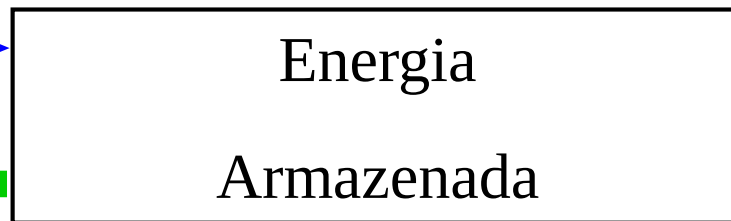


SEL 329 – CONVERSÃO ELETROMECAÂNICA DE ENERGIA

Princípios de Conversao de Energia

Princípios de Conversão Eletromecânica de Energia

Energia elétrica



Energia mecânica



Dispositivo de conversão
eletromecânica de energia

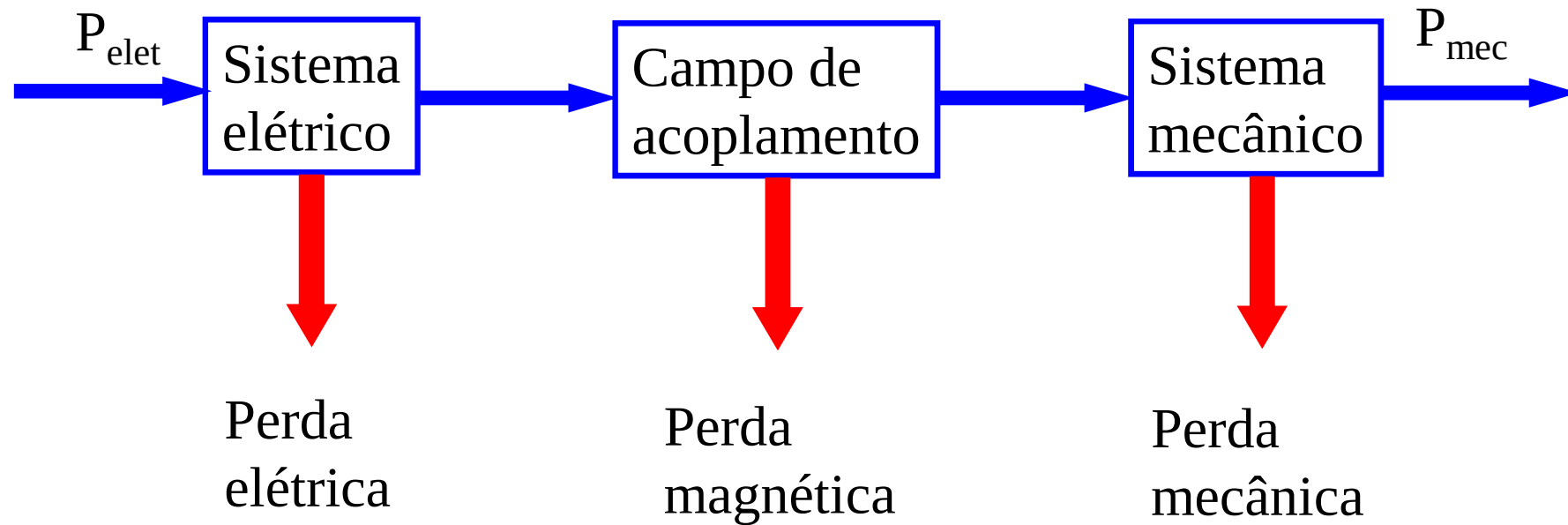
Princípios de Conversão Eletromecânica de Energia

Exemplos de transdutores eletromecânicos:

- Motores e geradores
- Microfones
- Instrumentos de medição analógicos
- Alto-falantes
- Aplicações de materiais piezoelétricos
- etc

Princípios de Conversão Eletromecânica de Energia

Assim:



Equação do Balanço de Energia

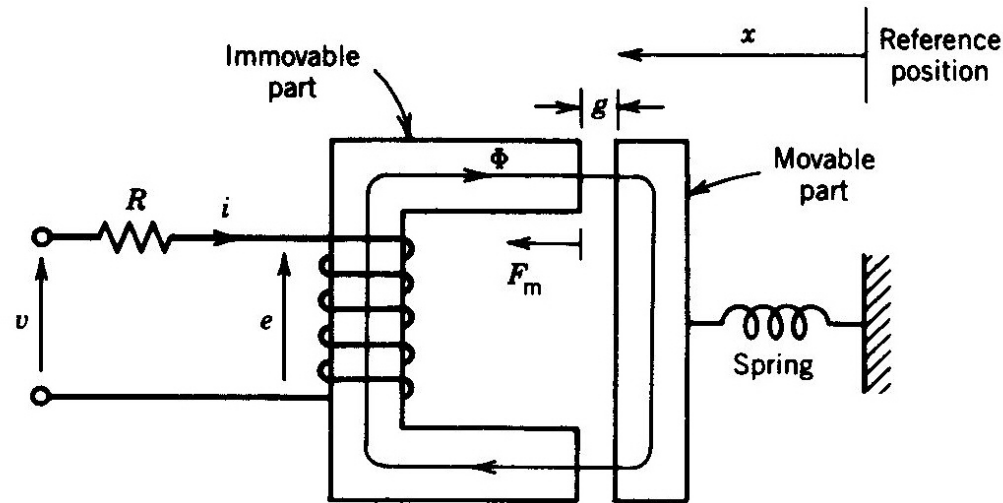
$$W_e = W_{mec} + W_{campo}$$

Considerando um intervalo de tempo incremental dt , no qual uma quantidade de energia elétrica incremental dW_e flui pelo sistema, e desprezando todas as perdas, tem-se:

$$dW_e = dW_{mec} + dW_{campo}$$

Ou seja, parte da energia é armazenada no campo e parte é convertida em energia mecânica

Dispositivos Eletromecânicos com Excitação Única



Situação 1: Admitir a parte móvel bloqueada, $dW_{\text{mec}} = 0$, resulta

$$dW_e = dW_{\text{campo}}$$

Toda a energia fornecida é armazenada no campo magnético, estabelecendo um fluxo magnético e, portanto, uma tensão induzida:

$$e = \frac{d\lambda}{dt}$$

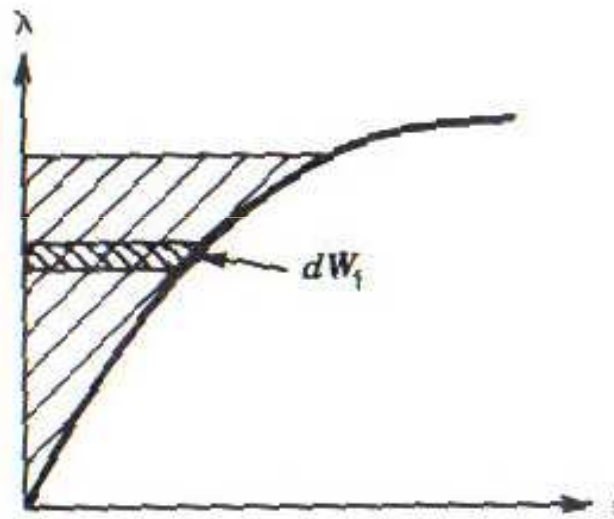
a energia elétrica adicional pode ser dada por: $dW_e = dW_{\text{campo}} = ei \, dt = \frac{d\lambda}{dt} i \, dt = i d\lambda$

Dispositivos Eletromecânicos com Excitação Única

Logo:

$$dW_{\text{campo}} = \int i d\lambda$$

a energia armazenada no campo magnético é dada pela área sobre a curva $\lambda-i$:



Considerando a parte móvel bloqueada, toda a energia elétrica incremental fornecida pela fonte será armazenada no campo magnético (desprezando as perdas)

Dispositivos Eletromecânicos com Excitação Única

Situação 2: Admitir que a fonte fornece uma quantidade constante de energia, ou seja, $dW_e=0$, e desprezando as perdas, resulta:

$$- dW_{\text{campo}} = dW_{\text{mec}}$$

Toda a energia mecânica incremental exigida é fornecida através do campo magnético.

A análise dos casos 1 e 2 mostra que a energia mecânica demandada é retirada da energia armazenada no campo magnético, que por sua vez retira energia da fonte elétrica.

Dispositivos Eletromecânicos com Excitação Única

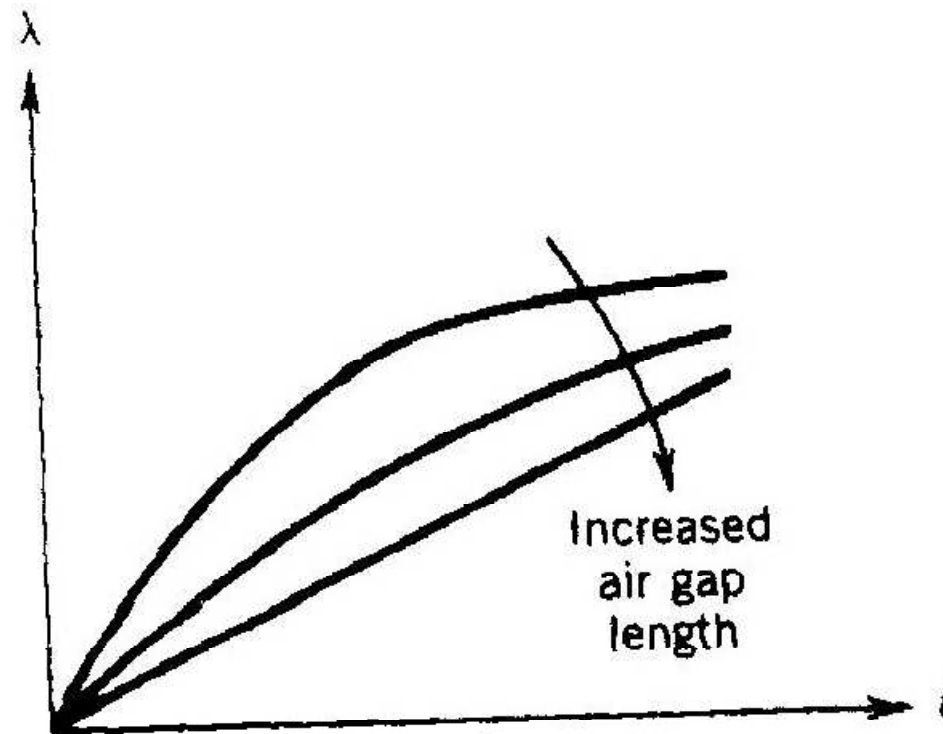
Conclusão:

A conversão de energia da forma elétrica para mecânica, ou vice-versa, se dá usando o campo magnético como agente intermediário

Cálculo de Energia **magnética**

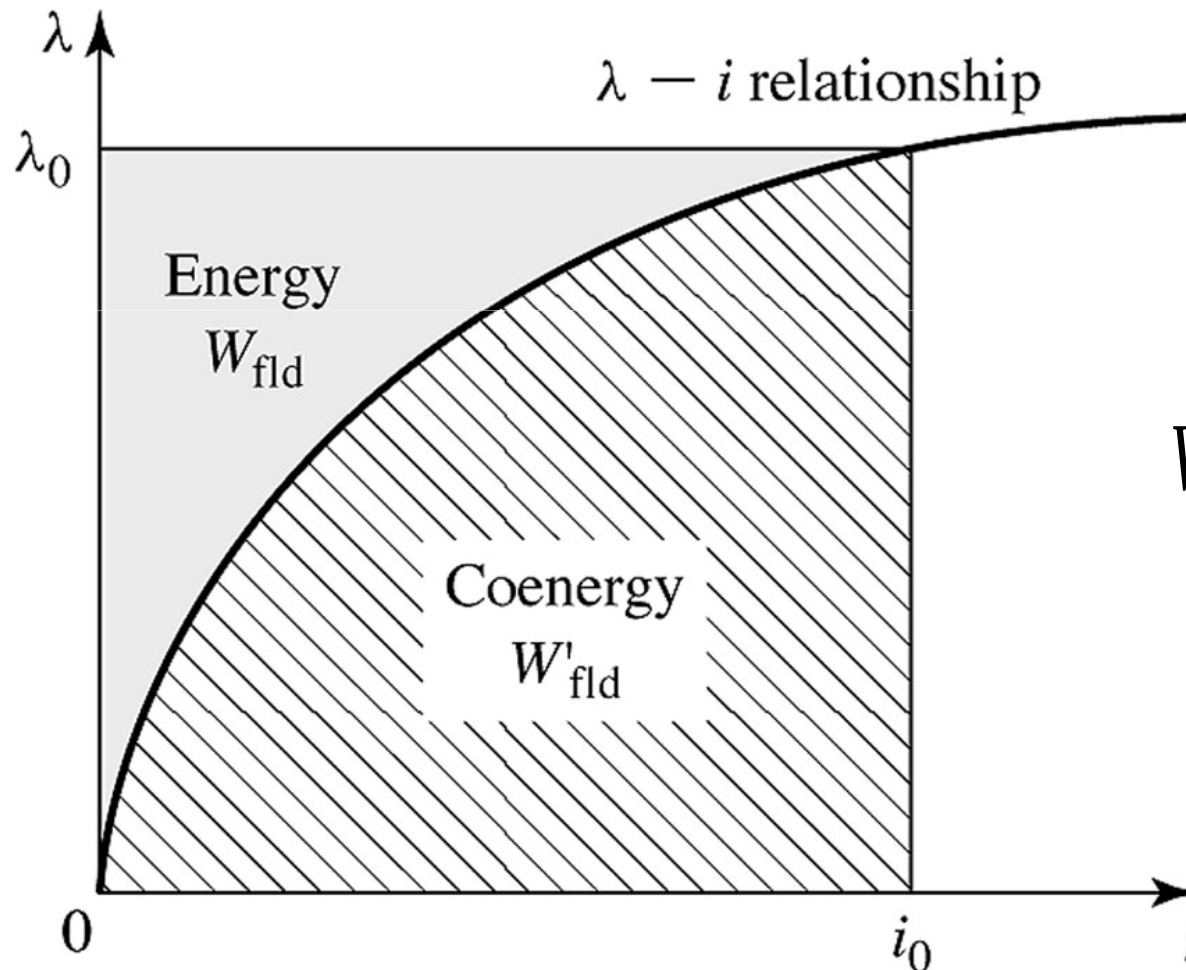
Energia e Co-Energia

A característica λ - i de um dispositivo eletromagnético depende do entreferro. Quanto maior o entreferro mais linear é a característica λ - i , uma vez que a permeabilidade do ar é constante.



Energia e Co-Energia

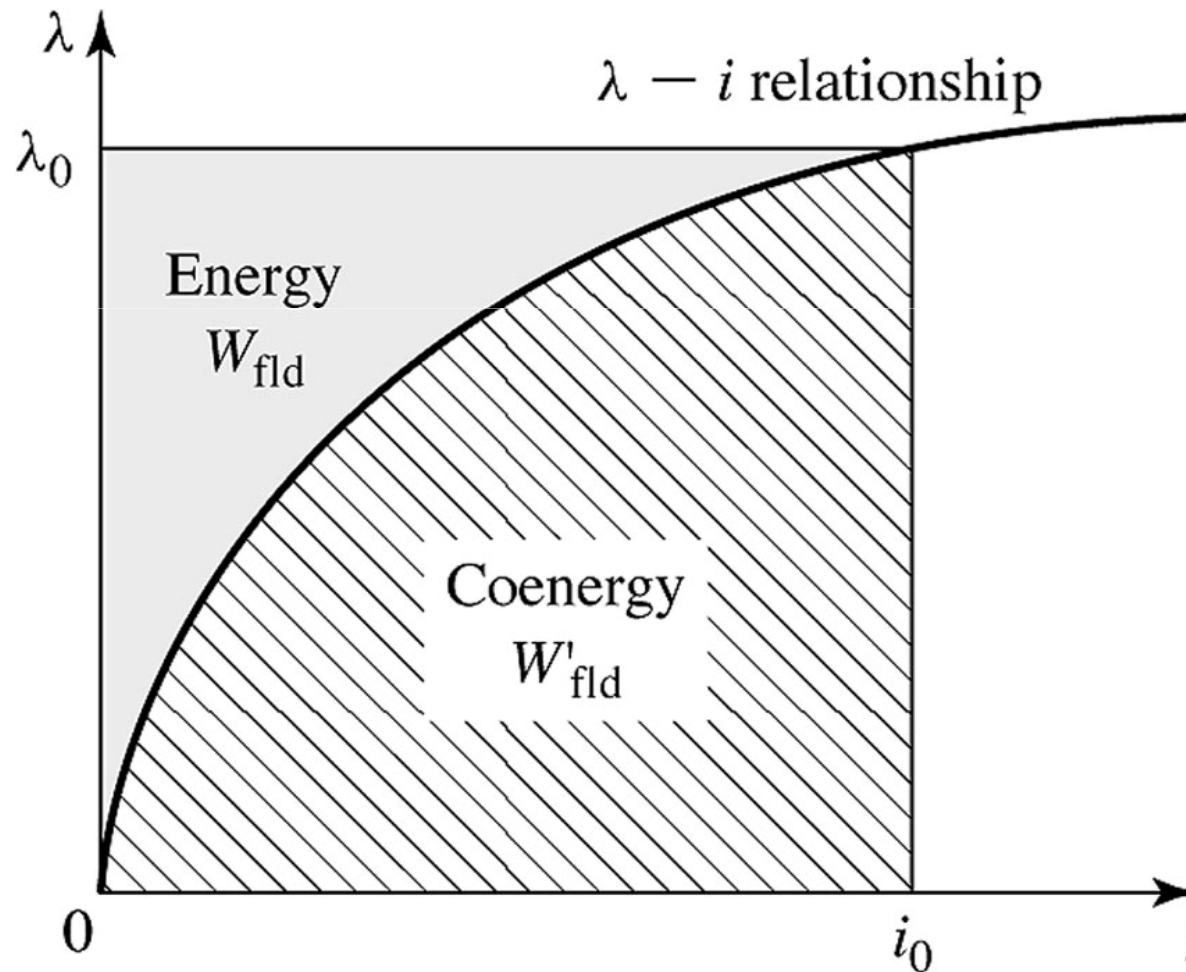
Para um dado comprimento do entreferro, a energia armazenada no campo magnético é representada pela área entre o eixo λ e a característica λ - i ,



$$W_{\text{campo}} = \int i d\lambda$$

Energia e Co-Energia

A área entre o eixo i e a curva λ - i é definida como co-energia, e pode ser obtida por:



$$W'_{\text{campo}} = \int \lambda di$$

Energia e Co-Energia

Esta quantidade não tem significado físico, mas é útil na obtenção das expressões da força ou torque desenvolvido por um sistema eletromagnético.

Tem-se então, que:

$$W_{\text{campo}} + W'_{\text{campo}} = \lambda_o i_o$$

Se $W_{\text{campo}} = W'_{\text{campo}}$ o sistema é linear, ou seja, é regido pelo entreferro.

Para um circuito magnético com entreferro

$$Ni = H_c l_c + H_g l_g$$

$$i = (H_c l_c + H_g l_g)/N$$

$$W_{\text{campo}} = \int i d\lambda$$

$$W_{\text{campo}} = \int \frac{H_c l_c + H_g l_g}{N} d\lambda$$

$$\lambda = N\Phi = NBA$$

$$W_{\text{campo}} = \int \frac{(H_c l_c + H_g l_g)NA}{N} dB$$

$$W_{\text{campo}} = \int (H_c L_c + H_g l_g) A dB$$

Para o entreferro:

$$H_g = \frac{B}{\mu_0}$$

$$W_{\text{campo}} = \int \left(H_c dBA l_c + \frac{B dB l_g A}{\mu_0} \right)$$

A l_c = volume do material magnético

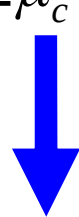
A l_g = volume do entreferro

Considerando que o sistema tem comportamento linear, então:

$$H_c = \frac{B_c}{\mu_c}$$

$$W_{\text{campo}} = \int \left(\frac{B_c dB_c (\text{Vol nucleo})}{\mu_c} + \frac{B dB (\text{Vol entreferro})}{\mu_o} \right)$$

$$W_{\text{campo}} = \frac{B_c^2}{2\mu_c} \text{Vol}_{\text{nucleo}} + \frac{B_g^2}{2\mu_o} \text{Vol}_{\text{entreferro}} \quad (\text{Energia armazenada total})$$



(Energia armazenada
no núcleo)



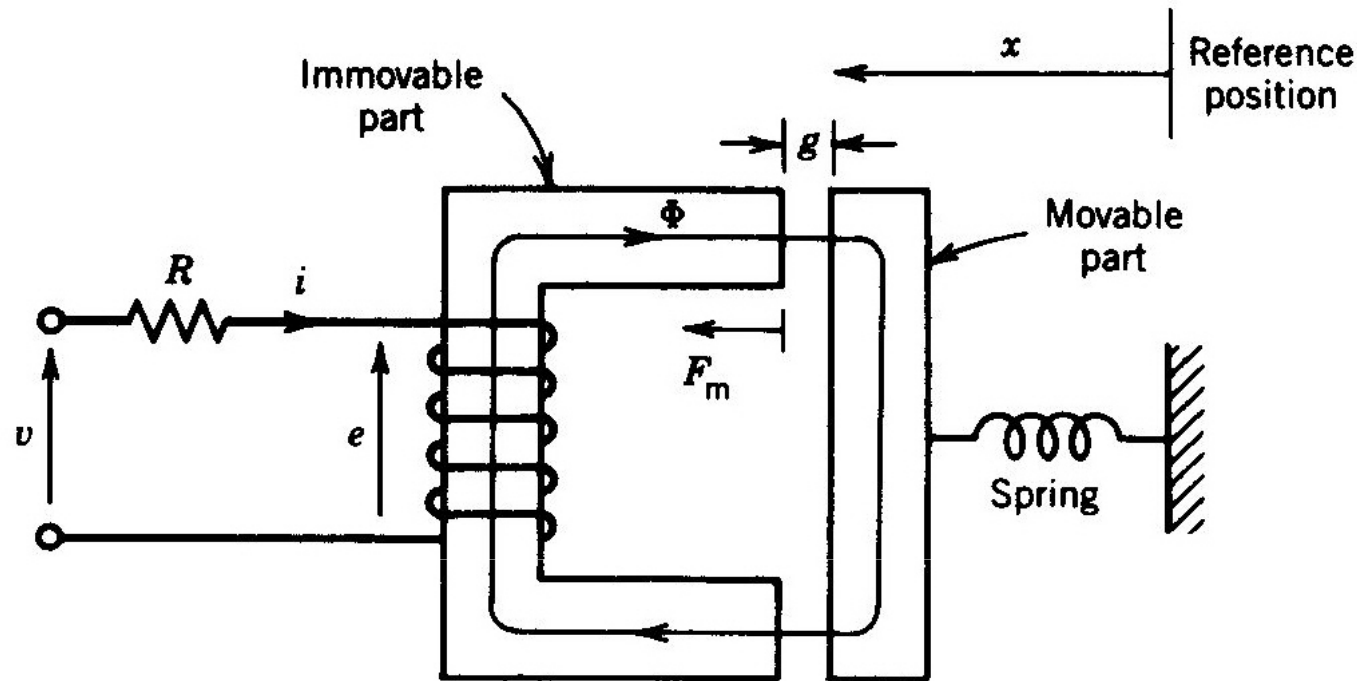
(Energia armazenada
no entreferro)

Considerando que toda a energia armazena-se no entreferro, tem-se:

$$W_{\text{campo}} = \frac{B_g^2}{2\mu_o} Vol_{\text{entreferro}}$$

Cálcula de **Força** **Magnética**

Força Magnética



- Considere que a parte móvel desloca-se de uma posição inicial ($x=x_1$) para outra posição ($x=x_2$) de forma que o entreferro na posição x_2 seja menor do que em x_1 ;

Força Magnética

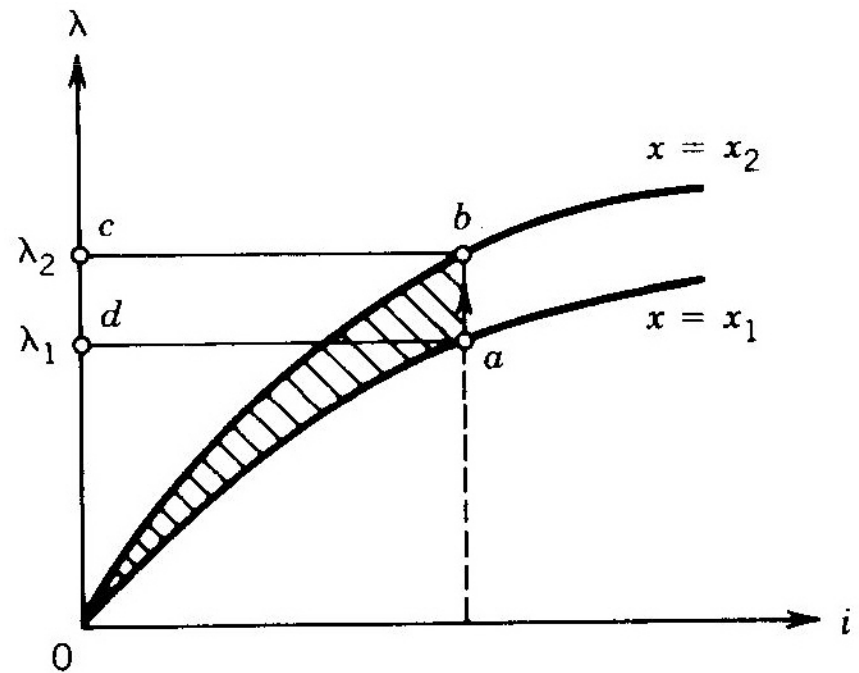
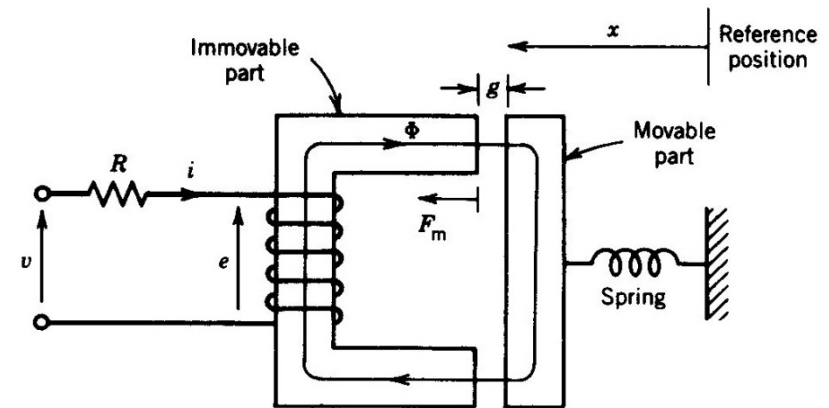
Caso 1: Corrente Constante

Ocorre quando o movimento é lento, assim as variações no fluxo são insuficientes para induzir tensão no enrolamento:

$$\rightarrow e = d\lambda/dt \approx 0$$

$$\rightarrow v = Ri + e \approx Ri$$

$$\rightarrow i = V/R \approx \text{cte.}$$



(a)

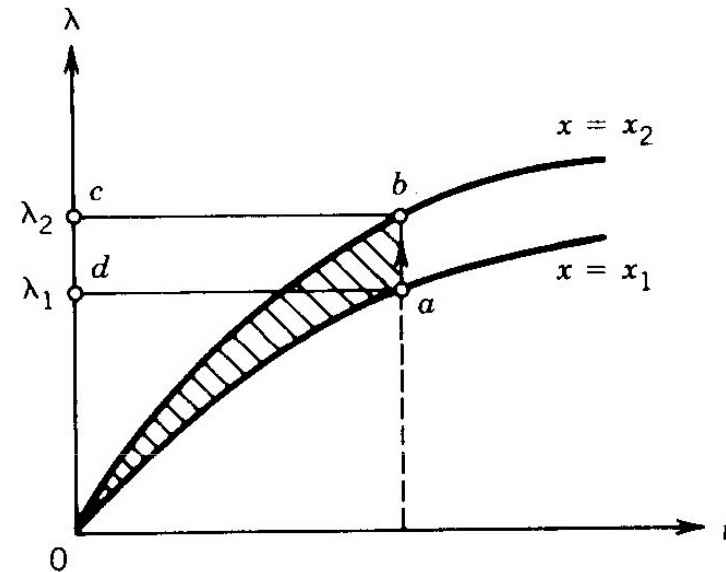
Força Magnética

Assim, a variação da co-energia é que produz a força mecânica causadora do movimento

$$f_m dx = dW_{\text{mec}} = dW'_{\text{campo}}$$

daí:

$$f_m = \left. \frac{dW'_{\text{campo}}}{dx} \right|_{i=\text{constante}}$$



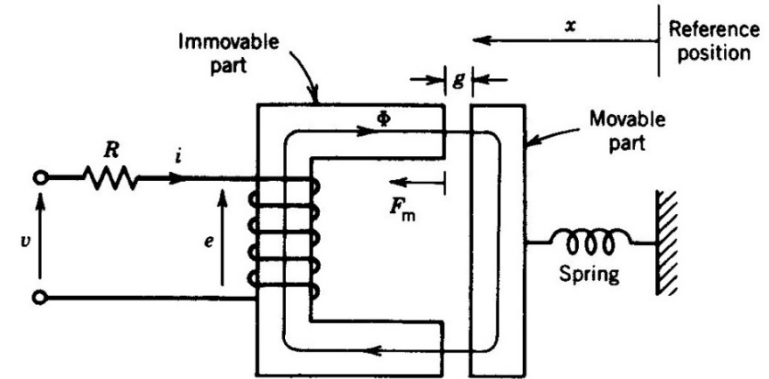
(a)

➤ Através da variação da co-energia pode-se determinar a força mecânica responsável pelo trabalho realizado no deslocamento da parte móvel.

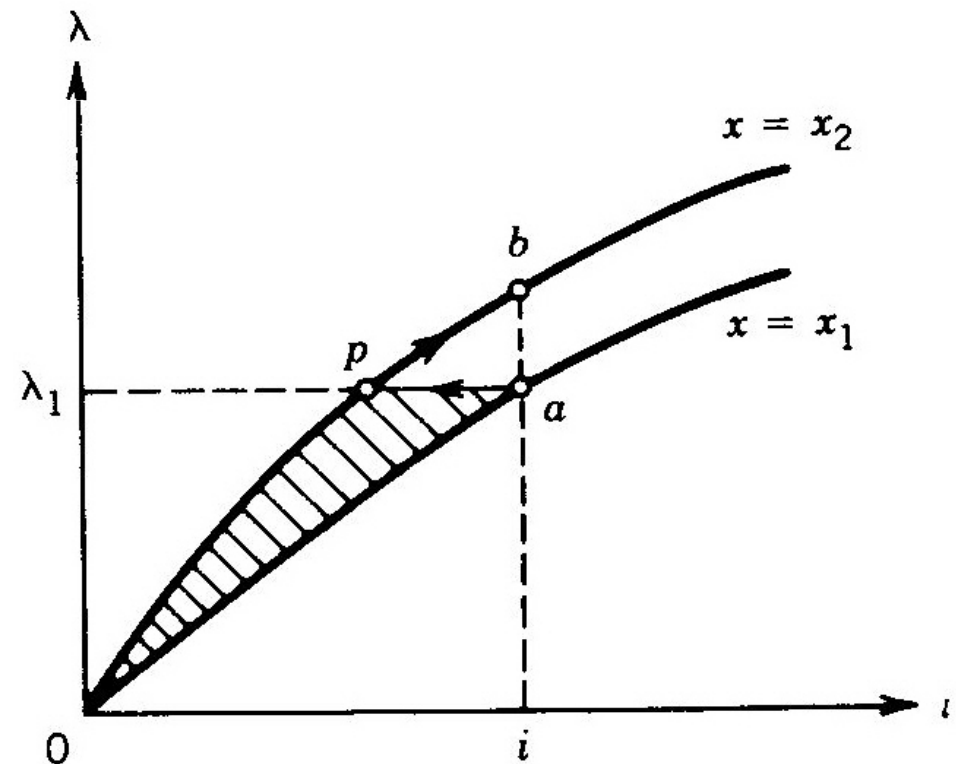
Força Magnética

Caso 2: Fluxo Magnético Constante

Ocorre quando o deslocamento da parte móvel é rápido ($dt \rightarrow 0$) e assim o fluxo concatenado permanece constante



Neste caso o novo ponto de equilíbrio será em **p**



Força Magnética

Como o fluxo é constante, a energia elétrica fornecida não varia:

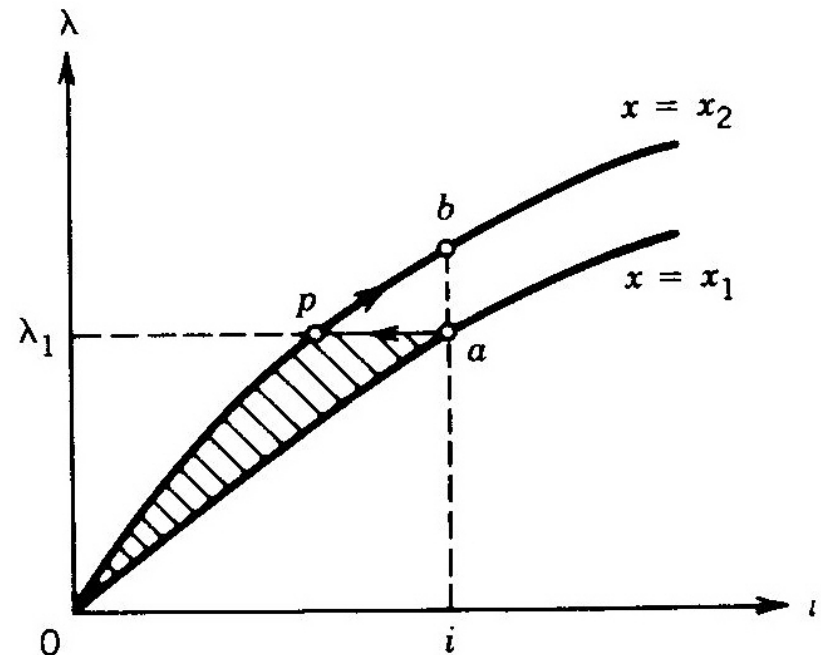
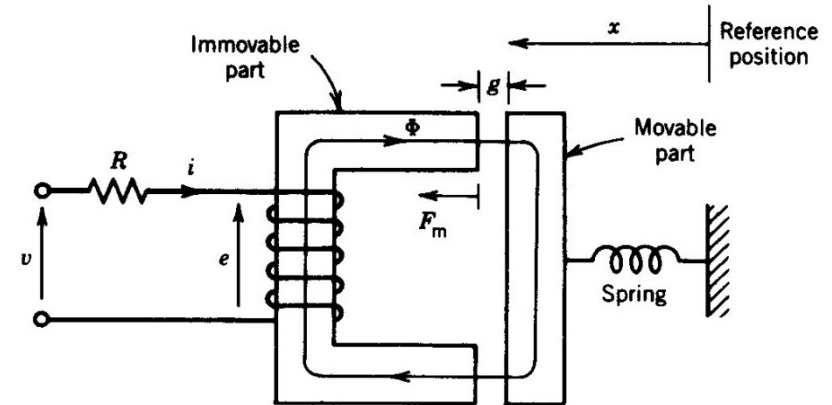
$$dW_e = \int i d\lambda = 0$$

E assim:

$$dW_e = dW_{\text{mec}} + dW_{\text{campo}} = 0$$

$$dW_{\text{mec}} = -dW_{\text{campo}}$$

- A energia mecânica necessária para produzir a força é totalmente retirada do campo magnético



Força Magnética

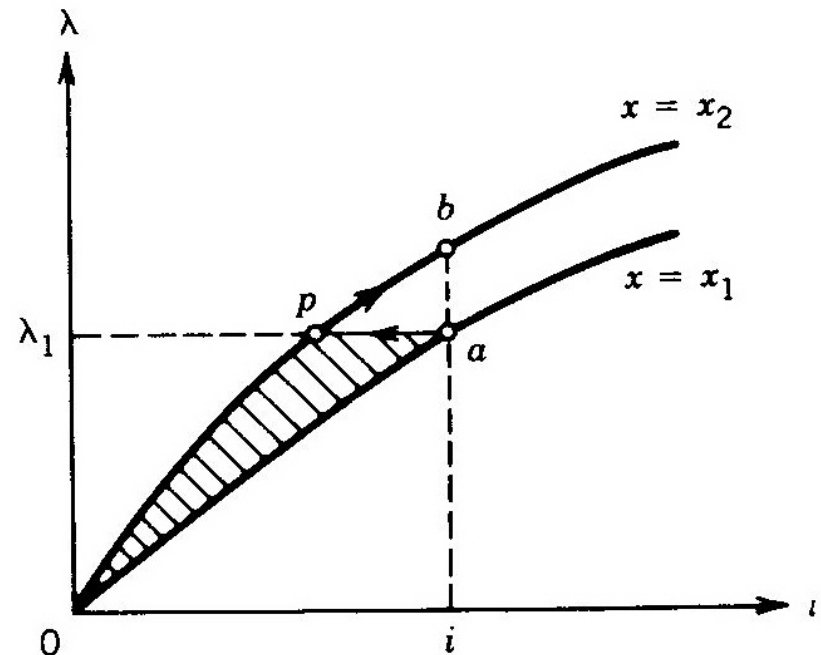
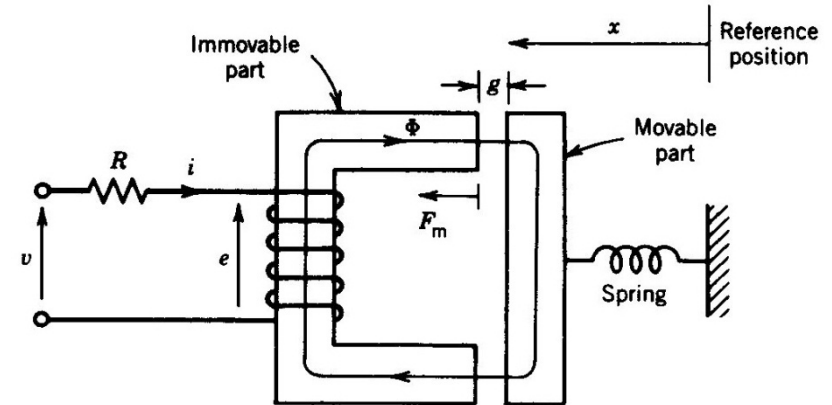
A força mecânica é dada por:

$$f_m dx = dW_{\text{mec}} = -dW_{\text{campo}}$$

E assim:

$$f_m = - \left. \frac{dW_{\text{campo}}}{dx} \right|_{\lambda = \text{constante}}$$

- O deslocamento da parte móvel ocorre graças à diminuição da energia armazenada no campo magnético



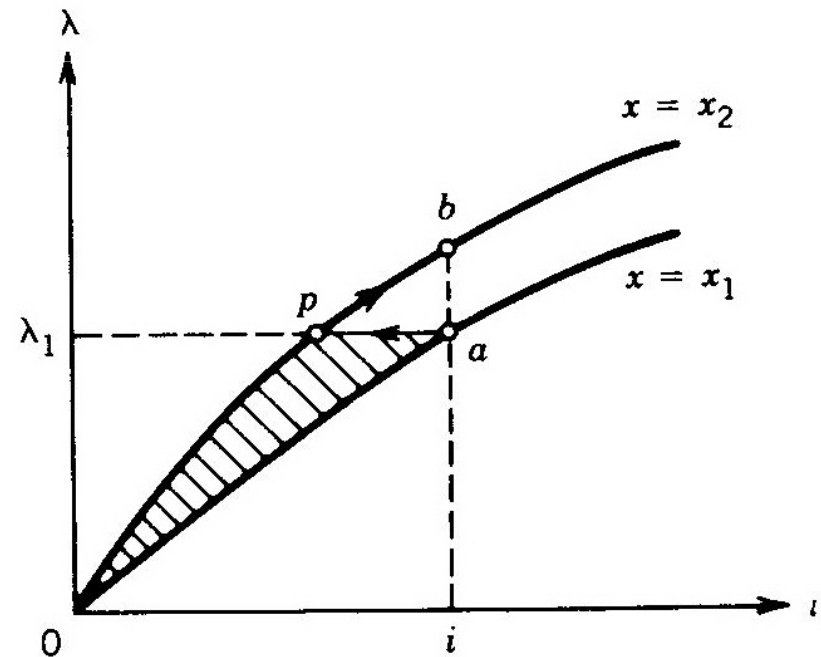
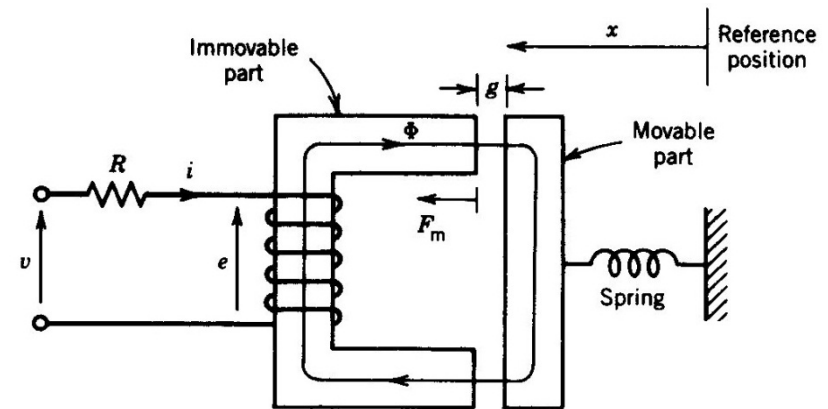
Força Magnética

A variação da energia mecânica é dada por:

$$dW_{\text{mec}} = \text{Área Oap}$$

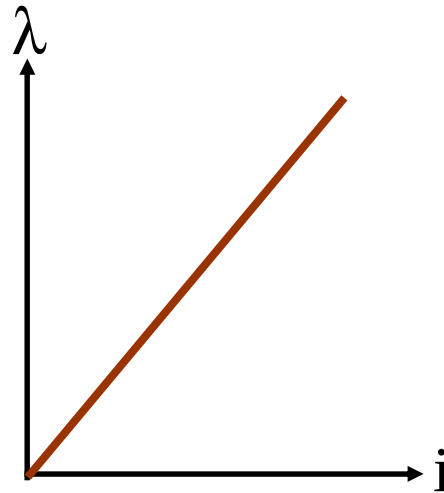
➤ Quando o deslocamento dx é suficientemente pequeno, as áreas Oap e Oab são aproximadamente iguais. Assim, a força pode ser calculada tanto em função do aumento incremental da co-energia, quanto através da diminuição incremental da energia.

$$f_m = \left. \frac{dW'_{\text{campo}}}{dx} \right|_{i=\text{constante}}$$



Sistema Eletromagnético Linear

- Se a relutância do núcleo for desprezível comparada com a relutância do entreferro, a relação λ - i torna-se linear.



Com isso: $\lambda = L(x) \cdot i$

- $L(x)$ é a indutância do enrolamento e depende do comprimento do entreferro.

$$L = \frac{N^2}{R_g}$$

Sistema Eletromagnético Linear

$$W_{\text{campo}} = W'_{\text{campo}} = (\lambda i)/2$$

$$W'_{\text{campo}} = (L(x) i^2)/2$$

$$f_m = \frac{dW'_{\text{campo}}}{dx} \quad (\text{Obtido anteriormente para corrente constante})$$

$$f_m = \frac{1}{2} i^2 \frac{dL(x)}{dx}$$

Cálculo de Força
Magnética a partir da
Energia

Sistema Eletromagnético Linear

- A força também pode ser calculada em termos de medidas magnéticas:

A partir da fórmula de Energia armazenada no entreferro encontrada anteriormente:

$$W_{\text{campo}} = \frac{B_g}{2\mu_o} Vol_{\text{entreferro}}$$

Usando a formula de força a partir de energia:

$$f_m = - \frac{dW_{\text{campo}}}{dx} \Big|_{\lambda = \text{constante}} \quad \text{Se: } Vol_{\text{entreferro}} = A' \cdot g$$

$$\text{Então: } f_{\text{campo}} = - \frac{B_g}{2\mu_o} \cdot (A') \quad \text{Sendo } A' = \text{área efetiva.}$$

Aplicação no circuito **magnético estudado**

Sistema Eletromagnético Linear

Para a aplicação da figura ao lado:

$x = g$ (entreferro)

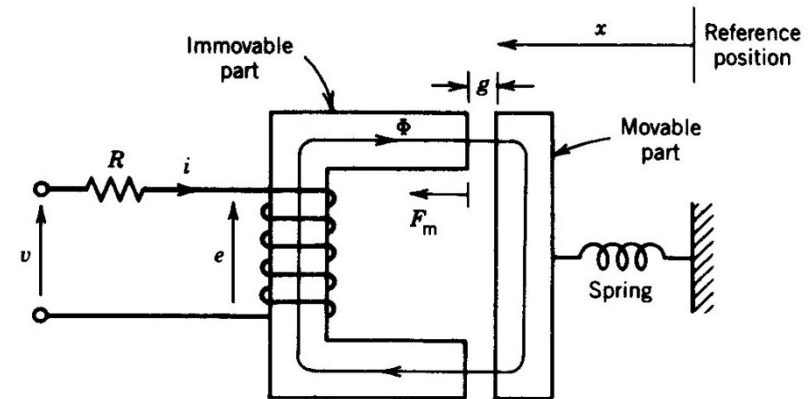
$$L = \frac{N^2}{R_g} \quad \text{e} \quad R_g = \frac{2g}{\mu_o A}$$

$$L(g) = \frac{N^2}{\frac{2g}{\mu_o A}} = \frac{\mu_o AN^2}{2g}$$

Daí:

$$\frac{dL(g)}{dg} = - \frac{\mu_o AN^2}{2g^2}$$

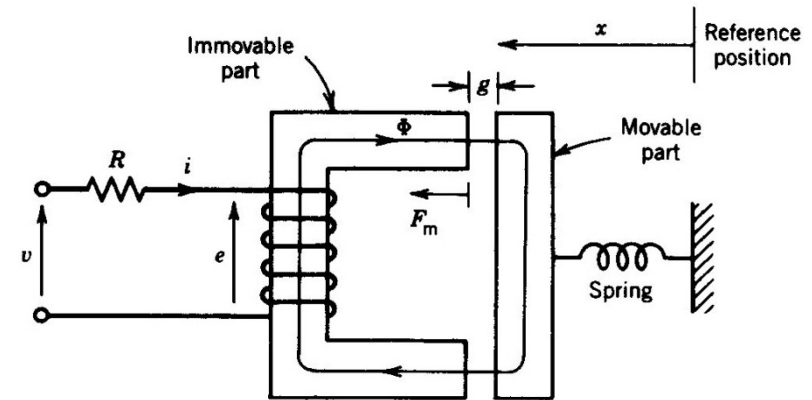
e:



Sistema Eletromagnético Linear

A força mecânica sobre a parte móvel é:

$$f_m = \frac{1}{2} i^2 \frac{dL(g)}{dg} = -\frac{1}{4} \mu_0 AN^2 \frac{i^2}{g^2}$$

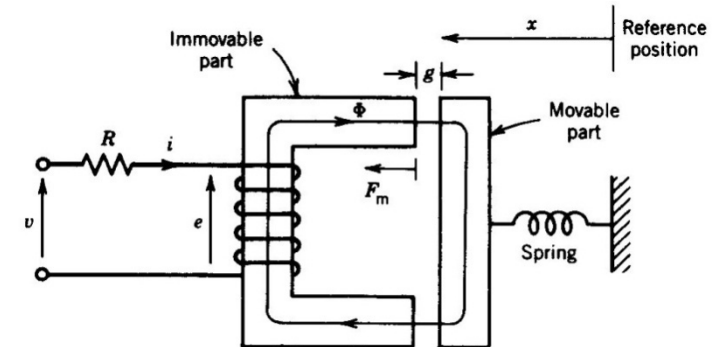


- Observe que a formula foi deducida para o caso de dois entreferros por isso o fator de $\frac{1}{2}$ de $\frac{1}{2}$.
- Quanto maior a corrente maior a força;
- Quanto menor o gap maior a força;
- O sinal negativo indica que a força age de maneira a diminuir o gap;

Sistema Eletromagnético Linear

- A força também pode ser calculada termos de medidas magnéticas:

$$W_{\text{campo}} = \frac{B_g}{2\mu_o} Vol_{\text{entreferro}}$$



$$Vol_{\text{entreferro}} = A l_g \quad l_g = 2g \quad (\text{dois entreferros de comprimento "g"})$$

$$W_{\text{campo}} = \frac{B_g}{2\mu_o} A 2g$$

$$W_{\text{campo}} = \frac{B_g}{\mu_o} A g$$

$$f_m = - \frac{dW_{campo}}{dx} \Big|_{\lambda = \text{constante}}$$

$$f_m = - \frac{dW_{campo}}{dg} \Big|_{\lambda = \text{constante}}$$

$$f_m = - \frac{B^2_g}{2\mu_o} (2 A)$$

Exemplo 1

Exemplo

Para o sistema ao lado:

$N=300$ espiras

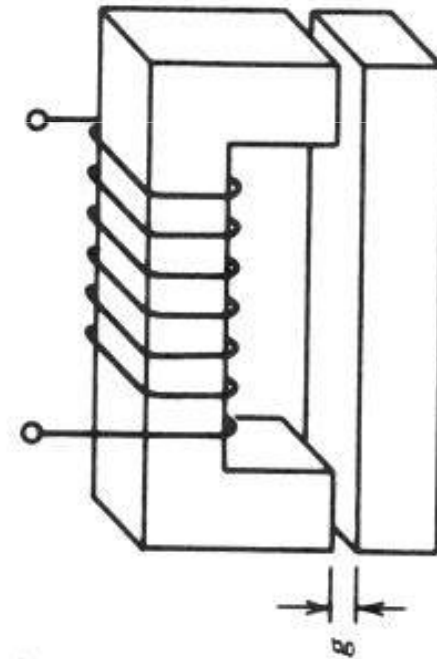
$R=6\ \Omega$; $V=120\text{ Volts DC}$

$A_g=6\text{cm} \times 6\text{cm}$; $g=5\text{mm}$,

Desprezando a relutância do núcleo, calcule:

a) A energia armazenada no entreferro;

b) A força sobre a parte móvel;



Exemplo

$$V = Ri + e$$

$$e = \frac{d\lambda}{dt} = 0 \quad \text{para } V_{\text{DC}}$$

$$i = \frac{V}{R} = 120/6 = 20 \text{ A}$$

$$B_{ar} = \frac{\mu_o Ni}{2g} = 0,754 \text{ T}$$

Exemplo

a) A energia armazenada no entreferro;

$$W_{\text{campo}} = \frac{B_{\text{ar}}^2}{\mu_o} A \quad g = \frac{0,754^2}{\mu_o} (0,06 \times 0,06 \times 0,005)$$

$$W_{\text{campo}} = 8,1434 \text{ J}$$

b) Cálculo da Força usando parâmetros magnéticos:

$$f_m = - \frac{B_{\text{ar}}^2}{\mu_o} A$$

$$f_m = - \frac{0,754^2}{\mu_o} (0,06 \times 0,06)$$

$$f_m = -1628,7 \text{ N}$$

Exemplo

c) Cálculo da Força utilizando parâmetros externos:

$$f_m = -\frac{1}{4} \mu_o AN^2 \frac{i^2}{g^2}$$

$$f_m = -1628,7 \text{ N}$$

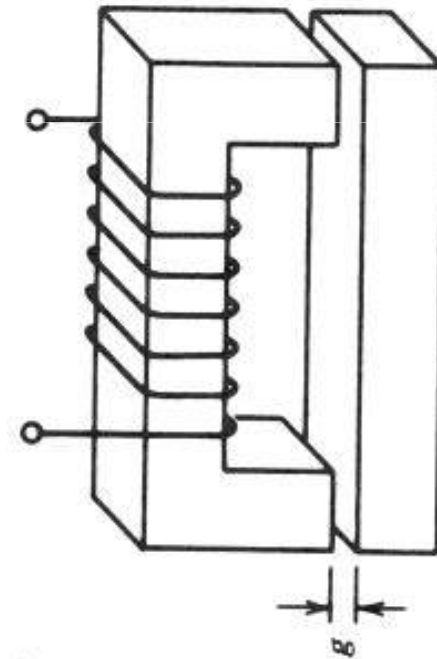
Exemplo

Considerando o mesmo sistema, porém

$V=120$ Volts AC

e desprezando a relutância do núcleo, calcule:

- a) A energia armazenada no gap;
- b) A força sobre a parte móvel;



Exemplo

$$L = \frac{N^2}{R} = \frac{\mu_o A_g N^2}{2g} = 40,7 \text{ mH}$$

$$\text{daí: } Z = R + j\omega L = 6 + j15,34 \Omega$$

$$I_{RMS} = \frac{V}{|Z|} = 7,29 \text{ A}$$

$$B_{RMS,g} = \frac{\mu_o Ni}{2g} = 0,2748 \text{ T}$$

Exemplo

a) A energia armazenada no gap;

$$W_{arm} = \frac{B_{ar}^2}{\mu_o} \square A \square g = \frac{0,2748^2}{\mu_o} (0,06 \square 0,06 \square 0,005)$$

$$W_{arm} = 1,082 \text{ J}$$

a) Força

$$f_m = - \frac{B_{ar}^2}{\mu_o} \square A$$

$$f_m = - \frac{0,2748^2}{\mu_o} (0,06 \square 0,06)$$

$$f_m = - 216,3 \text{ N}$$

Exemplo

c) Cálculo da Força utilizando os parâmetros externos

$$f_m = -\frac{1}{4} \mu_o AN^2 \frac{I_{RMS}^2}{g^2}$$

$$f_m = -216,3 \text{ N}$$

Força em CA é 13% da Força em DC

Exercício Proposto:

Refazer o calculo da força para diferentes entreferros:

$$g_1=5\text{mm}$$

$$g_2=10\text{mm}$$

$$g_3=15\text{mm}$$

$$g_4 = 20\text{mm}$$

Traça uma figura de entreferro x Força e entreferro x corrente para o caso de corrente contínua a corrente alternada.