

1º) Seja y' a coordenada do carro. A eq. de movimento será dada por

$\frac{1}{3}$

$$m \frac{d^2 y'}{dt^2} = -k(y' - y) - b v'$$

onde y é a eq. da lombada.

$$m \frac{d^2 y'}{dt^2} + k y' + b \frac{dy'}{dt} = k y_0 \sin\left(\frac{2\pi x}{L}\right)$$

Seendo $x = vt$, podemos reescrever a eq. de forma que

$$\frac{d^2 y'}{dt^2} + \omega_0^2 y' + \frac{b}{m} \frac{dy'}{dt} = \frac{k y_0}{m} \sin\left(\frac{2\pi v t}{L}\right)$$

A eq. final é a equação de um OH amortecido forçado onde $\omega = \frac{2\pi v}{L}$ e a solução p/ amplitude de oscilação é dada por

$$A = \frac{k y_0 / m}{\sqrt{\left[\left(\frac{2\pi v}{L}\right)^2 - \frac{k}{m}\right]^2 + \left(\frac{b}{m} \frac{2\pi v}{L}\right)^2}}$$

A amplitude depende da velocidade

Na ressonância é q'do temos a maior amplitude

$$\omega_0 = \sqrt{k/m}$$

$$\frac{2\pi V_1}{L} = \omega_0 \Rightarrow V_1 = \frac{\omega_0 L}{2\pi}$$

Com certeza não queremos o carro andando nesta velocidade. Como medida de segurança aos passageiros, podemos impor que ω esteja fora de ressonância. Sabemos que podemos fazer isso impondo que

$$\omega < \omega_0 - \frac{b}{2m}$$

$$\frac{2\pi V}{L} < \omega_0 - \frac{b}{2m} \Rightarrow V < \frac{L}{2\pi} \left(\omega_0 - \frac{b}{2m} \right) \quad (1)$$

ou

$$\omega > \omega_0 + \frac{b}{2m}$$

$$V > \frac{L}{2\pi} \left(\omega_0 + \frac{b}{2m} \right) \quad (2)$$

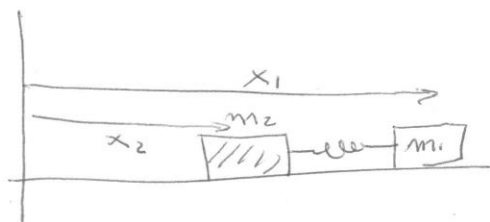
A primeira condição (1), nos permite obter uma velocidade máxima para a ~~o~~ ~~q~~ ~~b~~ a lombada.

A segunda condição (2), também traz pouca amplitude, mas o movimento brusco nos amortecedores poderá danificá-los.

Vale notar que p/ $V \rightarrow 0$, a amplitude é y_0 !

2ª. Um sistema massa-mola e dois corpos

3
3



Devido a mola a força atua nos dois corpos; assim as eq. de movimento são:

$$m_1 \frac{d^2 x_1}{dt^2} = -k(x_1 - x_2) \quad \text{e} \quad m_2 \frac{d^2 x_2}{dt^2} = +k(x_1 - x_2)$$

$x_1 - x_2$ é a distensão da mola. Multiplicarmos e subtraímos as equações acima

$$m_1 m_2 \frac{d^2 x_1}{dt^2} = -k m_2 (x_1 - x_2)$$

$$- m_1 m_2 \frac{d^2 x_2}{dt^2} = +k m_1 (x_1 - x_2)$$

$$m_1 m_2 \left[\frac{d^2 x_1}{dt^2} - \frac{d^2 x_2}{dt^2} \right] = -k(x_1 - x_2) [m_2 + m_1]$$

$$\frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \frac{d^2 (x_1 - x_2)}{dt^2} = -k(x_1 - x_2)$$

Aqui $\frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} = \mu$ massa reduzida, $x_1 - x_2$ é a

coordenada relativa entre os dois corpos.

A frequência de oscilação é dada por

$$\omega^2 = \frac{k}{\mu}$$