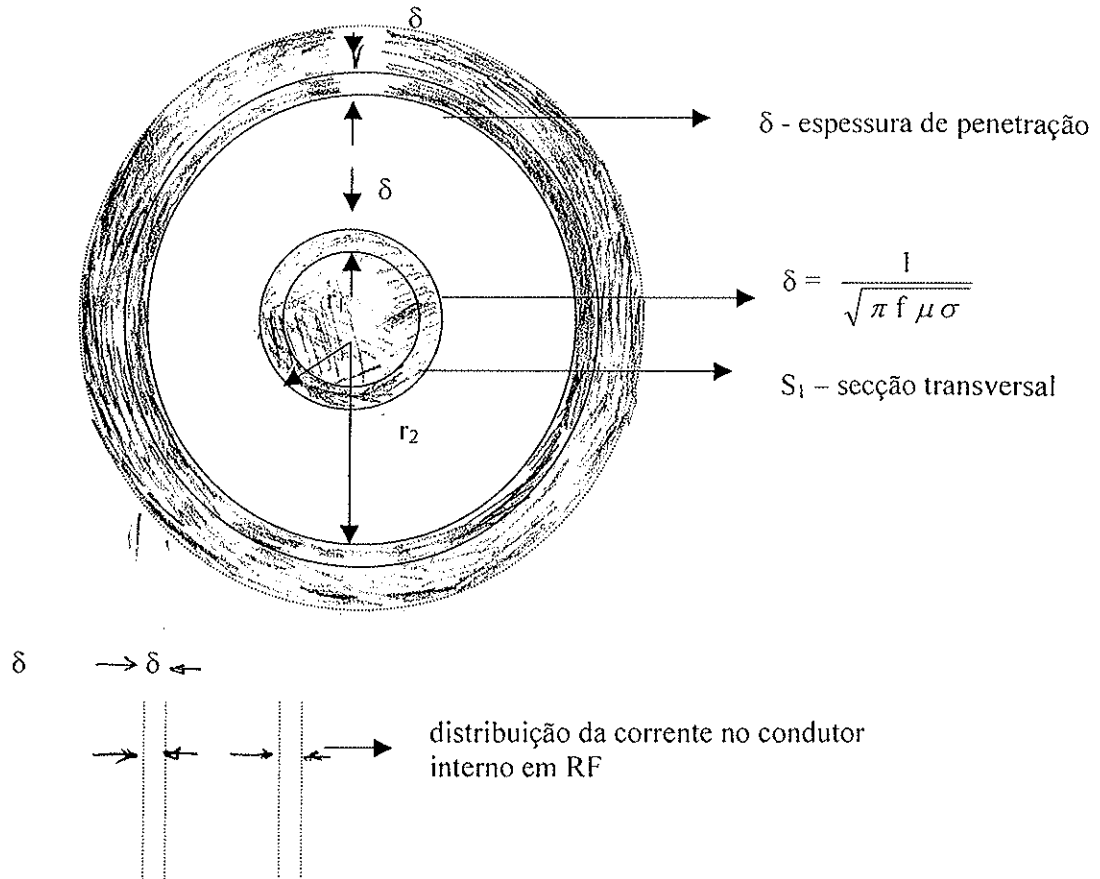
$$Z_o = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon} \cdot \frac{\ln^2 \left(\frac{r_2}{r_1} \right)}{4\pi^2}} = \frac{\ln \left(\frac{r_2}{r_1} \right)}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}}$$

Normalmente $\mu = \mu_o$

$$Z_o = \sqrt{\frac{\mu_o}{\epsilon_r \epsilon_o}} \cdot \frac{1}{2\pi} \cdot \ln \left(\frac{r_2}{r_1} \right) = \frac{120\pi}{2\pi \sqrt{\epsilon_r}} \ln \left(\frac{r_2}{r_1} \right)$$

$$Z_o = \frac{60}{\sqrt{\epsilon_r}} \cdot \ln \left(\frac{r_2}{r_1} \right) \quad \Omega$$

CÁLCULO DA RESISTÊNCIA DOS CONDUTORES



CONDUTOR INTERNO

$$\text{Resistência total} = \rho \cdot \frac{\ell}{S_1}$$

$R(r_1)$ = resistência/unidade de comprimento

$$R(r_1) = \frac{\rho}{S_1} = \frac{1}{\sigma S_1} \cong \frac{1}{\sigma \cdot (2\pi r_1) \delta}$$

$$R(r_1) = \frac{\sqrt{\pi f \mu \sigma}}{\sigma (2\pi) r_1} = \frac{1}{2r_1} \sqrt{\frac{f \mu}{\pi \sigma}}$$

CONDUTOR EXTERNO

Analogamente,

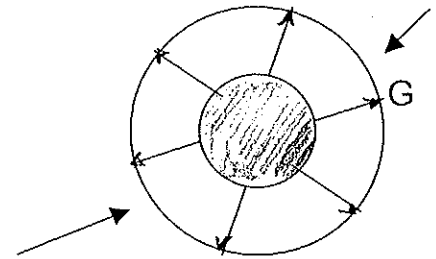
$$R(r_2) = \frac{1}{2r_2} \sqrt{\frac{f \mu}{\pi \sigma}}$$

CABO COAXIAL – CÁLCULO DA CONDUTÂNCIA-G

O valor da condutância devido ao dielétrico, que preenche o cabo coaxial, pode ser obtida a partir do valor da capacitância entre os condutores.

$$R = \frac{V}{I} = \frac{V}{\int_s \vec{J} \cdot d\vec{s}} = \frac{V}{\sigma_D \int_s \vec{E} \cdot d\vec{s}}$$

s – secção transversal do tubo



$$\sigma_D - \sigma + w \varepsilon'' \cong w \varepsilon''$$

$$C = \frac{\int_s \vec{D} \cdot d\vec{s}}{V} = \frac{\varepsilon \int_s \vec{E} \cdot d\vec{s}}{V}$$

$$R = \frac{1}{G} = \frac{1}{\sigma_D \frac{C}{\varepsilon}} = \frac{\varepsilon}{\sigma_D C}$$

se $\sigma \ll w \varepsilon''$

$$G = \frac{\sigma_D \cdot C}{\varepsilon} = \frac{w \varepsilon'' \cdot C}{\varepsilon} = \frac{w \varepsilon''}{\varepsilon'} \cdot C$$

$$G = w \cdot \tan \delta \cdot C \therefore \tan \delta = \frac{\varepsilon''}{\varepsilon'} = \text{tangente de perdas}$$

como

$$C = \frac{2\pi \varepsilon'}{\ln \frac{r_2}{r_1}} \therefore G = \frac{2\pi w \varepsilon''}{\ln \left(\frac{r_2}{r_1} \right)}$$

$$G = 6,35 \cdot 10^{-8} \text{ S/m} \therefore \frac{1}{G} = 15,75 \text{ M}\Omega/\text{m}$$

IMPEDÂNCIA CARACTERÍSTICA DE CABOS COAXIAIS

$$Z_o = 50 \Omega = \frac{60}{\sqrt{\epsilon_r}} = \frac{60}{\sqrt{\epsilon_r}} \ln \left(\frac{r_2}{r_1} \right) = \frac{60}{\sqrt{\epsilon_r}} \ln \left(\frac{R}{r} \right) (\text{Ohms})$$

Para vácuo (espaço) $\epsilon = 1,000$

$$\frac{R}{r} = 2,30230$$

Para o ar $\longrightarrow \epsilon_r = 1,00059$

$$\frac{R}{r} = 2,30287$$

Polipropileno $\longrightarrow \epsilon_r \cong 2,2$

$$\frac{R}{r} = 3,441$$

CABOS COAXIAIS

EXEMPLO DE APLICAÇÃO

Construir um cabo coaxial com $Z_0 = 50 \, \Omega$, utilizar como dielétrico POLIETILENO $\epsilon_r' = 2,25$.

$$\frac{\epsilon''}{\epsilon'} = \tan \delta = 10^{-4}$$

Os condutores internos (r) e externo (R) devem ser de sobre $\sigma_c = 5,8 \cdot 10^7 \text{ S/m}$.

$$Z_0 = \frac{60}{\sqrt{\epsilon_r}} \ln \left(\frac{R}{r} \right) (\Omega)$$

$$Z_0 = 50 = \frac{60}{\sqrt{\epsilon_r}} \ln \left(\frac{R}{r} \right) \therefore \ln \left(\frac{R}{r} \right) = 1,25 \frac{R}{r} = 3,49$$

Para $r = 1 \text{ mm}$ $R = 3,49 \text{ mm}$

$r = 2 \text{ mm}$ $R = 6,98 \text{ mm}$

Na frequência de 100 MHz determinar os valores dos elementos distribuídos: C, L, R = 6.

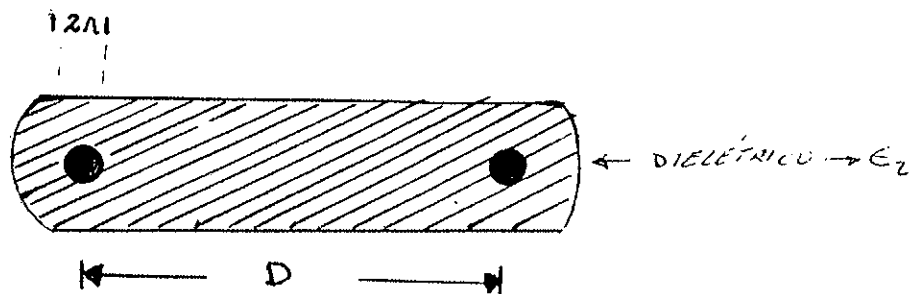
$$C = \frac{2 \pi \epsilon}{\ln \left(\frac{R}{r} \right)} = \frac{2 \pi \cdot 2,25 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12}}{1,25} = 1,00 \cdot 10^{-12} \text{ F/m} = 100 \text{ pF/m}$$

$$L = \frac{\mu}{2 \pi} \ln \left(\frac{R}{r} \right) = \frac{4 \pi \cdot 10^{-7} \cdot 1,25}{2 \pi} = 2,5 \cdot 10^{-7} \text{ H/m} = 0,25 \mu \text{ H/m}$$

$$r = 1 \text{ mm} \quad R \left(\frac{\Omega}{\text{m}} \right) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{4 \pi \cdot 10^{-7} \cdot 10^8}{\pi \cdot 5,8 \cdot 10^7}} \left(\frac{10^3}{3,49} + \frac{10^3}{1} \right) = 0,534 \, \Omega/\text{m}$$

$$r = 2 \text{ mm} \quad R \left(\frac{\Omega}{\text{m}} \right) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{4 \pi \cdot 10^{-7} \cdot 10^8}{\pi \cdot 5,8 \cdot 10^7}} \left(\frac{10^3}{6,98} + \frac{10^3}{2} \right) = 0,267 \, \Omega/\text{m}$$

LINHA BIFILAR



$$C = \frac{\pi \epsilon}{\cosh^{-1} \left(\frac{D}{2r} \right)}$$

$$\cosh^{-1} x = \ln \left(x + \sqrt{x^2 - 1} \right)$$

para $x \gg 1$ $\cosh^{-1} x = \ln(2x)$

Logo $\cosh^{-1} \left(\frac{D}{2r} \right) = \ln \left(\frac{D}{r} \right)$

$$C = \frac{\pi \epsilon}{\ln \left(\frac{D}{r} \right)} = \frac{\pi \epsilon_r \epsilon_0}{\ln \left(\frac{D}{r} \right)}$$

$$L = \frac{\mu}{\pi} \cosh^{-1} \left(\frac{D}{2r} \right)$$

para $\frac{D}{2r} \gg 1$

$$L = \frac{\mu}{\pi} \ln \left(\frac{D}{r} \right)$$

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}} = \frac{120}{\sqrt{\epsilon_r}} \ln \left(\frac{D}{r} \right) \quad \text{Ohms}$$