Microeconomia II

SELEÇÃO ADVERSA

Rafael V. X. Ferreira
rafaelferreira@usp.br

Outubro de 2017

Universidade de São Paulo (USP)
Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade (FEA)
Departamento de Economia

Bibliografia Básica

- A. Mas-Colell, M. Whinston e J. Green
  Microeconomic Theory
  Oxford University Press, 1995
- G. Akerlof
  The Market for “Lemons”: Quality Uncertainty and the Market Mechanism
  The Quarterly Journal of Economics, 1970

Bibliografia Complementar

- I. Macho-Stadler e J.D. Pérez-Castrillo
  An Introduction to the Economics of Information: Incentives and Contracts
  Oxford University Press, 1995
- P. Bolton e M. Dewatripont
  Contract Theory
  MIT Press, 2005
- J. Laffont e D. Martimort
  The Theory of Incentives
  Princeton University Press, 2002

O problema de Seleção Adversa

- **Teoremas do Bem-Estar**:
  - Hipótese implícita de que as características relevantes de todas as mercadorias *(commodities)* são observáveis antes da transação econômica ocorrer;
  - Quando esta condição não é satisfeita, a alocação de equilíbrio pode não ser Pareto-eficiente.
  - A este tipo de problema de informação assimétrica, damos o nome de **seleção adversa**.

Exemplos de Problemas de Seleção Adversa (1)

- **Mercado de Carros Usados**
- **Mercado de Seguros de Saúde**
- **Mercado de Crédito**
- **Mercado de Trabalho**
  - Estudaremos esta aplicação de seleção adversa, por meio de um modelo adaptado de Akerlof (1970), como consta em Mas-Colell, Whiston e Green (1995).

Environment

- Cada trabalhador produz θ unidades na firma.
- Trabalhadores heterogêneos na produtividade:

$$\theta \in [\underline{\theta}, \bar{\theta}] \subset \mathbb{R}_+$$

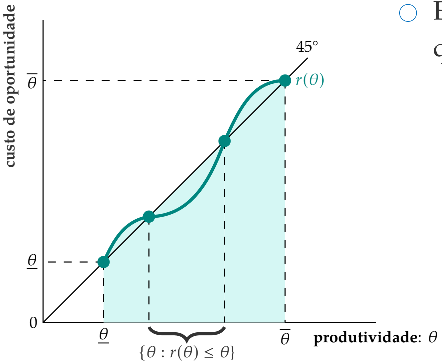
- Várias firmas neutras ao risco na economia e com tecnologia com retornos constantes à escala.
- $F(\cdot)$ é a distribuição não-degenerada de produtividade na economia.
- N trabalhadores com custo de oportunidade $r(\theta)$.
- Trabalhador só aceitará trabalhar se $w \geq r(\theta)$.

Caso Simétrico

- Produtividade θ é observável e UM salário de equilíbrio seria $w^*(\theta) = \theta$.
- Vale o 1º Teorema do Bem-estar: mercados completos.
- Os trabalhadores que trabalhariam para a firma seriam aqueles para os quais $\theta \in \{\theta : r(\theta) \leq \theta\}$
- Excedente total da economia:

$$S(N) = \int_{\underline{\theta}}^{\overline{\theta}} N\left[I(\theta)\theta + (1 - I(\theta))r(\theta)\right] dF(\theta)$$

Excedente Total



- Excedente total é maximizado quando:
  - Trabalhadores mais produtivos na firma ($r(\theta) \leq \theta$) trabalham para a firma;
  - Trabalhadores mais produtivos em "produção doméstica" ($r(\theta) > \theta$) recebem o seu valor de reserva.

Atenção!

No gráfico acima, produtividade aparece no eixo horizontal. Nos gráficos do Cap. 13 de Mas-Colell, Whinston e Green (1995) e nos gráficos dos próximos slides, produtividade aparecerá no eixo vertical.

Caso Simétrico: Síntese

- Se produtividade é uma característica observável, haverá tantos preços – e mercados – quanto níveis de produtividade.
- O preço de equilíbrio será uma função:

$$w^* : [\underline{\theta}, \bar{\theta}] \longrightarrow \mathbb{R}_+$$

- Eficiência: sempre que uma unidade de trabalho for mais valiosa para o demandante de trabalho (a firma) que para o ofertante (o trabalhador), essa unidade será transacionada no mercado de trabalho, permitindo a realização dos ganhos de troca.

Caso Assimétrico: Oferta de Trabalho

- Se θ não é observável pelas firmas, o salário de equilíbrio não pode depender de θ.
- Firmas sabem que apenas trabalhadores com custo de oportunidade menor que w^* vão ofertar emprego:

$$\Theta(w^*) = \{\theta : r(\theta) \leq w^*\}$$

Caso Assimétrico: Demanda por Trabalho

- Assim, se as firmas crêem que a produtividade média dos trabalhadores que ofertam trabalho é μ, a demanda das firmas por trabalho, $z(w|\mu)$, será dada por:

$$z(w|\mu) = \begin{cases} 0 & \text{se } \mu < w \\ [0, \infty] & \text{se } \mu = w \\ \infty & \text{se } \mu > w \end{cases} \tag{1}$$

Caso Assimétrico: Equilíbrio Competitivo

- Se as firmas tem expectativas racionais:

$$\mu^* = \mathbb{E}[\theta|\theta \in \Theta^*(w^*)] = \mathbb{E}[\theta|r(\theta) \leq w^*]$$

- No equilíbrio competitivo, market clearing implica:

$$w^* = \mu^* = \mathbb{E}[\theta|\theta \in \Theta^*(w^*)]$$

Equilíbrio Competitivo: Definição

Definição

Considere um mercado de trabalho competitivo com produtividade não observável e distribuída em $\theta \in [\underline{\theta}, \overline{\theta}] \subset \mathbb{R}_+$ de acordo com a distribuição de probabilidade acumulada F. Se a produtividade é não-observável, um *equilíbrio competitivo* é um salário (preço) e conjunto de tipos de trabalhadores Θ^* (alocação) que aceitam ofertar trabalho no mercado, de modo que:

$$\Theta^*(w^*) = \{\theta : r(\theta) \leq w^*\}$$

$$w^* = \mathbb{E}[\theta | \theta \in \Theta^*(w^*)]$$

Atenção!

Para que a esperança $w^* = \mathbb{E}[\theta|\theta \in \Theta^*(w^*)]$ esteja definida, é preciso que $\Theta^*(w^*) = \{\theta : r(\theta) \leq w^*\}$ seja não-vazio.

- Para os casos em que $\Theta^*(w^*) = \emptyset$, suporemos que as crenças das firmas são tais que a produtividade média dos trabalhadores potenciais é $E[\theta]$. Nesse caso o equilíbrio se dará com $w^* = E[\theta]$.

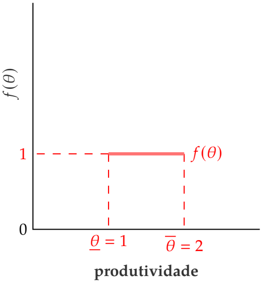
Eficiência no Caso Assimétrico

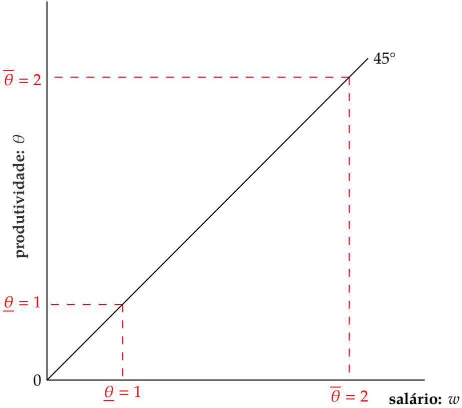
- A propriedade mais importante do equilíbrio assimétrico é a possibilidade que haver melhorias de Pareto. Sob o caso simétrico, sabemos que o equilíbrio competitivo é Pareto-eficiente. Aqui, sob o caso assimétrico, é possível que isso não ocorra.
- A seguir, vamos examinar alguns exemplos para analisar as propriedades do equilíbrio.

Entendendo os Gráficos: um exemplo numérico

Suponha que:

- $\theta \sim \mathrm{U}[1, 2]$

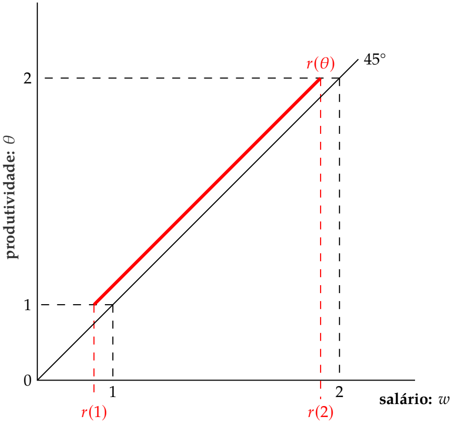




Entendendo os Gráficos: um exemplo numérico

Suponha que:

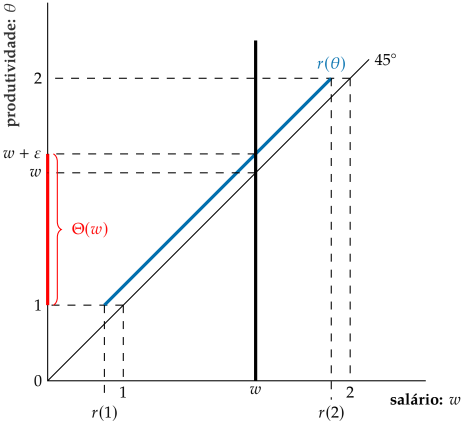
- $\theta \sim \mathrm{U}[1, 2]$
- $r(\theta) = \theta - \varepsilon$, para um ε pequeno em $(0, 1)$.



Entendendo os Gráficos: um exemplo numérico

Dado um salário w:

$$
\begin{aligned}
r(\theta) \leq w \quad &\Leftrightarrow \quad w \geq \theta - \varepsilon \\
&\Leftrightarrow \quad \theta \leq w + \varepsilon
\end{aligned}
$$



Entendendo os Gráficos: um exemplo numérico

Temos, portanto, que:

$$f(\theta|w) = \frac{\mathbb{1}(\theta \leq w+\varepsilon) f(\theta)}{F(w+\varepsilon)} = \frac{1}{(w+\varepsilon)-1} \quad \text{se } \underline{\theta} \leq \theta \leq w+\varepsilon$$

$$\mathbb{E}[\theta|\theta \in \Theta(w)] = \int_1^{w+\varepsilon} \theta f(\theta|w) d\theta = \int_1^{w+\varepsilon} \frac{\theta}{(w+\varepsilon)-1} d\theta$$

$$= \frac{(w+\varepsilon)^2 - 1^2}{2(w+\varepsilon-1)} = \frac{w+\varepsilon+1}{2}$$

O salário de equilíbrio competitivo será aquele para o qual:

$$\mathbb{E}[\theta|\theta \in \Theta(w^*)] = \frac{w^*+\varepsilon+1}{2} = w^* \implies \boxed{w^* = 1+\varepsilon}$$

Entendendo os Gráficos: um exemplo numérico

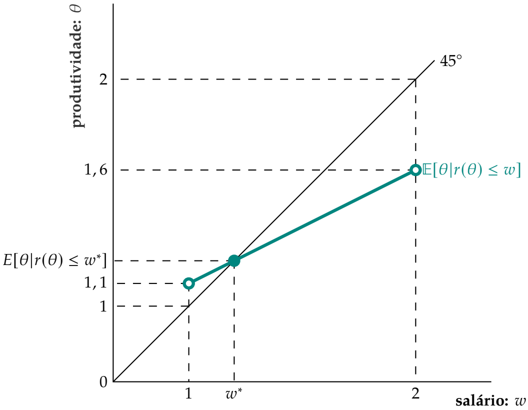
Se $\varepsilon = 0,2$ temos:

$$\mathbb{E}[\theta|\theta \in \Theta(w)] = \frac{w}{2} + \frac{3}{5}$$

$$\mathbb{E}[\theta|\theta \in \Theta(1)] = 1,1$$

$$\mathbb{E}[\theta|\theta \in \Theta(2)] = 1,6$$

$$\boxed{\mathbb{E}[\theta|\theta \in \Theta(w^*)] = 1,2}$$



Caracterização do Equilíbrio Competitivo

- Note que a condição de equilíbrio $w^* = \mathbb{E}[\theta | r(\theta) \leq w]$ determina que os salários de equilíbrio são aqueles para os quais a produtividade média cruza a semi-reta de 45°.
- Como $r(\theta) \leq \theta, \forall \theta$, qualquer equilíbrio como o do exemplo numérico anterior, em que $\Theta(w^*) \neq [\underline{\theta}, \bar{\theta}]$, é ineficiente.
- A magnitude da ineficiência e da quantidade de equilíbrios dependerá da função de produtividade média

$$w \longrightarrow \mathbb{E}[\theta | r(\theta) \leq w]$$

Entendendo a produtividade média $\mathbb{E}[\theta|r(\theta) \leq w]$

- O que podemos dizer sobre esta função?
  - Cresce? Decresce? Vamos olhar para a primeira derivada.
  - A que taxa? Temos que olhar para a segunda derivada.
- De modo geral, note que:

$$f(\theta|r(\theta) \leq w) = f(\theta|\theta \leq r^{-1}(w)) = \frac{f(\theta)}{F(r^{-1}(w))} \text{ para } \underline{\theta} \leq \theta \leq r^{-1}(w)$$

$$\mathbb{E}[\theta|r(\theta) \leq w] = \int_{\underline{\theta}}^{r^{-1}(w)} \theta \frac{f(\theta)}{F(r^{-1}(w))} d\theta = \underbrace{\frac{1}{F(r^{-1}(w))}}_{g(w) \geq 0} \underbrace{\int_{\underline{\theta}}^{r^{-1}(w)} \theta f(\theta) d\theta}_{h(w) \geq 0}$$

Como $\mathbb{E}[\theta|r(\theta) \leq w]$ varia com w?

Como varia $\mathbb{E}[\theta|r(\theta) \leq w]$ quando aumentamos o salário w?

$$\frac{d}{dw}\mathbb{E}[\theta|r(\theta) \leq w] = g'(w)h(w) + g(w)h'(w)$$

- Regra do Quociente:

$$g'(w) = -\frac{f(r^{-1}(w))}{[F(r^{-1}(w))]^2}\frac{d}{dw}r^{-1}(w) = -\frac{f(r^{-1}(w))}{r'(r^{-1}(w))[F(r^{-1}(w))]^2}$$

- Regra de Leibniz:

$$h'(w) = r^{-1}(w)f(r^{-1}(w))\frac{d}{dw}r^{-1}(w) = \frac{r^{-1}(w)f(r^{-1}(w))}{r'(r^{-1}(w))}$$

Como $\mathbb{E}[\theta|r(\theta) \leq w]$ varia com w?

Como varia $\mathbb{E}[\theta|r(\theta) \leq w]$ quando aumentamos o salário w?

$$\underbrace{-\frac{f(r^{-1}(w))}{r'(r^{-1}(w))[F(r^{-1}(w))]^2}}_{g'(w)} \underbrace{\left[\int_{\underline{\theta}}^{r^{-1}(w)} \theta f(\theta) d\theta\right]}_{h(w)} + \underbrace{\frac{1}{F(r^{-1}(w))}}_{g(w)\geq 0} \underbrace{\frac{r^{-1}(w) f(r^{-1}(w))}{r'(r^{-1}(w))}}_{h'(w)} =$$

$$= \frac{1}{r'(r^{-1}(w))F(r^{-1}(w))} \left\{ r^{-1}(w) f(r^{-1}(w)) - \frac{f(r^{-1}(w))}{F(r^{-1}(w))} \left[\int_{\underline{\theta}}^{r^{-1}(w)} \theta f(\theta) d\theta\right]\right\}$$

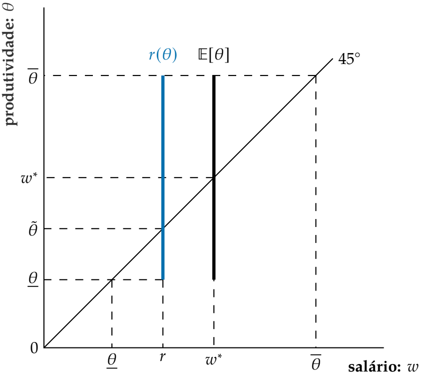
Equilíbrio e a função $\mathbb{E}[\theta|r(\theta) \leq w]$

- A depender das funções $r(\cdot)$ e $f(\cdot)$, podemos ter $\mathbb{E}[\theta|r(\theta) \leq w]$ crescente ou decrescente, em um dado intervalo de $[\underline{\theta}, \bar{\theta}]$.
- O mesmo vale para a segunda derivada, o que indica que $\mathbb{E}[\theta|r(\theta) \leq w]$ pode ter diversos pontos de inflexão.
- Logo, a princípio é possível termos $\mathbb{E}[\theta|r(\theta) \leq w]$ tal que, por exemplo:
  - **Caso 1**: o equilíbrio competitivo aloca <u>mais</u> trabalhadores na firma do que seria eficiente;
  - **Caso 2**: o equilíbrio competitivo aloca <u>menos</u> trabalhadores na firma do que seria eficiente;
  - **Caso 3**: o mercado falha por completo – isto é, apesar de $r(\theta) \leq \theta, \forall \theta$, não há equilíbrio em que um conjunto de medida não-nula de trabalhadores oferta trabalho;
  - **Caso 4**: equilibrios múltiplos.

Caso 1: equilíbrio com emprego em excesso

Se $w^* = \mathbb{E}[\theta] > r(\theta) = r$: todos irão ofertar emprego.

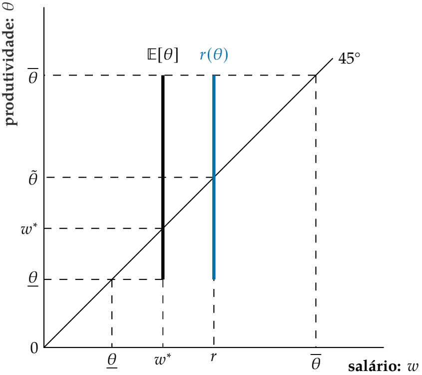
- A alocação eficiente de trabalhadores seria empregar na firma apenas aqueles cuja produtividade esteja em $\{\theta : r(\theta) \leq \theta\} = [\tilde{\theta}, \bar{\theta}]$.
- Havendo muitos trabalhadores de alta produtividade, a produtividade média é alta e todos os tipos de trabalhadores trabalharão para a firma em equilíbrio.



Caso 2: equilíbrio com emprego subótimo

Se $w^* = \mathbb{E}[\theta] < r(\theta) = r$: ninguém irá ofertar emprego.

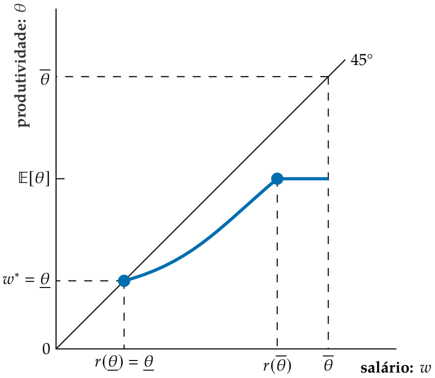
- A alocação eficiente de trabalhadores seria empregar na firma apenas aqueles cuja produtividade esteja em $\{\theta : r(\theta) \leq \theta\} = [\tilde{\theta}, \bar{\theta}]$.
- Havendo poucos trabalhadores de alta produtividade, a produtividade média é baixa e ninguém irá trabalhar para a firma em equilíbrio.



Caso 3: mercado falha por completo

$r(\theta) \leq \theta$ e $r(\cdot)$ crescente, $\forall \theta$

- Note: neste caso, em que $r(\underline{\theta}) = \underline{\theta}$ e $r(\theta) < \theta$, para todo $\theta > \underline{\theta}$.
- Apenas um conjunto de medida nula de trabalhadores trabalha para a firma, apesar de o socialmente ótimo ser todos os trabalhadores trabalhando para a firma.

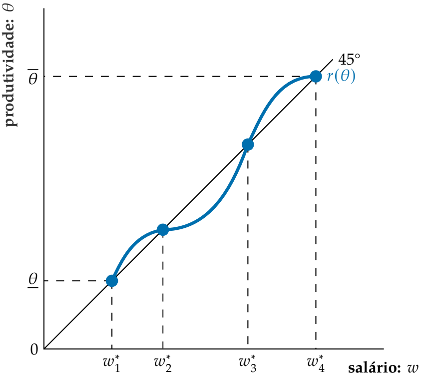


Caso 4: equilíbrios múltiplos

- Multiplicidade vem da ausência de restrições sobre inclinação de:

$$w \mapsto \mathbb{E}[\theta | r(\theta) \leq w$$

- **Equilíbrios podem ser Pareto-ordenados**: firmas são indiferentes, mas trabalhadores preferem salários maiores.
- Equilíbrios ruins são resultado de problema de coordenação.



A abordagem de Teoria dos Jogos

- Ao caracterizar de modo mais preciso como opera a interação estratégica das firmas e a estrutura do mercado de trabalho, podemos focar em um conceito de Equilíbrio de Nash Perfeito em Subjogos que nos dá:
  - **Refinamento de equilíbrios**: equilíbrios competitivos com salário abaixo do maior salário de equilíbrio competitivo não serão ENPS.
  - **Otimalidade de Pareto Restrita**: uma autoridade central não consegue realizar uma melhoria de Pareto por meio de transferências se não for capaz de observar os tipos dos trabalhadores.

A abordagem de Teoria dos Jogos: Environment

- Common Knowledge:
  - $F(\cdot)$
  - $r(\cdot)$
- Comportamento de mercado representado por um jogo em dois estágios:
  1. Duas firmas anunciam suas ofertas de salário;
  2. Trabalhadores decidem se vão trabalhar e, caso trabalhem, para que firma.
- $r(\theta) \leq \theta$, $f(\theta) > 0$ e $r(\cdot)$ crescente, $\forall \theta \in [\underline{\theta}, \bar{\theta}]$.

Caracterização do ENPS (1)

Proposição

Seja W^* o conjunto de salários de equilíbrio competitivo para o modelo de mercado de trabalho com seleção adversa, e seja $w^* = \max\{w : w \in W^*\}$. Se $w^* > r(\underline{\theta})$ e existe um $\varepsilon > 0$ tal que $\mathbb{E}[\theta | r(\theta) \leq w'] > w'$ para todo $w' \in (w^* - \varepsilon, w^*)$, então existe um único ENPS em estratégias puras deste modelo, representado por um jogo dinâmico de dois estágios. Nesse ENPS, trabalhadores empregados recebem w^* e trabalhadores com tipos em $\Theta^*(w^*) = \{\theta : r(\theta) \leq w^*\}$ aceitam trabalhar para a firma.

Proposição 13.B.1 (i) do MWG

Caracterização do ENPS (1)

- Ao detalharmos mais o comportamento das firmas e a estrutura dos mercados, podemos refinar o resultado, eliminando equilíbrios não-razoáveis. Apenas o equilíbrio com o maior salário sobreviverá.

- Vamos demonstrar por partes:

  1. Em qualquer ENPS, as firmas obterão lucro zero;
  2. Se o salário oferecido for menor que o salário máximo de equilíbrio competitivo, há um desvio lucrativo. Logo, não pode ser salário de ENPS.
  3. Se ambas as firmas ofertando o maior salário de equilíbrio competitivo e os trabalhadores escolhendo sempre a maior oferta, se maior que seu custo de oportunidade, temos um ENPS.

Caracterização do ENPS (1)

1. **Em qualquer ENPS, as firmas obterão lucro zero.**

Caracterização do ENPS (1)

2. **Se o salário oferecido for menor que o salário máximo de equilíbrio competitivo, há um desvio lucrativo. Logo, não pode ser salário de ENPS.**

Passos da Demonstração:

1. A partir do resultando do slide anterior, temos duas possibilidades:
   1.1 $\bar{w} \in W^*$: o salário oferecido deve ser um salário de equilíbrio competitivo.
   1.2 $\bar{w} < r(\underline{\theta})$: o salário é baixo e nenhum trabalhador aceita.
2. Suponha que $\bar{w} < w^* = \max\{w : w \in W^*\}$. Então qualquer firma pode desviar e escolher um salário $\tilde{w} \in (w^* - \varepsilon, w^*)$, obtendo lucros estritamente positivos.
3. Logo, em qualquer ENPS, a maior oferta de salário deve ser igual a w^*.

Caracterização do ENPS (1)

3. **Se ambas as firmas ofertando o maior salário de equilíbrio competitivo e os trabalhadores escolhendo sempre a maior oferta, se maior que seu custo de oportunidade, temos um ENPS.**

Passos da Demonstração (1 de 3):

1. Por fim, vamos mostrar que a combinação das estratégias a seguir constitui um ENPS:
    - Ambas as firmas escolhendo w^* como salário
    - Trabalhadores escolhendo sempre trabalhar para firma que oferta o maior salário, e escolhendo trabalhar apenas se o salário for pelo menos $r(\theta)$.
2. Com essa estratégia, ambas as firmas obtém lucro zero. Se uma baixar o salário, não obtém nenhum trabalhador.

Caracterização do ENPS (1)

3. **Se ambas as firmas ofertando o maior salário de equilíbrio competitivo e os trabalhadores escolhendo sempre a maior oferta, se maior que seu custo de oportunidade, temos um ENPS.**

Passos da Demonstração (2 de 3):

3. Além disso, temos que $w > \mathbb{E}[\theta | r(\theta) \leq w]$, para todo $w > w^*$. Logo, aumentar o salário resultaria numa queda no lucro da firma. Como sabemos disso?
4. Por hipótese, $\bar{w} < w^* = \max\{w : w \in W^*\}$. Logo, não existe $\tilde{w} > w^*$ tal que $\mathbb{E}[\theta | r(\theta) \leq \tilde{w}] = \tilde{w}$.
5. Logo, como $\mathbb{E}[\theta | r(\theta) \leq w]$ é contínua em w, $\mathbb{E}[\theta | r(\theta) \leq \tilde{w}] - \tilde{w}$ deve ter o mesmo sinal para todo $\tilde{w} > w^*$.
6. Caso contrário, precisaríamos ter um $\tilde{w} > w^*$ que igualasse essa expressão a zero. (Teorema do Valor Médio?).

Caracterização do ENPS (1)

3. **Se ambas as firmas ofertando o maior salário de equilíbrio competitivo e os trabalhadores escolhendo sempre a maior oferta, se maior que seu custo de oportunidade, temos um ENPS.**

Passos da Demonstração (3 de 3):

7. Suponha $\mathbb{E}[\theta|r(\theta) \leq w] > w$, para todo $w > w^*$.
8. Note que o lado direito converge para $\mathbb{E}[\theta]$ quando $w \to \infty$, enquanto o lado esquerdo converge para ∞. Contradição.
9. Logo, temos que $\mathbb{E}[\theta|r(\theta) \leq w] < w$, para todo $w > w^*$.

Caracterização do ENPS (2)

Proposição

Seja W^* o conjunto de salários de equilíbrio competitivo para o modelo de mercado de trabalho com seleção adversa, e seja $w^* = \max\{w : w \in W^*\}$. Se $w^* = r(\underline{\theta})$, então existem múltiplos ENPS em estratégias puras. Contudo, em todo ENPS em estratégias puras, o payoff de cada agente é exatamente igual ao payoffno equilíbrio competitivo com o maior salário.

Proposição 13.B.1 (ii) do MWG

Caracterização do ENPS (2)

Passos da Demonstração:

1. Nesse caso, $\mathbb{E}[\theta : r(\theta) \leq w] < w$, para todo $w > w^*$, de modo que qualquer firma que atraia uma massa positiva de trabalhadores com salário maior que w^* vai incorrer em prejuízo. Logo, uma firma vai ter lucro zero ao anunciar qualquer salário $w \leq w^*$.
2. Logo, salários que podem surgir em um ENPS são dadas por:
$$\{(w_1, w_2) | w_j \leq w^*, j = 1, 2\}$$
3. Nesse caso, todos os agentes recebem o mesmo que receberiam em um equilíbrio competitivo com salário w^*:
   3.1 Firmas obtém lucro zero.
   3.2 Trabalhador de tipo θ obtém $r(\theta)$, para todo $\theta \in [\underline{\theta}\bar{\theta}]$

Proposição

No modelo de seleção adversa para o mercado de trabalho em que:

- $r(\cdot)$ estritamente crescente e $r(\theta) \leq \theta, \forall \theta \in [\underline{\theta}, \bar{\theta}]$
- $F(\cdot)$ tem uma função de densidade associada $f(\cdot)$, com $f(\theta) > 0, \forall \theta \in [\underline{\theta}, \bar{\theta}]$

O equilíbrio competitivo com o maior salário é Pareto-ótimo restrito.

Proposição 13.B.2 do MWG

Caracterização do ENPS (2)

Passos da Demonstração:

1. Se todos os trabalhadores estão empregados no salário mais alto de equilíbrio competitivo, essa é uma alocação Pareto-ótima. Suponha, pois, que alguns deles não estão empregados. Seja:
   - w_e: salário
   - w_u: seguro-desemprego concedido pela autoridade central
2. Note: para qualquer par (w_e, w_u), o conjunto de trabalhadores que aceitam ofertar trabalho é na forma $[\underline{\theta}, \hat{\theta}]$ para algum $\hat{\theta}$:
$$\{\hat{\theta} : w_u + r(\hat{\theta}) \leq w_e\}$$
3. Uma autoridade que deseje fazer com que trabalhadores de tipo $\theta \leq \hat{\theta}$ para algum $\hat{\theta} \in [\underline{\theta}, \bar{\theta}]$ aceitem trabalhar, deve escolher (w_e, w_u) tais que:
$$w_u + r(\hat{\theta}) = w_e \tag{2}$$

Caracterização do ENPS (2)

Passos da Demonstração:

4. Para que as transferências sejam equivalentes:

$$w_e F(\hat{\theta}) + w_u[1 - F(\hat{\theta})] = \int_{\underline{\theta}}^{\hat{\theta}} \theta f(\theta) d\theta \tag{3}$$

5. Juntando as equações (2) e (3):

$$w_u(\hat{\theta}) = \int_{\underline{\theta}}^{\hat{\theta}} \theta f(\theta) d\theta - r(\hat{\theta}) F(\hat{\theta}) = F(\hat{\theta}) \Big(\mathbb{E}[\theta | \theta \leq \hat{\theta}] - r(\hat{\theta}) \Big)$$

$$w_e(\hat{\theta}) = \int_{\underline{\theta}}^{\hat{\theta}} \theta f(\theta) d\theta + r(\hat{\theta})[1 - F(\hat{\theta})] = F(\hat{\theta}) \Big(\mathbb{E}[\theta | \theta \leq \hat{\theta}] - r(\hat{\theta}) \Big) + r(\hat{\theta})$$

As últimas igualdades vem de: $\mathbb{E}[\theta | \theta \leq \hat{\theta}] = \int_{\underline{\theta}}^{\hat{\theta}} \theta \frac{f(\theta)}{F(\hat{\theta})} d\theta$

Caracterização do ENPS (2)

Passos da Demonstração:

6. Seja θ^* o tipo de maior produtividade que aceita trabalhar ao maior salário de equilíbrio competitivo. Sabemos que:

$$r(\theta^*) = w^* = \mathbb{E}[\theta|\theta \leq \theta^*]$$

7. Das equações anteriores, temos portanto que:
   - $w_u(\theta^*) = 0$
   - $w_e(\theta^*) = r(\theta^*)$
8. O resultado, portanto, quando a autoridade determina $\hat{\theta} = \theta^*$ é o mesmo do equilíbrio competitivo com o maior salário.

Caracterização do ENPS (2)

Passos da Demonstração:

9. Por fim, é possível implementar uma melhoria de pareto escolhendo um $\hat{\theta} \neq \theta^*$? Vejamos os dois casos possíveis:
10. $\hat{\theta} < \theta^*$. Vamos para olhar para o trabalhador $\underline{\theta}$, que recebe $r(\theta^*)$ no equilíbrio. Como $r(\theta^*) > r(\hat{\theta})$, temos:

$$\begin{aligned} w_e(\hat{\theta}) &= \int_{\underline{\theta}}^{\hat{\theta}} \theta f(\theta) d\theta + r(\hat{\theta})[1 - F(\hat{\theta})] \\ &\leq \int_{\underline{\theta}}^{\hat{\theta}} \theta f(\theta) d\theta + r(\theta^*)[1 - F(\hat{\theta})] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} w_e(\hat{\theta}) - r(\theta^*) &\leq F(\hat{\theta})\left(\mathbb{E}[\theta|\theta \leq \hat{\theta}] - r(\hat{\theta})\right) \\ &= F(\hat{\theta})\left(\mathbb{E}[\theta|\theta \leq \hat{\theta}] - \mathbb{E}[\theta|\theta \leq \theta^*]\right) \\ &< 0 \end{aligned}$$

Caracterização do ENPS (2)

Passos da Demonstração:

11. Logo, o trabalhador $\underline{\theta}$ irá piorar neste caso.
12. $\hat{\theta} > \theta^*$. Na proposição anterior, vimos que $\mathbb{E}[\theta|r(\theta) \leq w] < w$ para todo $w > w^*$. Logo, como $r(\cdot)$ estr. crescente, temos:

$$\mathbb{E}[\theta|r(\theta) \leq r(\hat{\theta})] < r(\hat{\theta}) \quad \forall \hat{\theta} > \theta^*$$

Além disso,

$$\mathbb{E}[\theta|r(\theta) \leq r(\hat{\theta})] = \mathbb{E}[\theta|\theta \leq \hat{\theta}]$$

Logo, segue que $\mathbb{E}[\theta|\theta \leq \hat{\theta}] < r(\hat{\theta})\ \forall w > w^*$. Mas vimos que:

$$w_u(\hat{\theta}) = F(\hat{\theta})\Big(\mathbb{E}[\theta|\theta \leq \hat{\theta}] - r(\hat{\theta})\Big)$$

Portanto, $w_u(\hat{\theta}) < 0, \forall w > w^*$, o que significa que o tipo $\bar{\theta}$ irá piorar.