Exercícios de MAP2321- 2017 | Lista 5

1. Verifique se o seguinte sistema linear é observável:

$$\begin{aligned}
\dot{x}_1 &= 2x_1 - x_2 + x_3 + u_1 \\
\dot{x}_2 &= x_2 + 4x_3 \\
\dot{x}_3 &= -x_1 + 2x_3 + u_2 \\
y &= x_1 + x_2
\end{aligned}$$

2. Seja A uma matriz $n \times n$ e C uma matriz $p \times n$. Mostre que se o par (A, C) tem pares de vetores indistinguíveis então o espaço vetorial $\cap_{k=0}^{n-1} \mathrm{Ker} CA^k$ tem dimensão maior ou igual a um.

3. Mostre que

$$\cap_{k=0}^{n-1} \mathrm{Ker} CA^k = \ker \begin{bmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{bmatrix}$$

4. Use a dualidade entre controlabilidade e observabilidade para mostrar o seguinte: Se (A, C) não é observável, então existe uma matriz inversível P tal que $A_1 = P^{-1}AP$ e $C_1 = CP$ são tais que

$$A_1 = \begin{bmatrix} A_{11} & \mathbf{0} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \text{ e } C_1 = \begin{bmatrix} C_{11} & \mathbf{0} \end{bmatrix}$$

Com (A_{11}, C_{11}) observável.

5. Construa um exemplo que ilustre o teorema do exercício acima.