Mecânica Clássica 2 (Semestre 2 de 2017): Lista 6

1. Usando o a formulação Lagrangeana para sistemas contínuos:
   - mostre que a equação para pequenas perturbações numa corda é dada por $L = (1/2)\int[\rho\dot{y}^2 - T(\partial y/\partial x)^2]dx$, sendo ρ a densidade da corda e T a tensão aplicada.
   - Obtenha a equação de Lagrange para a corda. Qual a velocidade de propoagação da onda?
2. Mostre que vibrações transversais numa mola podem ser descritas aproximadamente por um sistemas discreto de massas puntiformes igualmente espaçadas e ligadas por molas ideais. Mostre que quando a distância entre os pontos tende a zero a Lagrangeana do sistema fica $L = (1/2)\int[\rho\dot{y}^2 - T(\partial y/\partial x)^2]dx$, sendo T a tensão aplicada.
3. A partir do formalismo Lagrangeano para sistemas contínuos, obtenha o a função Hamiltoniana usando transformações de Legendre.
4. Mostre que se ψ e ψ^* são dois campos independentes,a densidade lagrangeana

$$\mathcal{L} = \frac{h^2}{8\pi^2 m}\nabla\psi\nabla\psi^* + V\psi\psi^* + \frac{h}{2\pi i}(\psi\psi^* - \psi\psi^*) \tag{1}$$

   leva às equação de Schroedinger

$$-\frac{h^2}{8\pi^2 m}\nabla\psi^2 + V\psi = \frac{ih}{2\pi}\frac{\partial\psi}{\partial t} \tag{2}$$

5. Mostre que a densidade Lagrangeana

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{16\pi}\sum_{\mu,\nu}\left(\frac{\partial A_\mu}{\partial x_\nu} - \left(\frac{\partial A_\nu}{\partial x_\mu}\right)^2 - \frac{1}{8\pi}\sum_{\mu}\left(\frac{\partial A_\mu}{\partial x_\mu}\right)^2 + \sum_{\mu}\frac{j_\mu A_\mu}{c} \tag{3}$$

   leva à equação de onda para o potencial vetor.