O PROBLEMA DE PROGRAMAÇÃO DA PRODUÇÃO

O PROBLEMA DE PROGRAMAÇÃO DA PRODUÇÃO - EXEMPLOS MAIS ELABORADOS

Idéia geral

- Considere a existência de $k = 1 \cdots K$ recursos e $i = 1 \cdots n$ produtos.
- Recursos limitados (Cap_k).
- A produção de cada produto i consome uma quantidade de cada tipo de recurso k (a_{ik}).
- Cada produto representa um lucro (c_i).
- Há uma demanda mínima (d_i) e máxima (D_i).
- Variáveis de decisão: X_i= Quantidade produzida de cada produto i.

Modelo Geral

$$\text{Maximizar} \quad f(\mathbf{x_1}, \mathbf{x_2}, \dots, \mathbf{x_n}) = \sum_{i=1}^{n} c_i x_i$$

$$\text{Sujeito a:} \quad \begin{cases} \sum_{i=1}^{n} a_k x_i \leq Cap_k, k = 1, \dots, K \\ d_i \leq x_i \leq D_i, i = 1, \dots, n. \end{cases}$$

Problema de planejamento da produção

Uma empresa fabrica diversos produtos e tem uma carteira de pedidos para o mês atual. Existe mais de uma maneira de produzir cada item (tecnologias diferentes). O problema é escolher que recursos usar para fabricação de cada produto (com o menor custo possível).

- c_{ij} - custo de fabricar uma unidade do produto i utilizando o processo j.
- d_i - demanda do produto i.
- cap_k - quantidade disponível do recurso k.
- a_{ijk} - quantidade do recurso k necessária para produzir uma unidade do produto i por meio do processo j.
- J_i - conjunto dos processos que podem ser utilizados para fabricar o produto i.

Programação da Produção - Multiplos recursos e processos

Variáveis – x_{ij} - quantidade do produto i fabricado por meio do processo j.

$$\text{Minimizar} \quad \sum_{i=1}^{n} \sum_{j \in J_i} c_{ij} x_{ij}$$

$$\text{Sendo:} \quad \begin{cases} \sum_{j \in J_i} x_{ij} = d_i, i = 1, \ldots, m \\ \sum_{i=1}^{n} \sum_{j \in J_i} a_{ijk} x_{ij} \leq Cap_k, k = 1, \ldots, K \\ 0 \leq x_{ij}, j = 1, \ldots, J, i = 1, \ldots, n. \end{cases}$$

Planejamento da Produção : Problema de Dimensionamento de Lotes

Empresas de manufatura fabricam diversos tipos de produtos solicitados por diferentes clientes, muitas vezes em grandes quantidades, os quais devem estar prontos para entrega em diferentes datas previamente agendadas. Como as fábricas têm capacidades de produção limitadas (máquinas, mão-de-obra e outros), é necessário planejar a produção, isto é, decidir o que e quanto produzir (em outras palavras, dimensionar os lotes da produção) em cada período de um horizonte de planejamento.

Planejamento da Produção : Problema de Dimensionamento de Lotes

A necessidade de antecipação da fabricação de produtos (estocados de um período para o outro) acarreta em custos de estocagem e algumas dificuldades operacionais. No planejamento da produção, deseja-se determinar o tamanho dos lotes de produção, para atender a demanda na data solicitada e de modo que a soma dos custos de produção e estocagem seja mínima.

Problema de Dimensionamento de Lotes - Monoestágio

Considere uma fábrica que produz n produtos e deseja planejar sua produção para os próximos T períodos de tempo. São conhecidos:

- d_{it} - A demanda de cada item i em cada período t é conhecida .
- Podemos estocar no final de cada período (I_{it}).
- cap_t - quantidade disponível do recurso em cada período de tempo t.
- A produção de cada produto i requer quantidade conhecida de cada recurso a_i.
- Os recursos são renováveis (por período).
- c_{it} - custo de fabricar uma unidade do produto i no período t.
- h_{it} - custo de estocar uma unidade do produto i no final do período t.

Problema de Dimensionamento de Lotes - Monoestágio

Variáveis de Decisão:

- x_{it} - quantidade do produto i fabricado no período t .
- I_{it} - quantidade do produto i estocada no final do período t .

Objetivo: Determinar o plano de produção dos n produtos de maneira a minimizar os custos de produção e estoque.

Problema de Dimensionamento de Lotes - Monoestágio - modelo matemático

$$\text{Minimizar} \quad \sum_{t=1}^{T}\sum_{i=1}^{n}(c_{it}x_{it} + h_{it}I_{it})$$

$$\text{Sujeito a:} \quad \begin{cases} x_{it} + I_{i,t-1} = d_{it} + I_{i,t}, t = 1, \dots, T, i = 1, \dots, n \\ \sum_{i=1}^{n} a_i x_{it} \leq Cap_t, t = 1, \dots, T \\ x_{it} \geq 0, I_{it} \geq 0 t = 1, \dots, T, i = 1, \dots, n. \end{cases}$$

e se aceitamos atrasos na entrega (backlogging) ?

$I_{it} = I_{it}^{+} - I_{it}^{-}$, $I_{it}^{+} \geq 0$, $I_{it}^{-} \geq 0$

Problema de Dimensionamento de Lotes - Multi-estágio

- Em muitos casos, a produção de um item necessita a produção anterior de um outro ítem (computador - placa mãe).
- Podemos estocar no final de cada período (I_{it}).
- Itens intermediários podem ter demanda exterior (ex. teclado).

Problema de Dimensionamento de Lotes - Multi-estágio

A produção de cada produto j requer quantidade conhecida de cada recurso i - item sucessor de i - quantidade dada por: r_{ij}.

$$\text{Minimizar} \quad \sum_{t=1}^{T}\sum_{i=1}^{n}(c_{it}x_{it} + h_{it}I_{it})$$

$$\text{Sujeito a:} \quad \begin{cases} x_{it} + I_{i,t-1} = d_{it} + \sum_{j \in S_i} r_{i,j}x_{jt}, t = 1, \ldots, T, i = 1, \ldots, n \\ \sum_{i=1}^{n} a_i x_{it} \leq Cap_t, t = 1, \ldots, T \\ x_{it} \geq 0, I_{it} \geq 0 t = 1, \ldots, T, i = 1, \ldots, n. \end{cases}$$

O Problema de Dimensionamento de Lotes

O PROBLEMA DE DIMENSIONAMENTO DE LOTES Exercício
Livro Pesquisa Operacional - página 29

Introdução

- Empresas fabricam diversos tipos de produtos;
- Produtos demandados por clientes em datas específicas;
- Fábricas com capacidade limitada de produção;
- Antecipação na produção acarreta custos de estocagem estoque;

Exemplo - Fábrica de pré-moldados

- Fabricar dois tipos de vigas com demandas conhecidas para três semanas

Demanda de vigas	Período 1	Período 2	Período 3
Item 1	100	90	120
Item 2	40	50	80

Exemplo - Fábrica de pré-moldados

Suponha a disponibilidade de 40 horas de trabalho por período

- produzir 1 unidade do item 1 consume 15 minutos
- produzir 1 unidade do item 2 consume 20 minutos

Custo de produção são conhecidos:

Custos de produção	Período 1	Período 2	Período 3
Item 1	20	20	30
Item 2	20	20	30

Exemplo - Fábrica de pré-moldados

Admite-se estocar a produção para ser utilizada nos períodos seguinte com os seguintes custos:

Custo de Estoque	Período 1	Período 2
Item 1	2	3
Item 2	2,5	3,5

Exemplo - Fábrica de pré-moldados

- **Objetivo:** determinar o tamanho dos lotes para produção, atendendo a demanda na data com custos de produção e estocagem mínimos.

Variáveis de decisão:

x_{it} = quantidade da viga do tipo i produzida no período t.
I_{it} = quantidade da viga do tipo i estocada no final do período t.

Modelo Matemático

Modelo Matemático:

$$min\ f(x_{11}, x_{12}, x_{13}, x_{21}, x_{22}, x_{23}, I_{11}, I_{12}, I_{21}, I_{22}) =$$
$$20x_{11} + 20x_{12} + 30x_{13} + 20x_{21} + 20x_{22} + 30x_{23} + 2I_{11} + 3I_{12} + 2,5I_{21} + 3,5I_{22}$$

$$\begin{aligned}
x_{11} - I_{11} &= 100 \\
x_{12} + I_{11} - I_{12} &= 90 \\
x_{13} + I_{12} &= 120 \\
x_{21} - I_{21} &= 40 \\
x_{22} + I_{21} - I_{22} &= 70 \\
x_{23} + I_{22} &= 80 \\
1/4x_{11} + 1/3x_{21} &\leq 40 \\
1/4x_{12} + 1/3x_{22} &\leq 40 \\
1/4x_{13} + 1/3x_{23} &\leq 40
\end{aligned}$$

$$x_{11}, x_{12}, x_{13}, x_{21}, x_{22}, x_{23}, I_{11}, I_{12}, I_{21}, I_{22} \geq 0$$