

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
FACULDADE DE ECONOMIA, ADMINISTRAÇÃO E CONTABILIDADE
Departamento de Economia

Programa de Pós-Graduação em Economia

Microeconomia II (EAE5706)

Prof. Rafael V. X. Ferreira

Lista de Exercícios 8 – Seleção Adversa

Questão 1 Considere um mercado de trabalho competitivo onde firmas neutras ao risco produzem um produto com preço unitário utilizando uma unidade de mão-de-obra. Existem 2 tipos de trabalhadores, diferenciados por suas produtividades θ_1 e θ_2 . A proporção de trabalhadores θ_1 é λ . O custo de oportunidade dos trabalhadores do tipo θ_i é r_i , para $i = 1, 2$. Considere também que $\theta_2 > r_2 > \theta_1 > r_1$.

a) Calcule o(s) equilíbrio(s) competitivo(s) para:

$$\lambda > \frac{\theta_2 - r_2}{\theta_2 - \theta_1}$$

b) Calcule o(s) equilíbrio(s) competitivo(s) para:

$$\lambda \leq \frac{\theta_2 - r_2}{\theta_2 - \theta_1}$$

c) O(s) equilíbrio(s) são eficientes de Pareto? Justifique.

Questão 2 Considere um mercado de trabalho competitivo onde firmas neutras ao risco produzem um produto com preço unitário utilizando uma unidade de mão-de-obra. Existe um contínuo de tipos de trabalhadores identificados por $\theta \in [\theta_0, \theta_1] \subset \mathbb{R}_{++}$. A produtividade de um trabalhador é dada por seu tipo θ . Suponha que a população de trabalhadores é uniformemente distribuída no intervalo de tipos. O custo de oportunidade do emprego para um trabalhador de tipo θ é $r(\theta) = \theta - \alpha$, onde $0 < \alpha < \theta_0$:

a) Calcule o equilíbrio competitivo quando as firmas podem observar as produtividades dos trabalhadores.

b) Calcule o equilíbrio competitivo quando as firmas não podem observar as produtividades dos trabalhadores.

c) Para quais valores de α a alocação obtida no item (b) é ineficiente no sentido de Pareto? Interprete o resultado obtido.

Questão 3 Considere $\Theta = [0, 1]$. Suponha que a população de trabalhadores é uniformemente distribuída no intervalo de tipos. Seja $0 < r < 1$ e $r(\theta) = r\theta$ o custo de oportunidade do trabalhador com produtividade θ . Mostre que:

1. Se $r > \frac{1}{2}$ não há equilíbrio competitivo.
2. Se $r = \frac{1}{2}$, há um número infinito de equilíbrios competitivos. Qual o maior equilíbrio competitivo, ou seja, que emprega um conjunto maior de indivíduos?
3. Se $r < \frac{1}{2}$, há um único equilíbrio competitivo.

Questão 4 Seja $\Theta = [a, b]$ e assuma que a produtividade θ seja distribuída de acordo com uma densidade f tal que $f(\theta) > 0, \forall \theta \in \Theta$. Seja $r : [a, b] \rightarrow [0, \infty)$ estritamente crescente e contínua, com $r(a) < a$. Nesse caso, a função $w \mapsto \mathbb{E}[\theta | r(\theta) \leq w]$ é contínua em $[r(a), \infty)$. Use o Teorema do Valor Intermediário para mostrar que existe equilíbrio competitivo.

Questão 5 Considere um problema de implementação de pacotes da Netflix, que busca maximizar lucros no mercado brasileiro. Sendo a primeira grande empresa provedora de serviço *streaming online*, a Netflix é uma monopolista que atende a consumidores heterogêneos. Para simplificar essa heterogeneidade, suponha uma fração $\lambda \in (0, 1)$ dos potenciais consumidores seja de ricos. A Netflix pode desenhar múltiplos planos, oferecendo diferentes experiências, cobrando diferentes preços, mas não pode observar a riqueza ou renda de qualquer assinante individual. Assinantes ricos têm utilidade

$$u(q, p|H) = 4\sqrt{q} - p$$

enquanto os com rendas mais baixas têm utilidade

$$u(q, p|L) = 3\sqrt{q} - p$$

em que q é a qualidade do serviço de *streaming* (definição da imagem, velocidade, variedade de conteúdos, etc.) ofertada ao preço p . Suponha que a Netflix não tem custos fixos e o custo marginal é constante: cada “unidade de qualidade” resulta em um custo de 1 dólar para a empresa. Podemos interpretar qualidade zero como sem nenhum serviço e suponha que os consumidores podem sempre escolher não assinar e receber utilidade zero.

- a) Suponha que $\lambda = 1/2$. Encontre os pacotes ótimos.
- b) Suponha que $\lambda = 4/5$. Prove que a Netflix maximiza os lucros oferecendo aos ricos um “Premium only service”. Dê uma intuição para este resultado.
- c) Encontre o número $\hat{\lambda} \in (0, 1)$ tal que a Netflix sirva totalmente à população se e somente se $\lambda \leq \hat{\lambda}$.

Questão 6 Considere uma economia que consiste de um monopolista que pode ofertar um certo bem de consumo a um consumidor. Essa unidade de bem pode ser vendida com uma característica (considere qualidade) $q \geq 0$ a um preço t qualquer. O monopolista pode oferecer um número finito de contratos, os quais são representados por pares (t, q) , onde t representa o preço do bem e q sua qualidade. O consumidor pode ser de N tipos $i = 1, \dots, N$, diferenciados pelo gosto que têm pela qualidade, denotado por θ_i . Para todo $i = 1, \dots, N - 1$, temos que $\theta_{i+1} > \theta_i > 0$. Um indivíduo tipo i tem utilidade dada por

$$u(\theta_i, t, q) = \theta_i q - t.$$

Ao se defrontar com um consumidor, o monopolista sabe que com probabilidade $\pi_i > 0$ este será do tipo $i \in \{1, \dots, N\}$. O custo de produzir é dado por $C(q)$, estritamente convexo, satisfazendo as seguintes condições: $\lim_{q \rightarrow 0} C'(q) = 0$, $\lim_{q \rightarrow \infty} C'(q) = \infty$, $C(0) = 0$. Dessa forma, o ganho da firma em receber o preço t por um produto de qualidade q é dado por $t - C(q)$. O *timing* do jogo é o seguinte: (i) o monopolista oferece o contrato; (ii) os consumidores respondem se aceitam algum contrato ou não; (iii) caso aceite, o monopolista produz o bem e vende. Assuma que todos consumidores possuem utilidade de reserva igual a zero.

- a) Quais seriam as qualidades e preços $\{(q_i^{FB}, t_i^{FB})\}_{i=1}^N$ na situação em que o monopolista observa o tipo do agente, i.e., caso o tipo do agente se revelasse para todos e então o contrato fosse estabelecido.
- b) Sabemos que, mesmo com problemas de informação, podemos nos restringir às alocações $\{(q_i, t_i)\}_{i=1}^N$ que incentivam o indivíduo a falar a verdade. Defina as restrições de compatibilidade de incentivos. A alocação definida em (a) satisfaz as restrições de compatibilidade de incentivos?
- c) Mostre que compatibilidade de incentivos implica em a alocação $\{(q_i, t_i)\}_{i=1}^N$ ser crescente em i .
- d) Mostre que, se uma alocação é crescente e para todo $i \in \{1, \dots, N - 1\}$, o indivíduo $i + 1$ não tiver incentivos para se passar por indivíduo i , então essa alocação é compatível com incentivos.
- e) Defina as restrições de participação. Mostre que a restrição de participação para o indivíduo θ_1 , juntamente com compatibilidade de incentivos, implica que todas as outras são satisfeitas.
- f) Mostre que as restrições de compatibilidade de incentivos dos indivíduos $i + 1$ se passando por tipo i sempre serão ativas.

Questão 7 Considere um mercado de trabalho competitivo em que diversas firmas idênticas, neutras ao risco, produzem um bem com preço unitário utilizando uma unidade de mão-de-obra. A tecnologia utilizada apresenta retornos constantes de escala. Existem diversos tipos de trabalhadores identificados por sua produtividade θ . Os tipos de trabalhadores estão distribuídos uniformemente no conjunto $\Theta = [1, 2]$. Para cada tipo θ , a função $r : \Theta \rightarrow \mathbb{R}$ dá o custo de oportunidade do emprego.

- a) Suponha que o custo de oportunidade seja $r(\theta) = \theta - \frac{1}{4}$. Determine o(s) equilíbrio(s) competitivo(s).
- b) Suponha que o custo de oportunidade seja $r(\theta) = -\theta + \frac{9}{4}$. Determine o(s) equilíbrio(s) competitivo(s).
- c) Encontre as alocações Pareto-eficientes de cada um dos itens anteriores. Elas são iguais às respectivas alocações de equilíbrio? O que se pode observar em cada caso?

Questão 8 Considere um modelo bem simples do mercado de aluguel de imóveis com um grande número de donos de apartamentos homogêneos com valor de $K = R\$ 500.000$ competindo ferozmente por bons inquilinos. Potenciais inquilinos têm diferentes níveis de capacidade de financiamento, que são resumidos em uma probabilidade $\theta \in (0, 1)$ de dar calote no aluguel. Assuma que a taxa de juros mensal seja $r = 0.5\%$, então o custo de oportunidade de um dono alugar o apartamento ao invés de vendê-lo é igual a $rK = R\$ 2.500$. Assuma também que todos os potenciais inquilinos compartilham de uma renda $v = R\$ 6.000$ para alugar este tipo de apartamento. Suponha ainda que a possibilidade de obter um crédito para comprar depende também (negativamente) da capacidade de financiamento dos inquilinos. Mais especificamente, assuma que a *outside option* de um potencial inquilino não assinar um contrato de aluguel dá uma utilidade de $(1 - \theta) \times R\$ 3.500$ para ele. Finalmente, assuma que o calote é não-estratégico (apenas ocorre a partir de um choque aleatório ruim no fluxo de renda do inquilino), e que, se um inquilino der calote, o dono recebe um pagamento de zero (a lei o proíbe de despejar o inquilino).

- a) Qual é o preço de aluguel de equilíbrio competitivo $p(\theta)$ se θ é publicamente observável. Quem alugará? O resultado é eficiente?
- b) Suponha que θ é uniformemente distribuído na população, mas é uma informação privada para cada particular inquilino e nenhum sinal está disponível. Encontre o preço de aluguel no equilíbrio competitivo. Quem alugará? Qual é a probabilidade média de calote neste equilíbrio? Este equilíbrio é eficiente?

Questão 9 Considere um modelo de dois períodos sem desconto. Uma firma tem um projeto que requer investimento de 20 em $t = 0$ e dá um retorno certo de 30 em $t = 1$. O valor do investimento deve ser obtido no mercado financeiro via emissão de ações. Potenciais investidores estão incertos sobre o valor dos ativos da firma antes do investimento: $A \in \{50, 100\}$ com $P(A = 100) = 0, 1$.

- a) Suponha que os investidores acreditam que ambos os tipos de firmas investem. Qual fração das firmas deve ser vendida para os novos investidores? Qual o *payoff* dos *shareholders* iniciais se eles tocam o projeto? Essas crenças são razoáveis?
- b) Suponha que os investidores acreditam que são as piores firmas emitem ações. Responda as mesmas questões do item (a).

- c) Suponha agora que os *shareholders* iniciais se comprometem em $t = 0$ a fazer uma campanha publicitária em $t = 1$, depois que o projeto é realizado, e que não influi no retorno do mesmo. Essa campanha publicitária é uma ação irreversível por parte da firma. A firma escolhe a quantia gasta na propaganda, K . Mostre que uma firma boa pode sinalizar seu tipo via campanha publicitária.

Questão 10 Um monopolista se depara com um único consumidor. O consumidor tem utilidade $u_1 = \theta q - t$, em que q é o consumo e t é a transferência para o monopolista. O monopolista tem um custo $cq^2/2$ e oferece um contrato de vendas para o consumidor. O consumidor tem utilidade de reserva igual a zero.

- a) Compute a transferência e o consumo com informação completa sobre θ
- b) Suponha de agora em diante que o monopolista tem informação incompleta sobre θ , que assume valor $\underline{\theta}$ com probabilidade p e $\bar{\theta}$ com probabilidade \bar{p} . Assuma que $\underline{\theta} > p\bar{\theta}$. A utilidade do monopolista é

$$p \left(t - c \frac{q^2}{2} \right) + \bar{p} \left(\bar{t} - c \frac{\bar{q}^2}{2} \right).$$

Compute a tarifa ótima não-linear. Mostre que a utilidade de equilíbrio do tipo θ é $S = (\bar{\theta} - \underline{\theta})(\theta - \bar{\theta})/c\underline{p}$.

- c) Suponha agora que o consumidor pode comprar a um custo fixo f uma tecnologia alternativa que o permite produzir qualquer quantidade q do mesmo bem ao custo $\tilde{c}q^2/2$. Suponha por simplicidade que o consumidor pode consumir somente o bem do monopolista ou o bem alternativo (mas não um *mix* dos dois), e que

$$\frac{\theta^2}{2\tilde{c}} - f > S > 0 > \frac{\theta^2}{2c} - f.$$

A tarifa derivada na questão (b) ainda é ótima para o monopolista? Discuta o que deve ser ótimo para o monopolista - em particular, porque deve ser ótimo ter $cq > \bar{\theta}$. Por exemplo, considere o que acontece quando f decresce a partir de $\bar{\theta}^2/2\tilde{c} - S$.

Questão 11 Considere o modelo de *screening* padrão, com função custo $c(t, \theta) = (3 - \theta)t^2$ e tipos $\theta \in \{0, 2\}$ distribuídos com probabilidades iguais.

- a) Compute o único candidato a ser um SPNE.
- b) Mostre que nenhuma firma tem um incentivo de desviar de um contrato do tipo *pooling*.
- c) Mostre que o candidato de 1) é de fato um SPNE.

Questão 12 Considere um modelo de sinalização usual com dois tipos $\theta_L = 1$ e $\theta_H = 2$. O parâmetro de um indivíduo determina sua produtividade. Suponhamos que o custo de educação é dado por $c(e, \theta) = \frac{e^2}{\theta}$.

Como no modelo usual, há um contínuo de firmas neutras ao risco agindo competitivamente no mercado de trabalho, e observam apenas o nível de educação e dos trabalhadores. A proporção de agentes tipo θ_H é $\lambda \in (0, 1)$.

- Verifique que a especificação acima da função $c(e, \theta)$ satisfaz as condições descritas na seção 13.C de MWG. Qual dessas condições gera a propriedade de *single-crossing*?
- Determine o conjunto dos níveis educacionais e tal que existe um equilíbrio agregador com nível educacional de equilíbrio e . Qual o equilíbrio agregador que Pareto domina os demais?
- Determine o intervalo $[\tilde{e}, e_1]$ tal que se $e \in [\tilde{e}, e_1]$, existe um equilíbrio separador com nível educacional e para o tipo alto. Qual o equilíbrio separador que Pareto domina os demais?
- Suponha que estamos no equilíbrio separador que Pareto domina os demais. Qual o menor $\lambda = P(\theta = \theta_H)$ para que os trabalhadores mais produtivos estejam pior com sinalização do que quando a sinalização não é possível?

Questão 13 Suponha que existam uma firma e um consumidor. O produto da firma pode ser de alta ou de baixa qualidade, com probabilidade de alta qualidade igual a λ . O consumidor não pode observar a qualidade antes da compra e ele é neutro ao risco. O valor de consumo do produto de alta qualidade é v_H e o de baixa qualidade é v_L . Os custos de produção são denotados por c_H e c_L , respectivamente. O consumidor deseja no máximo uma unidade do produto. Por fim, o preço cobrado pela firma é regulado no mercado e é igual a p . Assuma que $v_H > p > v_L > c_H > c_L$.

- Dado o nível de p , sob que condições o consumidor irá adquirir o produto?
- Suponha que antes de o consumidor se decidir pela compra, a firma (que conhece o seu próprio tipo) pode fazer propaganda. Este *marketing* não transmite a informação diretamente, mas os consumidores podem observar o total de dinheiro, denotado por A , que a firma está investindo na publicidade. Neste caso, pode existir um equilíbrio separador, isto é, um equilíbrio em que o consumidor espera racionalmente que firmas com diferentes níveis de qualidade escolham diferentes níveis de propaganda?

Questão 14 Considere um modelo de sinalização de educação com três tipos: $\theta \in \{\theta_H, \theta_M, \theta_L\}$, em que $\theta_H > \theta_M > \theta_L > 0$. Suponha que a *common prior* dos tipos seja uniforme: $\pi_L = \pi_M = \pi_H = 1/3$. Além disso, assuma que a função custo seja

$$c(e, \theta) = \frac{e^2}{\theta}$$

onde e é o nível de educação.

- a) Construa explicitamente um equilíbrio separador (PBE) em que todos os tipos adquirem o menor nível de educação consistente com a separação completa (você pode especificar as crenças (*beliefs*) como $E[\theta|e]$ para cada $e > 0$).
- b) Na construção acima, ilustre o intervalo dos possíveis *beliefs* a partir de um gráfico com as crenças mais “pessimistas” e “otimistas” que são consistentes com essa classe de PBE.
- c) Construa um PBE em que os tipos θ_L e θ_M obtêm o mesmo nível de educação, mas o tipo θ_H obtém um nível diferente. Um gráfico completo já é suficiente.
- d) Construa um PBE em que os tipos θ_M e θ_H obtêm o mesmo nível de educação, mas o tipo θ_L obtém um nível diferente. Um gráfico completo já é suficiente.

Questão 15 Considere o modelo de *screening* da seção 13.D de MWG. Os indivíduos têm dois níveis de produtividade possíveis $\theta_H > \theta_L > 0$ e probabilidade $\Pr(\theta = \theta_H) = \nu \in (0, 1)$. Os empregos podem diferir nos níveis de tarefas, $t \in [0, \infty)$, mas a tarefa mais difícil não adiciona nada no *output* do trabalhador (embora ela afete a sua utilidade). A utilidade do trabalhador é dada por $u(w, t|\theta) = w - c(t, \theta)$, com $c(0, \theta) = 0$, $c_t(t, \theta) > 0$, $c_{tt}(t, \theta) < 0$, $c_{t\theta}(t, \theta) < 0$. Existem dois tipos de firmas competitivas que podem oferecer um conjunto finito de contratos para os trabalhadores. Um contrato é um par (w, t) . Após os contratos serem oferecidos, os trabalhadores podem escolher aceitar ou não o contrato. Suponha que, quando indiferentes, os trabalhadores escolhem o contrato com o salário w mais alto.

- a) Caracterize o equilíbrio de Nash perfeito em subjogos deste modelo com produtividade observável.
- b) Mostre que não existe equilíbrio *pooling*.
- c) Caracterize o equilíbrio de Nash perfeito em subjogos deste modelo, com produtividade não-observável, quando existir.

Questão 16 Um trabalhador (jogador 1) escolhe um nível de educação, a_1 . O seu custo privado de investir a_1 em educação é a_1/θ , em que θ é seu tipo ou “habilidade”. A produtividade do trabalhador em uma firma é igual a θ . Jogador 2 (a firma) oferece um salário a_2 para o trabalhador. O seu objetivo é minimizar a diferença quadrática do salário ofertado e a produtividade do trabalhador. A função objetivo do trabalhador é $a_2 - a_1/\theta$. O trabalhador tem dois tipos possíveis, θ' e θ'' , com $0 < \theta' < \theta''$; as probabilidades destes tipos são p' e p'' , respectivamente.

- a) Primeiro, suponha que a informação é completa. Quais são os níveis ótimos de educação e salários?
- b) Agora, somente o trabalhador conhece sua verdadeira habilidade. Qual nível de educação o trabalhador mais hábil deve escolher de maneira a convencer a firma sobre seu tipo?

c) Qual é o conjunto de equilíbrios *pooling*?

Questão 17 Considere o modelo de *screening* onde o vendedor tem função custo $c(q) = cq$, o comprador deriva utilidade $\theta \sqrt{q}$ ao consumir q unidades do bem, o tipo do comprador θ é informação privada dele próprio e é distribuída uniformemente no intervalo $[0, 1]$.

- a) Monte o problema de maximização do monopolista.
- b) Encontre o par $(q(\theta), t(\theta))$ que maximiza o lucro do vendedor.
- c) Encontre o sistema ótimo de preços não linear $t(q)$ que implementa o mecanismo acima.