

MAE-229 - Introdução à Probabilidade e à Estatística II
3^a Lista de Exercícios – 2^o Semestre 2017

1) Uma loja de utensílios vende em média R\$ 320,00 por dia, com desvio padrão de R\$ 40,00. Após exaustiva campanha de publicidade, a administração calculará a média \bar{X} de vendas nos 25 dias subsequentes, para ver se ocorreu alguma melhora.

- a) Quais as hipóteses nula e alternativa?
- b) Com o nível de significância de 5% qual deve ser o valor de \bar{X} para rejeitar a hipótese nula?
- c) Supondo que $\bar{X} = 335$, calcular o nível descritivo (p-valor) do teste. Baseado neste valor você rejeitaria a hipótese nula? Você chegaria à mesma conclusão usando a parte (b)?

2) Um comprador em perspectiva de diversas novas remessas de luvas a prova d'água espera que elas sejam tão boas quanto as antigas, que acusavam 10% de pares defeituosos. Mas ele receia que a situação possa piorar. Então, para cada remessa, ele toma uma amostra de 100 pares e conta a proporção de pares defeituosos a fim de fazer um teste com o nível de significância de 9%.

- a) Quais são as hipóteses nula e alternativa?
- b) Qual o valor da proporção amostral para justificar a rejeição da hipóteses nula?
- c) Supor que, para 6 remessas, os valores das proporções sejam 12%, 25%, 8%, 16%, 24% e 21%.
Quais dessas remessas devem ser rejeitadas?

3) Suponha que no problema anterior o comprador resolva tomar uma amostra de apenas 10 pares e que em vez de considerar um nível de significância de 9%, ele fixa arbitrariamente a região crítica como $\{\hat{p}|\hat{p} \geq 0,2\}$. Qual o nível de significância do teste?

4) Certo tipo de semente cresce, em média, até a altura de 8,5 cm, com desvio padrão de 1 cm. Semeiam-se 100 delas em um solo enriquecido, a fim de testar se há aumento na altura média nessas condições.

- a) Com o nível de 5%, construir a região crítica do teste.
- b) Se a amostra de 100 sementes acusar uma média de 8,8 cm de altura poderemos rejeitar a hipótese nula?
- c) Esboçar o gráfico da função poder do teste.

d) Qual seria a chance aproximada de deixar de detectar uma melhora na altura média, se a amostra de 100 sementes fosse proveniente de uma população cuja média é:

i) 8,65 cm ii) 8,80 cm iii) 9 cm ?

5) Um psiquiatra acredita que mais de 50% dos usuários de determinados medicamentos dormem melhor pelo efeito psicológico do que pelo efeito do remédio. Para comprovar sua hipótese, selecionou uma amostra de 20 pessoas que sofrem de insônia e deu a cada uma delas uma caixa de pílulas. Essas pílulas, embora com o mesmo formato das do medicamento, eram de açúcar. Quinze dessas pessoas acharam essas pílulas eficientes. A observação do psiquiatra é razoável com o nível de 5% de significância?

6) Uma amostra aleatória de 36 copos de certo suco mostrou um conteúdo médio líquido de 200ml, com desvio padrão de 26ml. Teste a hipótese de que $\mu = 225ml$ contra a hipótese alternativa $\mu < 225ml$, com o nível de significância $\alpha = 0,05$.

7) O consumo médio de gasolina num certo tipo de automóvel é de 15 km/litro, segundo informações da montadora. Uma revista especializada verificou o consumo em 25 desses veículos, escolhidos ao acaso, e constatou consumo médio de 14,3 km/litro. Admita que o consumo siga o modelo Normal com variância igual 9 ($km/litro$)².

a) Teste, com o nível de significância de 6%, a afirmação da montadora de que a média de consumo é igual a 15km/litro, contra a alternativa de ser igual a 14 km/litro.

b) Determine a probabilidade do erro tipo II.

8) A produtividade média de certa cultura em uma fazenda é de 10 toneladas por hectare. Com o intuito de aumentar esta produtividade, certo tipo de fertilizante foi testado em 8 canteiros, observando-se uma produtividade média de 11 toneladas e desvio padrão 0,5 tonelada. Ao nível de 5%, há indícios de aumento de produtividade com o novo fertilizante?

9) A resistência de certo tipo de cabo de aço é uma variável aleatória com distribuição normal com desvio padrão 6 kgf. Uma amostra de 25 desses cabos forneceu média igual a 9,8 kgf. Teste a hipótese de que a resistência média é igual a 13 (contra a alternativa de que é diferente de 13) com o nível de significância de 0,02.

10) Usualmente, o tempo médio para um operário executar uma tarefa é de 100 minutos. Introduziu-se uma modificação para diminuir esse tempo e após certo período, sorteou-se uma amostra de 16 operários, medindo-se o tempo de execução de cada um. O tempo médio observado na amostra foi de 85 minutos e o desvio padrão, 12 minutos. Com o nível de significância de 5%, estes resultados trazem evidências da melhora desejada? Em caso afirmativo, construa um intervalo de confiança com coeficiente de 0,90 para o novo tempo médio de execução.

11) No teste de hipóteses

$$H_0 : \mu = 1150 \quad (\sigma = 150)$$

$$H_1 : \mu = 1200 \quad (\sigma = 200)$$

utilizou-se $n = 100$ e a região crítica $\bar{X} \geq 1170$.

- Qual a probabilidade α de rejeitar H_0 , quando esta é verdadeira?
- Qual a probabilidade β de aceitar H_0 , quando H_1 é verdadeira?
- Qual deve ser a região crítica para que $\alpha = \beta$?

12) Supondo $X \sim N(\mu, 9)$, teste a hipótese $H_0 : \mu = 100$ contra a alternativa $H_1 : \mu > 100$, de modo que $L(100) = 0,95$ e $L(102) = 0,01$, onde $L(\mu)$ é a função característica de operação, $L(\mu) = P(\text{aceitar } H_0 | \mu)$. (Determinar o tamanho da amostra n e a constante c tal que a região crítica seja $\text{RC} = \{\bar{x} : \bar{x} \geq c\}$).