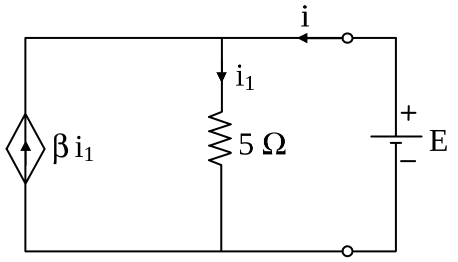
PSI3262 – Fundamentos de Circuitos Eletrônicos Digitais e Analógicos

Solução dos Exercícios

1 –

a) $t < 0$:

A resistência equivalente vista pelo indutor antes de a chave ser fechada pode ser calculada como

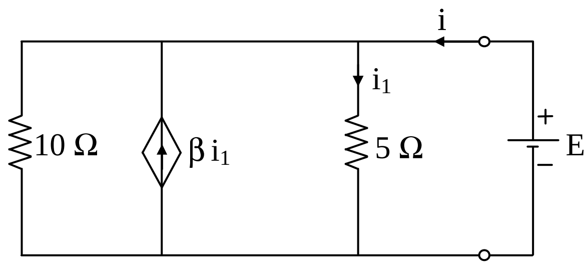


$$\left.\begin{aligned} i &= i_1 - \beta\, i_1 \\ i_1 &= \frac{E}{5} \end{aligned}\right\} \quad i = \frac{E}{5} - \beta\frac{E}{5} = (1-\beta)\,\frac{E}{5}$$

$$\Rightarrow \quad R_{eq} = \frac{5}{1-\beta}\,.$$

Se $\beta < 1$, então $R_{eq} > 0$. Logo, a constante de tempo do circuito antes de a chave ser fechada é positiva. Desse modo, e como não há geradores independentes para $t < 0$, a resposta livre do circuito decai a zero e, como o circuito estava ligado há muito tempo, conclui-se que $i_L(0_-) = 0$.

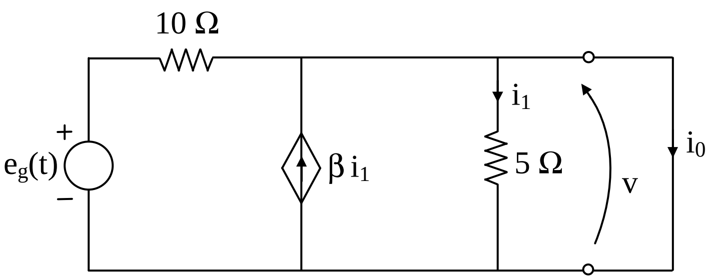
b) $t > 0$: R_0



$$i = \frac{E}{5} + \frac{E}{10} - \beta\,\frac{E}{5} = \frac{3-2\beta}{10}\,E$$

$$\Rightarrow \quad R_0 = \frac{E}{i} = \frac{10}{3-2\beta}\ \Omega$$

Corrente de curto-circuito:



$$v = 0 \quad \Rightarrow \quad i_1 = 0$$

$$\Rightarrow \quad i_0 = \frac{e_g}{10}$$

$$\therefore \quad e_0 = R_0 \cdot i_0 = \frac{e_g}{3-2\beta}$$

c) $$\tau = \frac{L}{R_0} = \frac{2(3-2\beta)}{10} = \frac{3-2\beta}{5}\ \text{s}$$

d) Solução particular (regime)

$$\hat{I}_L = \underbrace{\frac{\sqrt{2}\cdot 20\underline{/\,90^o}}{3}}_{\hat{E}_0 \text{ para } \beta = 0} \cdot \frac{1}{R_0 + j\omega\cdot L} = j\,\frac{20\sqrt{2}}{3} \cdot \frac{1}{\frac{10}{3} + j\cdot\frac{10}{3}} = \frac{j\,2\sqrt{2}}{1+j} = 2\ \underline{/\,45^o}\ \text{A}$$

$$\Rightarrow \; i_{L,p}(t) = 2\cos\left(\frac{5}{3}\,t + 45^o\right) \quad (A, s)$$

$$\tau = \frac{3}{5}\ \text{s para}\ \ \beta = 0$$

$$i_L(t) = A\,e^{-\frac{5t}{3}} + 2\cos\left(\frac{5}{3}t + 45^o\right) \quad (A,\ s),\ \ t \geq 0.$$

$$i_L(0) = 0 \quad \Rightarrow \quad A = -2\cos\left(45^o\right) = -\sqrt{2}\ \text{ampères}$$

$$i_L(t) = -\sqrt{2}\,e^{-\frac{5t}{3}} + 2\cos\left(\frac{5}{3}t + 45^o\right) \quad (A,\ s),\ \ t \geq 0.$$

Testes

1 – Para o circuito da Figura 5, sabe-se que $i_L(t) = \cos\left(\frac{3}{2}\,t\right) - e^{-(3/2)\,t}$ (A, s), $t \geq 0$. A tensão $e_g(t)$ do gerador, em (V, s), deve ser:

a) 0
b) $2e^{-(3/2)\,t}$
c) $3\sqrt{2}\,\cos\left(\frac{3t}{2} + 45^o\right)$
d) $\frac{3\sqrt{2}}{2}\,\cos\left(\frac{3}{2}\,t\right)$
e) n.d.a.

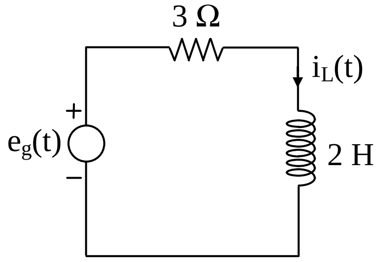


Figura 5

Resolução:

$$e_g(t) = R\,i_L(t) + L\,\frac{di_L}{dt} = 3\cos\left(\frac{3}{2}t\right) - \cancel{3e^{-(3/2)\,t}} + 2\left(-\frac{3}{2}\right)\text{sen}\left(\frac{3}{2}t\right) + \cancel{2\cdot\frac{3}{2}\,e^{-(3/2)\,t}}$$

$$\Rightarrow \; e_g(t) = 3\cos\left(\frac{3}{2}t\right) - 3\,\text{sen}\left(\frac{3}{2}t\right) \quad (V, s) \;\; \Rightarrow \;\; \hat{E}_g = 3 + j3 = 3\sqrt{2}\,\underline{/45^o}\ V$$

$$\Rightarrow \; e_g(t) = 3\sqrt{2}\,\cos\left(\frac{3}{2}\,t + 45^o\right) \quad (V, s).$$

2- No circuito da Figura 7, es(t) é uma onda quadrada com patamares 0 V e 1 V, e período 2 s. A forma de onda de v(t) está representada na Figura 8. Se este circuito está ligado há muito tempo, qual é o valor mínimo aproximado de v(t), ou seja, vm?

a) 0,314 V
b) 1 V
c) 0,54 V
d) 0,27 V
e) n.d.a.

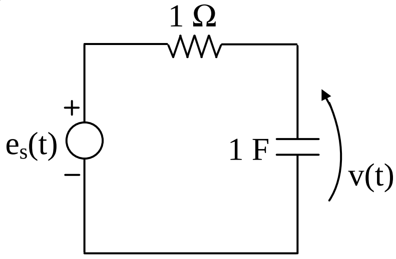


Figura 7

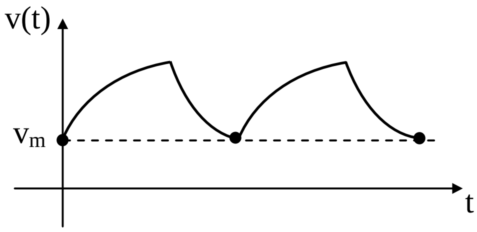


Figura 8

Resolução:
A curva v(t) tem 2 trechos:

- $v_1(t) = (v_m - 1)\, e^{-t} + 1 \;\rightarrow\;$ em t = 0 vale v_m e tende a 1 V correspondendo à carga completa do capacitor.
- $v_2(t) = \underbrace{[(v_m - 1)\, e^{-1} + 1]}_{\text{valor máximo, calculado por } v_1(1s)} \cdot e^{-(t-1)} \;\rightarrow\;$ em t = 0 vale $v_1(1s)$ e tende a 0 V.

Agora, é só impor que $v_2(2s)$ seja igual a v_m:

$$[(v_m - 1)\, e^{-1} + 1] \cdot e^{-1} = v_m \;\Rightarrow\; v_m\, e^{-1} - v_m\, e = e^{-1} - 1$$

$$\Rightarrow \quad v_m = \frac{e^{-1} - 1}{e^{-1} - e} \cong 0{,}27 \text{ V}$$

3- Ainda no circuito da Figura 7, considere es(t) = 0 (o gerador foi trocado por um curto) e sendo v(0) = 0,6 V, determine o intervalo de tempo (aproximado) para que metade da energia armazenada no capacitor seja dissipada:

a) 1 s
b) 0,54 s
c) 0,35 s
d) 0,21 s
e) n.d.a.

Resolução:
Nesse caso, $v(t) = 0{,}6\, e^{-t}$ (V, s).

Logo, $E_{cap}(t) = \dfrac{C\, v^2(t)}{2} = \dfrac{1}{2}\left(0{,}6 e^{-t}\right)^2 = 0{,}18 e^{-2t}$ (J, s)

$$0{,}18 e^{-2t} = \frac{0{,}18}{2} \;\Rightarrow\; e^{-2t} = \frac{1}{2} \;\Rightarrow\; t \cong 0{,}346 \text{ s}$$

Para os **testes 4 e 5,** considere o circuito da Figura 9, em que a chave está fechada há muito tempo e abre em t = 0.

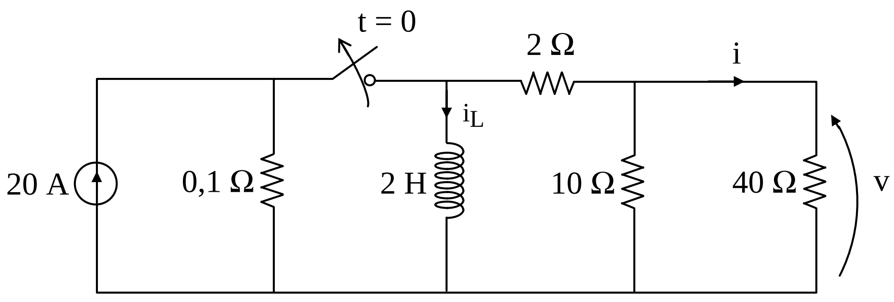


Figura 9

4- A expressão de i_L para $t \geq 0$ é:

a) $12\, e^{-3t}$
b) $20\, e^{-5t}$
c) $10\, e^{-12t}$
d) $16\, e^{-8t}$
e) n.d.a.

Resolução: Com a chave fechada há muito tempo, o indutor é um curto e $i_L(0_-) = 20$ A. Logo após a abertura da chave, a corrente do indutor não sofre descontinuidade, pois não há impulso de tensão atuando sobre ele. Assim, $i_L(0_+) = i_L(0_-) = 20$ A. Com a chave aberta, o circuito com o indutor está livre, ou seja, sem atuação da fonte independente de corrente. Logo, a resposta completa da corrente será

$$i_L(t) = i_L(0_+)e^{-t/\tau} \text{ para } t \geq 0,$$

em que $\tau = \dfrac{L}{R_{eq}}$ e R_{eq} é a resistência "vista" pelo indutor, dada por

$$(10\ \Omega\ //\ 40\ \Omega + 2\ \Omega) = 10\ \Omega.$$

Logo, $\tau = \dfrac{2}{10} = 0,2$ s. Portanto, $i_L(t) = 20e^{-5t}$ para $t \geq 0$.

5- O valor de v logo após a abertura da chave (em V) é:

a) –160
b) –120
c) –140
d) –100
e) n.d.a

Resolução: Logo após a abertura da chave, $i_L(0_+) = 20$ A. Portanto, a queda de tensão v será igual à queda de tensão sobre a associação 10 Ω // 40 Ω em virtude da corrente $i_L(0_+)$: $v = -(10//40)\, i_L(0_+) = -8 \cdot 20 = -160$ V.

6 – a)

$$762 + j1016 = \underbrace{\hat{V}}_{127\angle 0^o}\hat{I}_1^* \rightarrow \hat{I}_1 = 6 - j8 = 10\angle -53{,}1^o \text{ Aef.}$$

b)

$$\underbrace{\hat{V}}_{127\angle 0^o}\hat{I}_4^* = 0 - j608 \Rightarrow \hat{I}_4 = j4{,}78 = 4{,}78\angle 90^o \text{ Aef.}$$

c)

$$-\omega CV^2 = Q_{cap} \Rightarrow -377\, C\,(127)^2 = -608 \Rightarrow C \cong 100\ \mu F$$

$$f\,p = \frac{P}{\sqrt{P^2 + Q^2}} = \frac{762}{\sqrt{(762)^2 + (1016 - 608)^2}} = \frac{762}{864{,}3} = 0{,}88 \text{ indutivo}$$

d)

$$(\,Pap\,)_{R_2\ e\ Y} = 762 + j1016 - 500 = 262 + j1016$$

$$\hat{V}_2 = \hat{V} - \hat{V}_1 = 127\underline{/\,0^o} - 50\underline{/\,-53{,}1^o} = 104{,}8\underline{/\,22{,}4^o}$$

$$(\,\text{Pap}\,)_{R_2\text{ e }Y} = Y^*_{(R_2\text{ e }Y)}\,V_2^2 = (\,G_2 - jB_3\,)\,\underbrace{V_2^2}_{(\,104{,}8\,)^2} = 262 + j1016$$

$$G_2 - j\,B_3 = 2{,}39\,.10^{-2} + j\,9{,}25\,.10^{-2}$$

$$R_2 = \frac{1}{2{,}39\,.10^{-2}} = 41{,}9\ \Omega \qquad B_3 = -9{,}25\,.10^{-2}$$

$$\text{mas admitância indutiva} = \frac{1}{j\omega L} = -j\,\frac{1}{\omega L}$$

$$\frac{1}{\omega L} = 9{,}25.10^{-2} \;\Rightarrow\; L = 28{,}7\ \text{mH}$$

Para os **testes de 7 a 10**, considere uma linha monofásica de um circuito de distribuição de 127 Vef e 60 Hz, alimentando um motor de 1 kW com fator de potência 0,8 atrasado, 12 lâmpadas incandescentes de 60 W cada e uma carga indutiva, conforme mostrado na Figura 4. Sabe-se que quando a chave está na posição 1 a potência aparente complexa total fornecida às cargas vale $P_{ap} = 1881{,}3 + j\,911{,}3$ VA.

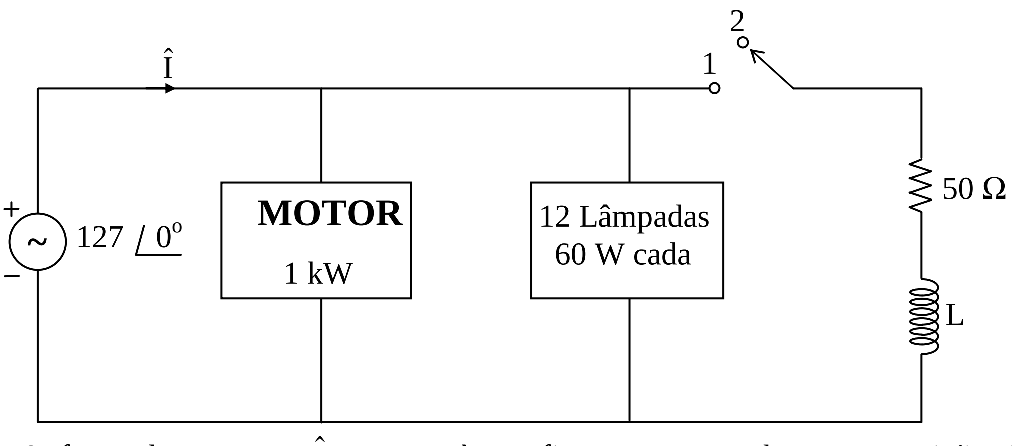


Figura 4

7 – O fasor de corrente $\hat{I}$ em ampères eficazes com a chave na posição 1 vale aproximadamente:

a) $16{,}5\ \underline{/\,-25{,}8^o}$
b) $28{,}6\ \underline{/\,-35^o}$
c) $16{,}5\ \underline{/\,25{,}8^o}$
d) $28{,}6\ \underline{/\,35^o}$
e) n.d.a.

<u>Resolução:</u> Com a chave na posição 1, temos

$$\text{Pap} = \hat{V}\,\hat{I}^* = 1881{,}3 + j911{,}3$$

$$\hat{V} = 127\underline{/\,0^o} \;\Rightarrow\; \hat{I}^* = \frac{1881{,}3 + j911{,}3}{127} = 16{,}5\underline{/\,25{,}8}\ \text{Aef}$$

$$\Rightarrow\; \hat{I} = 16{,}5\underline{/\,-25{,}8}\ \ \text{Aef}$$

8– A indutância L vale:

a) 15 mH
b) 50,4 H
c) 1 H
d) 133,7 mH
e) n.d.a.

Resolução: Potência ativa da instalação:

$$P = 1881{,}3 = 1000 + (12.60) + 50\left|\hat{I}_L\right|^2 \Rightarrow \left|\hat{I}_L\right|^2 = 3{,}2$$

Potência reativa da instalação:

$$Q = 911{,}3 = 1000.\frac{0{,}6}{0{,}8} + X\left|\hat{I}_L\right|^2 \Rightarrow X = 50{,}4\ \Omega$$

$$X = \omega L \Rightarrow L = 50{,}4/377 = 0{,}1337 \Rightarrow L = 133{,}7\ \text{mH}$$

9 – Com a chave na posição 1, o capacitor C que corrige o fator de potência para 1 deve ter capacitância aproximadamente igual a:

a) 56,5 mF
b) 149,9 µF
c) 19 mF
d) 33 µF
e) n.d.a.

Resolução: $Q_C = -911{,}3$ VAr

$$C = \frac{|Q_C|}{\left|\hat{V}_C\right|^2 \omega}$$

$$C = \frac{911{,}3}{127^2.377} \qquad C = 149{,}9\ \mu F$$

10 – Com a chave na posição 2 e sem o capacitor, o fator de potência da instalação passa a ser igual a:

a) 0,8 indutivo
b) 0,9 capacitivo
c) 0,92 indutivo
d) 0,4 indutivo
e) n.d.a.

Resolução: Com a chave na posição 2 e sem o capacitor, temos

Potência ativa $P = 1000 + 12.60 = 1720$ W

Potência reativa $Q = \dfrac{1000.0{,}6}{0{,}8} = 750$ VAr

$$|Pap| = \sqrt{P^2 + Q^2} = 1876{,}4\ \text{VA}$$

$$f\,p = \frac{P}{|Pap|} = \frac{1720}{1876{,}4} = 0{,}917 \cong 0{,}92\ \text{indutivo}$$