

Mecânica Quântica — 7600022

Quinta Lista — teste no dia 17/10/2017

1. Demonstre a identidade

$$[AB, C] = A[B, C] + [A, C]B$$

2. Na Mecânica Clássica, podemos definir o momento angular como $\vec{L} = -\vec{p} \times \vec{r}$. Na Mecânica Quântica, poderíamos definir o momento angular pela igualdade

$$\vec{L} = -\vec{P} \times \vec{R}?$$

Explique por quê.

3. Encontre a constante γ na igualdade

$$L_-|\ell, m\rangle = \hbar\gamma|\ell, m-1\rangle.$$

4. Calcule os elementos de matriz

(a) $\langle \ell, \ell | L_+ L_- + L_- L_+ | \ell, \ell \rangle$

(b) $\langle \ell, -\ell | L_+^2 | \ell, -\ell + 2 \rangle$

(c) $\langle \ell, \ell | L_-^2 | \ell, \ell - 2 \rangle$

5. Calcule os elementos de matriz

(a) $\langle \ell, \ell | L_x | \ell, \ell - 1 \rangle$

(b) $\langle \ell, 0 | L_y | \ell, 1 \rangle$

(c) $\langle \ell, 0 | L_y | \ell, -1 \rangle$

6. Qual é o valor médio esperado de uma medida de L_x no estado $|\ell, m\rangle$. E de uma medida de L_z ?
7. Qual é o valor médio esperado de uma medida de L_x^2 no estado $|\ell, m\rangle$. E de uma medida de L_y^2 ? Dado ℓ , que valor(es) de m maximiza(m) esses valores médios? Você acha esse resultado razoável?
8. Na Mecânica Clássica, o componente L_x do momento angular se escreve, em coordenadas esféricas, na forma

$$L_x = L \sin(\theta) \cos(\phi).$$

De forma análoga, você pode encontrar L_y e L_z . Também pode definir L_+ e L_- , como na Mecânica Quântica. A partir desses resultados, compare a expressão quântica

$$L^2 = L_+ L_- - \hbar L_z + L_z^2$$

com a expressão clássica correspondente. Note que há uma distinção entre as duas e discuta a origem e a importância prática dessa distinção para um problema clássico típico (momento angular de um pião, por exemplo).

9. Considere o autoestado $|\ell, \ell\rangle$ de L^2 e L_z
- (a) Qual é o valor médio esperado de uma medida de L^2 nesse estado?
- (b) Qual é o valor médio esperado de uma medida de L_z nesse estado?
- (c) Apesar de L_z ter valor máximo nesse estado, o valor médio esperado de L^2 é maior do que o quadrado do valor esperado de L_z . Para entender por quê, empregue os resultados do problema 7 para obter os valores médios esperados de L_x^2 e L_y^2 no estado em questão.
10. Mostre que $|\ell, m\rangle$ somente é autoestado de L_x quando $\ell = m = 0$.