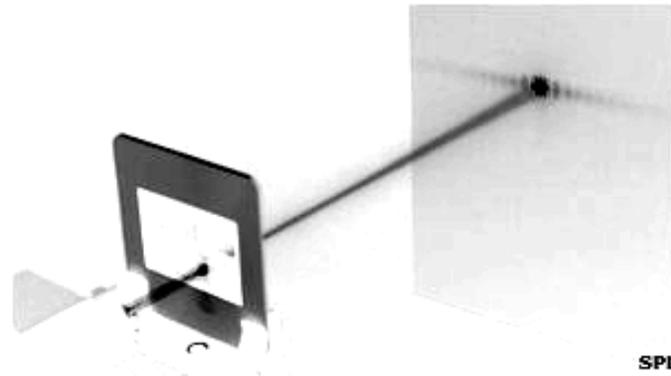


**Objetivos:** Com um feixe de luz laser estudar fenômenos de difração e interferência.

## 1) Difração de Fraunhofer com Fenda Simples

Um feixe de luz laser, incidente em uma fenda estreita, produz num anteparo colocado longe da fenda (condição de Fraunhofer), uma figura de difração constituída de regiões com luz e regiões escuras, sem luz.

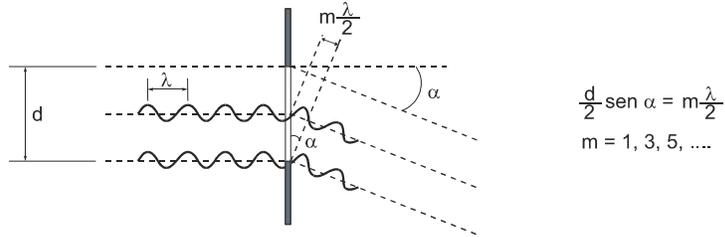


**Figura 1:** Difração numa fenda simples. Note que a franja central, de ordem zero, é mais larga e mais intensa que as restantes. Imagem: <http://news.bbcimg.co.uk>

A posição dos mínimos de intensidade (regiões sem luz) podem ser calculados usando o princípio de Huygens: *cada ponto na fenda é considerado uma fonte de luz pontual (uma abstração matemática)*. Dividindo a fenda em 2 partes iguais como mostrado na Figura 2, analisamos duas ondas, uma que parte da borda inferior e outra, exatamente do meio da fenda, distantes entre si  $d/2$ . Uma vez que por construção as ondas são coerentes (*as ondas emitidas pela linha de fontes pontuais estão todas em fase*) essas ondas interferem destrutivamente (produzindo uma região escura) quando a diferença de percurso  $(d/2)\sin\alpha$  for igual a um múltiplo ímpar de meio comprimentos de onda:  $m(\lambda/2)$ , com  $m = 1, 3, 5, \dots$ . Cada onda na metade inferior da fenda tem uma onda correspondente na metade superior, com a qual interfere, produzindo uma região escura

na região definida pelo ângulo  $\alpha$ . Assim, todas as ondas de "fontes" que distam  $d/2$  interferem destrutivamente quando  $\sin \alpha = m\lambda/d$ :

$$\frac{d}{2} \sin \alpha = m \frac{\lambda}{2} \quad \text{ou} \quad d \sin \alpha = m\lambda \quad \text{com } m = 1, 3, 5\dots$$



**Figura 2.** Determinando a posição dos mínimos de difração.

Outra condição de interferência destrutiva ocorre entre ondas emitidas por fontes que distam  $d/4$  entre si. Nesse caso

$$\frac{d}{4} \sin \alpha = m \frac{\lambda}{2} \quad \text{ou} \quad d \sin \alpha = 2m\lambda \quad \text{com } m = 1, 3, 5\dots$$

Também podemos combinar ondas de fontes que distam  $d/6$ ,  $d/8$ , etc. Concluímos que os mínimos de difração ocorrem quando:

- $d \sin \alpha = 1\lambda$  usando  $d/2$  e  $m = 1$
- $d \sin \alpha = 2\lambda$  usando  $d/4$  e  $m = 1$
- $d \sin \alpha = 3\lambda$  usando  $d/2$  e  $m = 3$  ou usando  $d/6$  e  $m = 1$
- $d \sin \alpha = 4\lambda$  usando  $d/8$  e  $m = 1$

e assim por diante...O que sugere uma equação geral:

**Mínimos de difração da fenda simples:**

$$d \sin \alpha = m\lambda \quad m = 1, 2, 3, 4\dots \quad (1.1)$$

onde  $d$  é a largura da fenda,  $\alpha$ , o ângulo de observação em relação à direção do feixe incidente,  $\lambda$ , o comprimento de onda da luz e  $m$  é a ordem ( $1^{\text{a}}$ ,  $2^{\text{a}}$  etc..) do mínimo.

Em geral, um experimento de difração é usado para medir o tamanho do objeto que difrata a luz (em nosso caso uma fenda). Uma vez que é mais fácil medir a distância entre dois mínimos simétricos, na Figura 3b, indicamos a distância  $a_m$  entre dois mínimos de ordem  $m$ , simétricos em relação ao máximo central. Com um pouco de geometria:

$$\text{tg } \alpha_m = \frac{(a_m/2)}{D} \quad (1.2)$$

onde  $D$  é a distância entre a fenda e o anteparo.

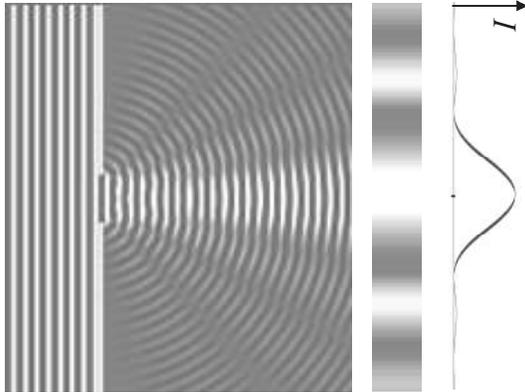


Figura 3a. Frentes de onda e imagem da difração por fenda única. O máximo central é mais largo e muito mais intenso que os máximos secundários.

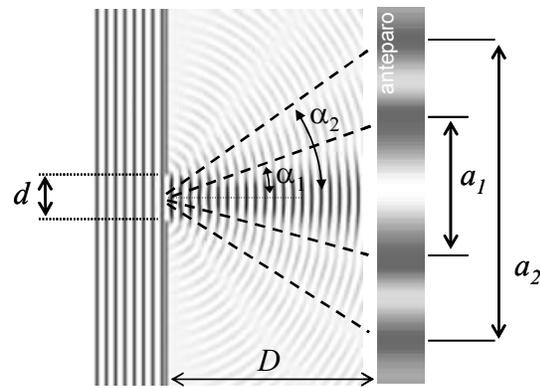


Figura 3b. Construção geométrica para medida precisa das posições dos mínimos de difração.

Usando  $\alpha_m \approx \text{tg} \alpha_m \approx \sin \alpha_m$  para  $\alpha_m$  pequeno (tipicamente  $< 30^\circ$ ),

**Mínimos de difração da fenda simples:**

$$a_m = \frac{2m\lambda D}{d} \quad \text{ou} \quad d = \frac{2m\lambda D}{a_m} \quad m = 1, 2, 3, 4 \dots \quad (1.3)$$

**Incerteza em  $d$ :** Numa experiência de difração, em geral medimos  $D$  e  $a_m$  para determinar a largura da fenda. As medidas  $D$  e  $a$  são linearmente independentes (ou seja, uma não depende da outra). Supondo que o comprimento de onda,  $\lambda$  tem incerteza relativa desprezível:

$$(\sigma_d)^2 = \left(\frac{\partial d}{\partial D}\right)^2 \sigma_D^2 + \left(\frac{\partial d}{\partial a}\right)^2 \sigma_a^2 \quad (1.4)$$

e dividindo ambos os membros por  $d^2$

$$\left(\frac{\sigma_d}{d}\right)^2 = \left(\frac{\frac{2m\lambda}{a} \sigma_D}{\frac{2m\lambda D}{a}}\right)^2 + \left(\frac{\frac{2m\lambda D}{a^2} \sigma_a}{\frac{2m\lambda D}{a}}\right)^2 \quad (1.5)$$

obtemos um resultado conhecido: Na divisão ou multiplicação, somam-se as incertezas relativas:

$$\left(\frac{\sigma_d}{d}\right)^2 = \left(\frac{\sigma_D}{D}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_a}{a}\right)^2 \quad (1.6)$$

Uma vez que  $D$  pode ser medido com bastante precisão, a incerteza relativa de  $d$  é essencialmente a incerteza relativa da distância,  $a_m$ . Essa é portanto a medida que determina a incerteza na largura da fenda.

$$\frac{\sigma_d}{d} = \frac{\sigma_a}{a} \quad (1.7)$$

## 2) Interferência em Fenda Dupla na condição de Fraunhofer (anteparo longe da fenda)

Numa fenda dupla, além do fenômeno de difração já descrito, haverá interferência entre os feixes de luz provenientes de cada fenda. Usando o princípio de Huygens. Cada fenda será tratada como uma fonte pontual coerente cujas ondas interferem entre si. Com isso a figura obtida no anteparo é uma figura de difração e interferência superpostas. Se tamparmos uma das fendas, a difração permanece, mas a interferência desaparece.

Na interferência, cada fenda é tratada como se fosse uma fonte pontual coerente cujas ondas interferem entre si. Os mínimos de interferência são obtidos usando a Figura 4a.

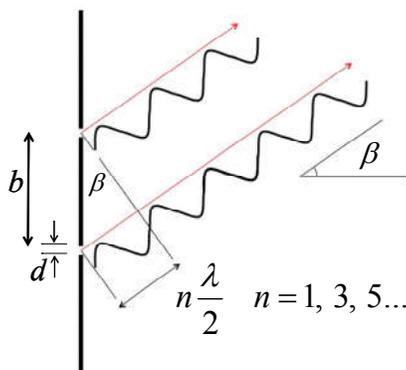


Figura 4a. Diagrama para calcular a posição dos mínimos de interferência num experiência de fenda dupla.

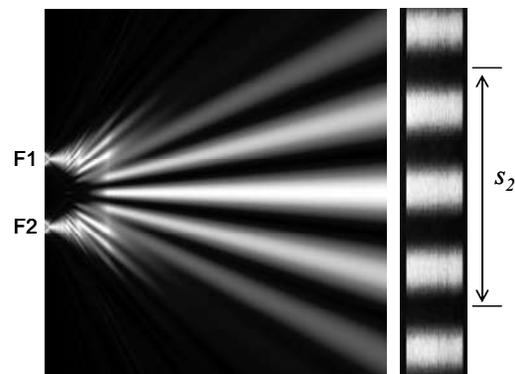


Figura 4b. Imagem de interferência de ondas emergentes de duas fendas, F1 e F2. Na condição de Fraunhofer, a largura dos máximos é constante.

Com o diagrama na Figura 4a, podemos calcular a condição para obter mínimos de interferência: A diferença de percurso das ondas  $b \sin \beta$  deve ser igual a um número ímpar da meio-comprimentos de onda:

$$b \sin \beta = n \frac{\lambda}{2} \quad \text{com } m = 1, 3, 5... \quad (2.1)$$

A distância entre dois mínimos simétricos  $s_n$  de interferência, de ordem  $n$ , é obtida de maneira análoga ao caso de difração:

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{(s_n/2)}{D} \quad (2.2)$$

Usando  $\beta \approx \operatorname{tg} \beta \approx \sin \beta$  para  $\beta$  pequeno ( $< 30^\circ$ ),

**Mínimos de interferência com duas fendas:**

$$s_n = \frac{n\lambda D}{b} \quad \text{ou} \quad b = \frac{n\lambda D}{s_n} \quad n = 1, 3, 5... \quad (2.3)$$

onde  $b$  é a separação entre as fendas.

A distância entre dois mínimos consecutivos de interferência vale

$$\Delta s = \frac{\lambda D}{b} \quad (2.4)$$

### 3) Difração e Interferência em Fenda Dupla. Condição de Fraunhofer

Num arranjo com duas ou mais fendas ocorrem a difração e a interferência simultaneamente. O diagrama na Figura 5a detalha as condições e a defasagem entre as ondas. Nesse caso, a imagem no anteparo depende dos valores de  $b$  e  $d$ .

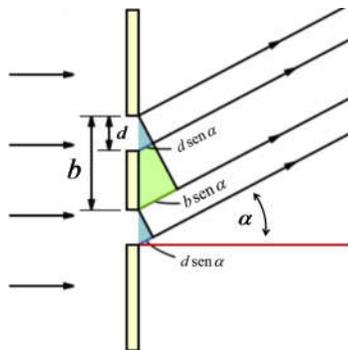


Figura 5a. Difração e interferência em duas fendas. <https://en.wikibooks.org>.

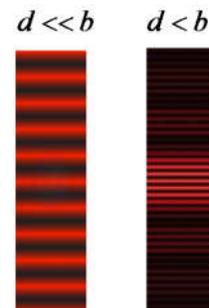


Figura 5b. Difração e interferência em duas fendas. Quando  $d$  é muito pequeno, a imagem da difração é tão larga que só aparecem o máximo central e a interferência entre as ondas de cada fenda.