

SEM0317 – Aula 8

Controle de Manipuladores Robóticos

Prof. Assoc. Marcelo Becker

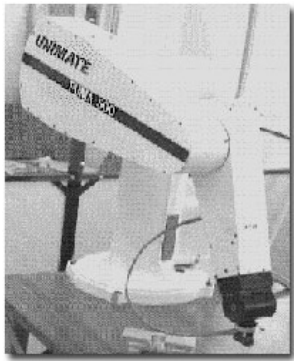
Prof. Assoc. Adriano Siqueira

USP - EESC - SEM

Sumário do Módulo

- Introdução ao Controle de Robôs Manipuladores
- Simulador de Robô Manipulador Planar de 2 Graus de Liberdade
- Controle Independente de Juntas
- Controle por Torque Calculado
- Controle Adaptativo baseado no Torque Calculado
- Controle Robusto ($\mathcal{H}_\infty$ Linear, LPV, Estrutura Variável)
- Conclusões

Histórico



- 1961 - UNIMATE, Unimation, Inc.
  - George Devol, Joseph Engelberger
- 1970 - 1980: Torque Calculado (PAUL, 1973)
- 1980 - 1990: Controle Adaptativo (CRAIG, 1985; SLOTINE & LI, 1987)
- 1985 - 1995: Controle Robusto (SPONG & VIDYASAGAR, 1989; DAWSON, 1990)

Aplicações



Pintura



KR 16



Soldagem



Pick and Place

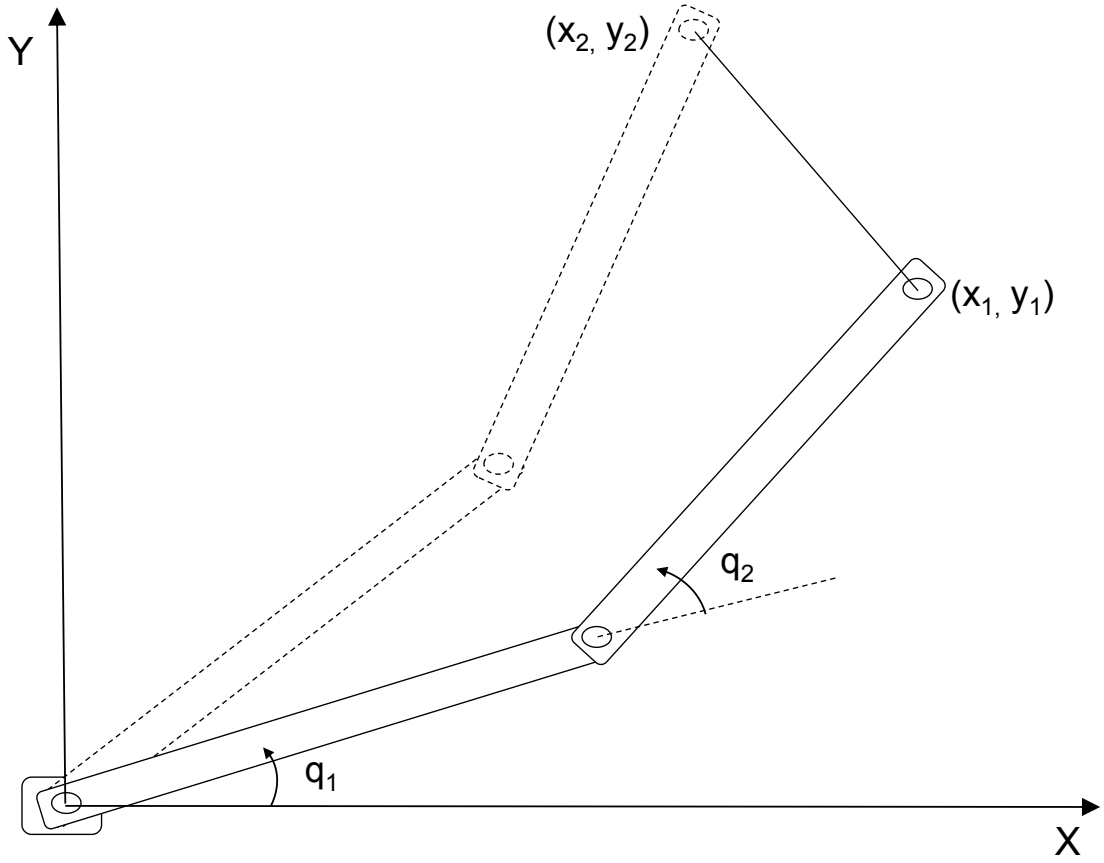


Prototipagem

© M. Becker 2017

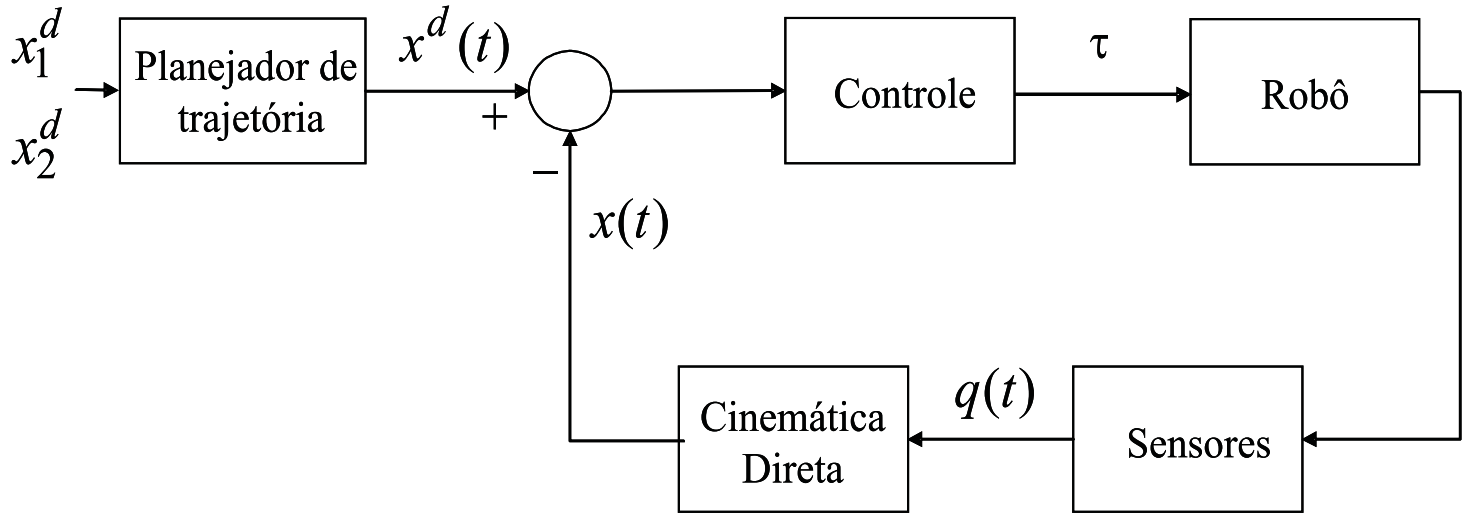
Estrutura de Controle

- Planejamento no espaço operacional (cartesiano)



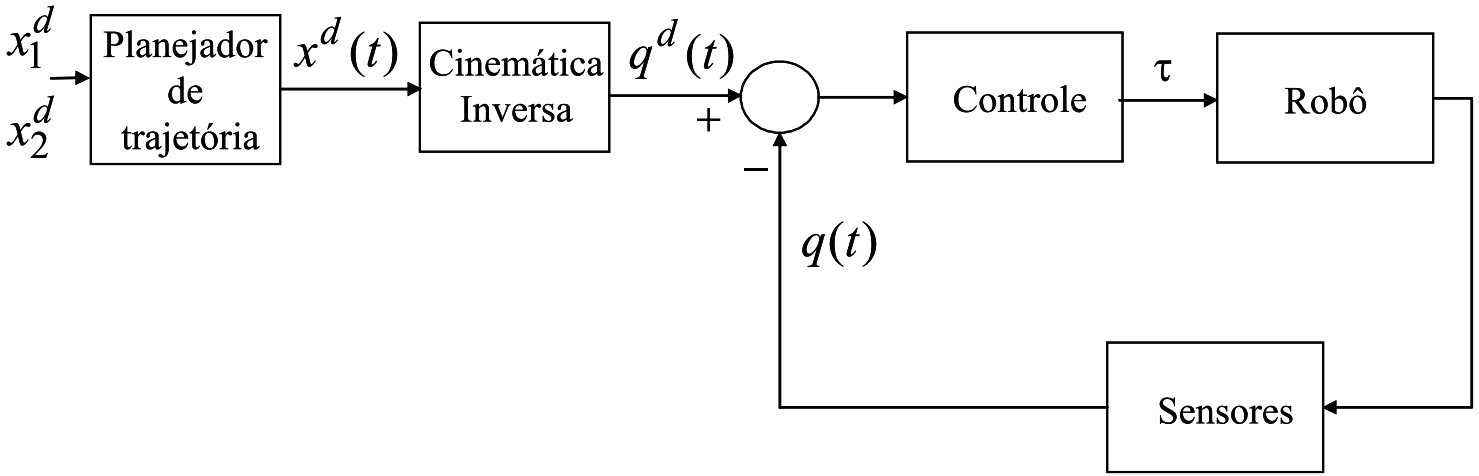
Estrutura de Controle

- Planejamento no espaço operacional (cartesiano)
  - Controle cartesiano ⇒ cinemática direta



Estrutura de Controle

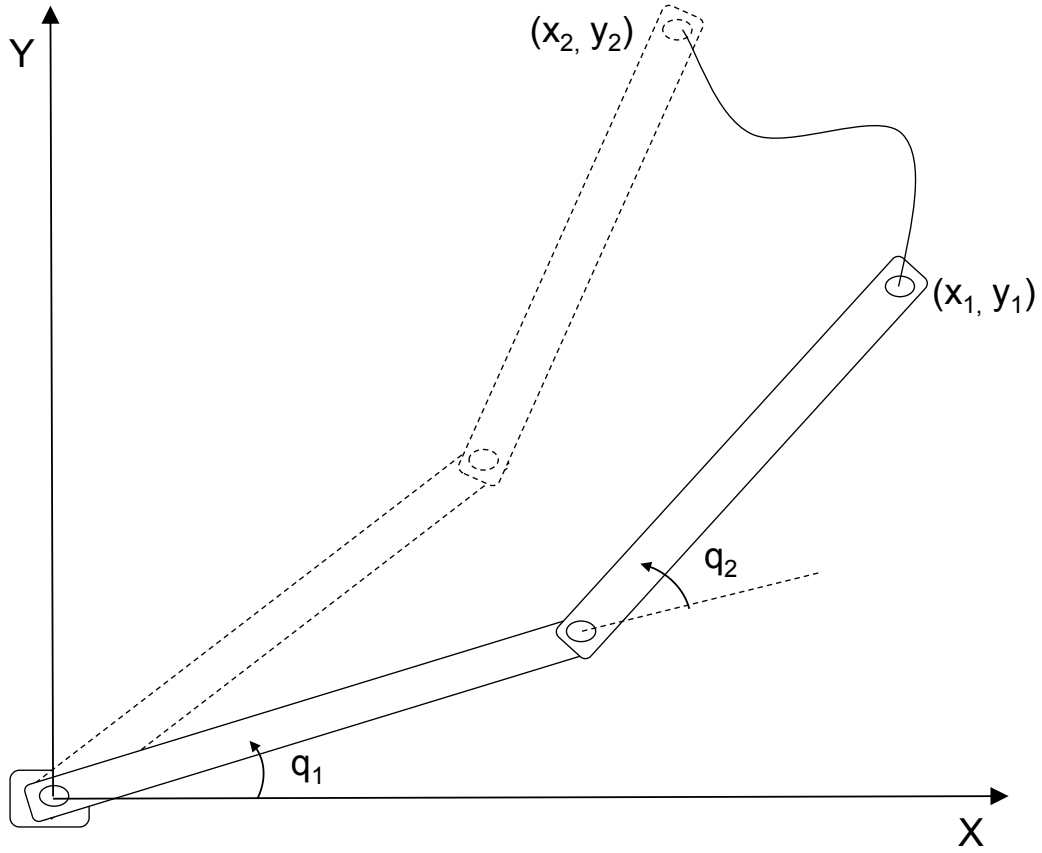
- Planejamento no espaço operacional (cartesiano)
  - Controle cartesiano ⇒ cinemática direta
  - Controle no espaço das juntas ⇒ cinemática inversa de toda trajetória



- KUKA KR 16: LIN(P1,P2)

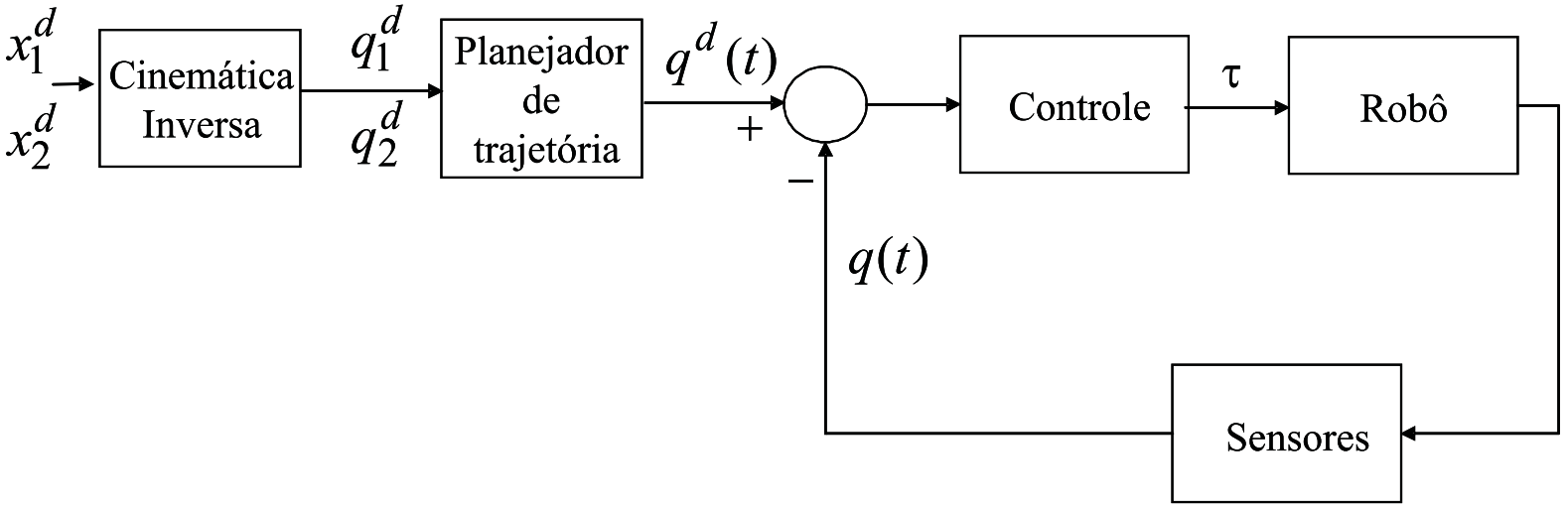
Estrutura de Controle

- Planejamento no espaço das juntas



Estrutura de Controle

- Planejamento no espaço das juntas
  - Cinemática inversa apenas em dois pontos

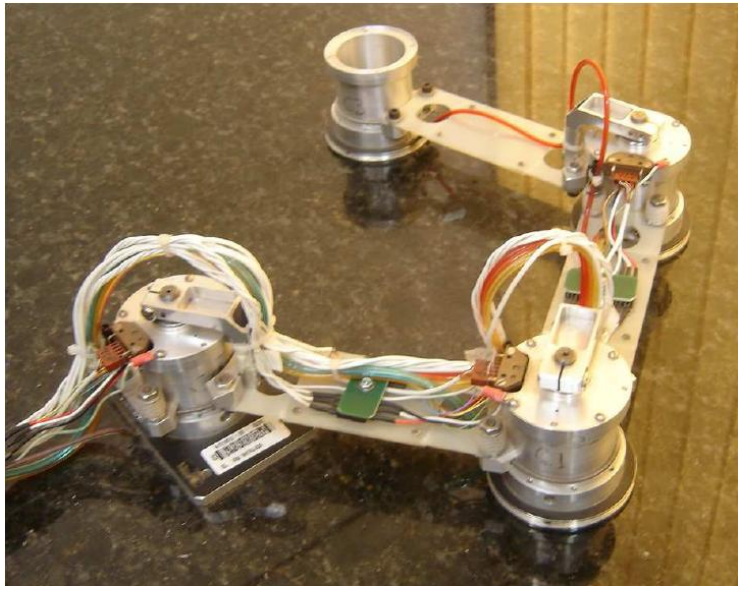


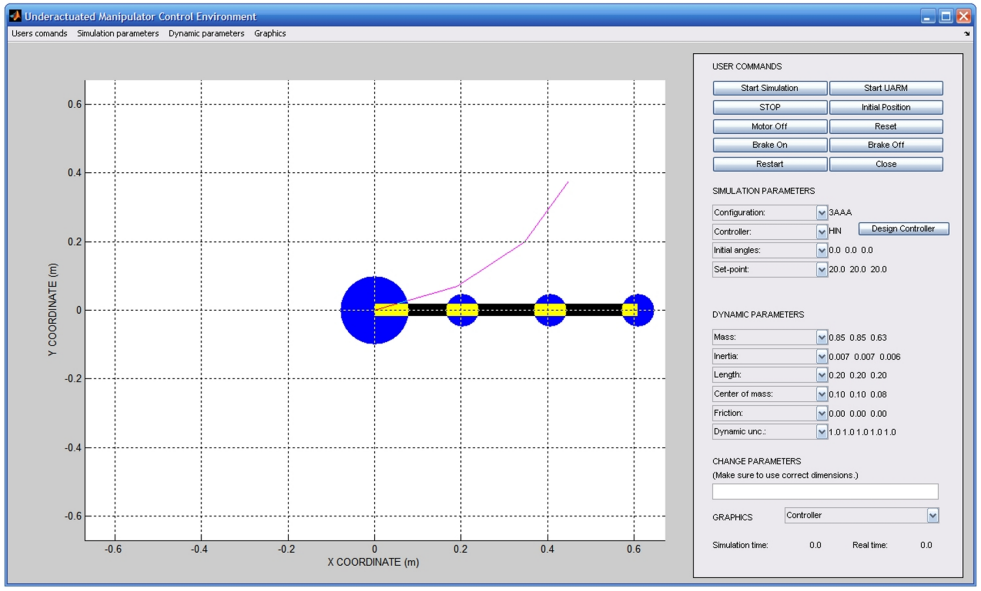
  - KUKA KR 16: PTP(P1,P2)

Sumário do Módulo

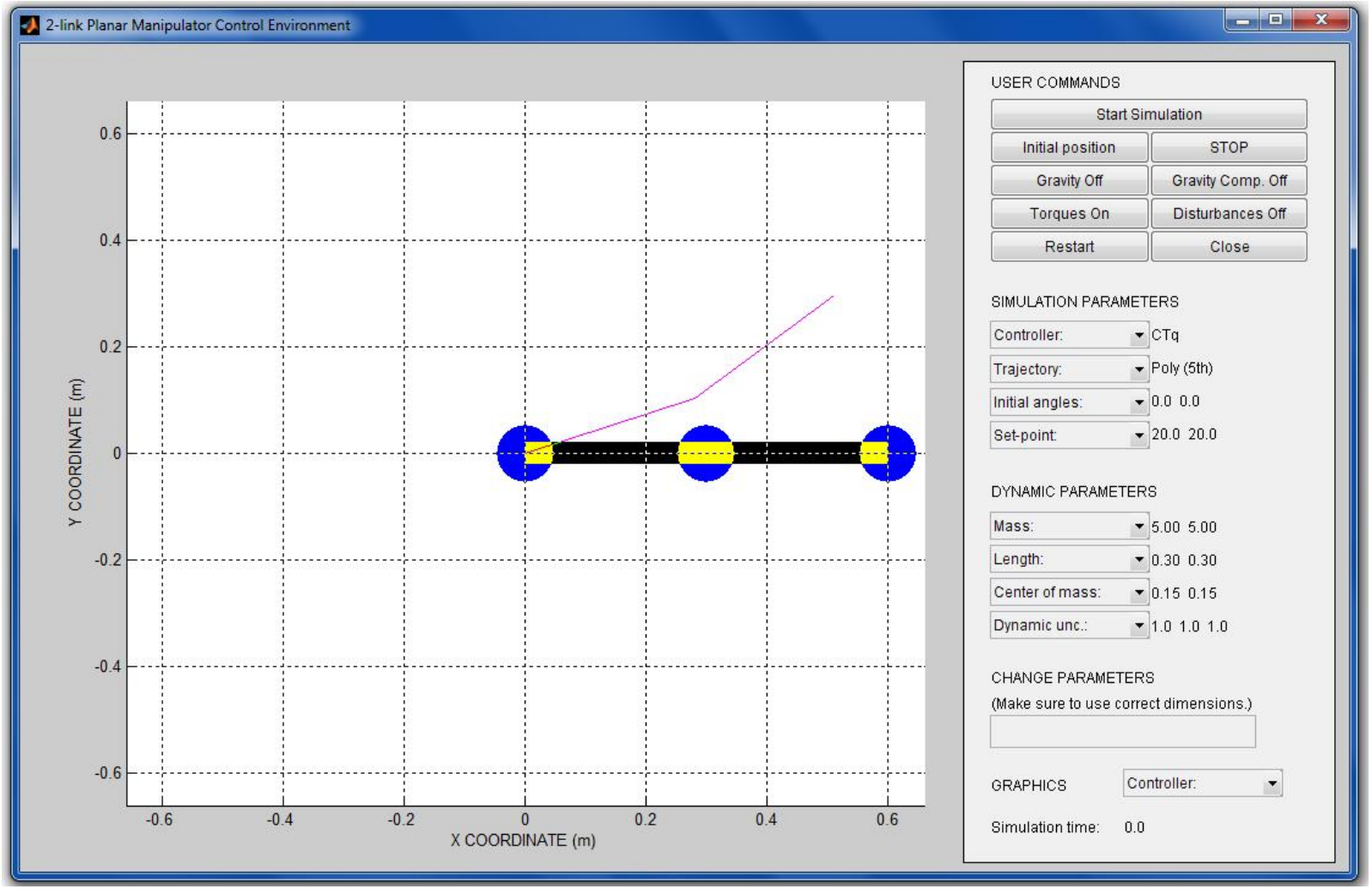
- Introdução ao Controle de Robôs Manipuladores
- Simulador de Robô Manipulador Planar de 2 Graus de Liberdade
- Controle Independente de Juntas
- Controle por Torque Calculado
- Controle Adaptativo baseado no Torque Calculado
- Controle Robusto ($\mathcal{H}_\infty$ Linear, LPV, Estrutura Variável)
- Conclusões

UARM e Ambiente de Controle



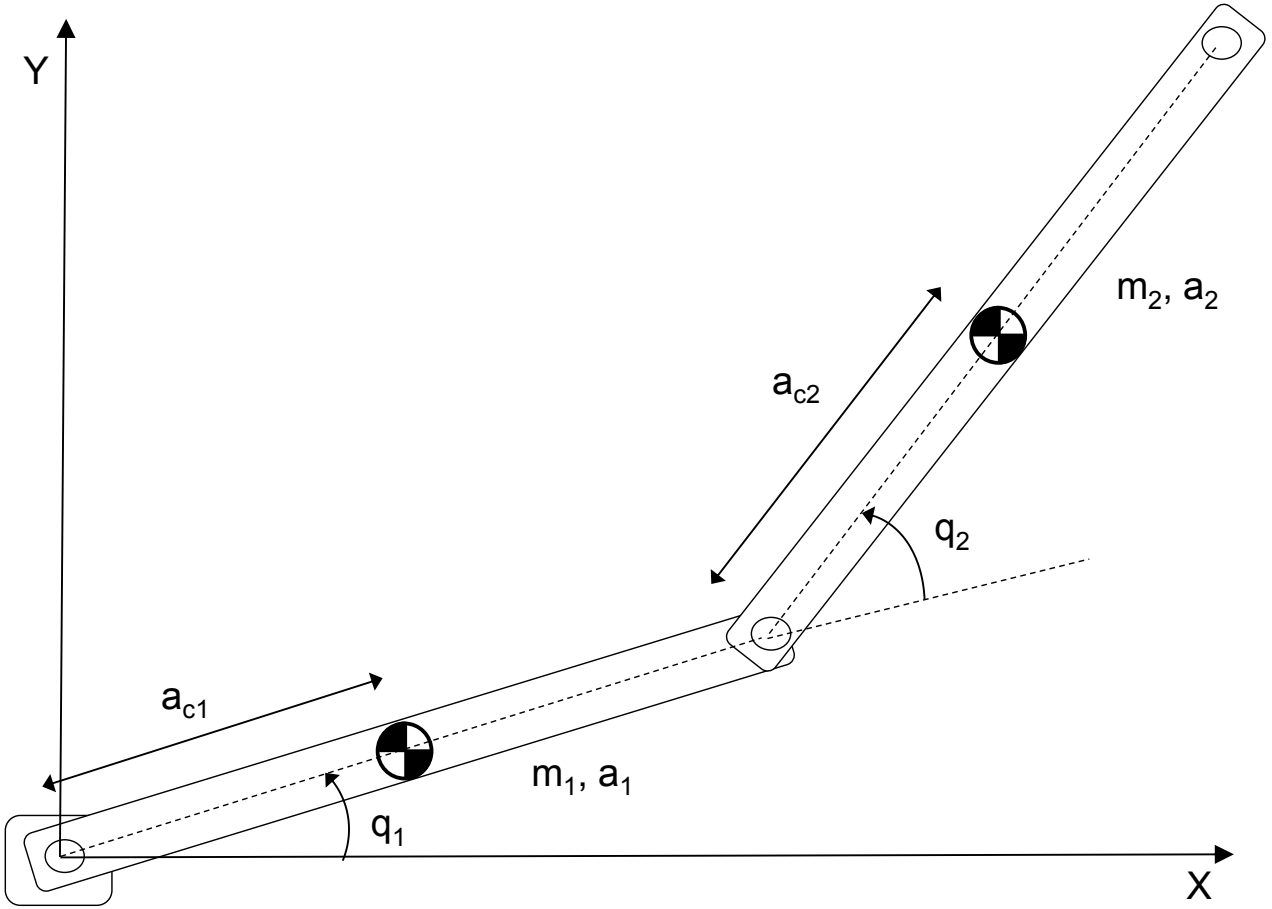


Interface Gráfica



Representação do Manipulador

- Massas concentradas



Cinemática Direta

- Cinemática Direta de Posição

- Dados q_1 e q_2, obter (X, Y):

$$X = a_1 cos(q_1) + a_2 cos(q_1 + q_2)$$

$$Y = a_1 sin(q_1) + a_2 sin(q_1 + q_2)$$

Cinemática Direta

```
%Compute sum of joint angles
for j = 1:2,
    phi(j) = sum(theta(1:j));
end;
cphi = cos(phi);
sphi = sin(phi);

% Run forward kinematic to find out where joints are
X(1) = 0;
Y(1) = 0;
for j = 2:2+1,
    X(j) = X(j-1) + l(j-1)*cphi(j-1);
    Y(j) = Y(j-1) + l(j-1)*sphi(j-1);
end;

% Display the robot
for j = 1:2+1,
    set(motor(j),'XData',X(j),'YData',Y(j));
end;
set(link,'XData',X,'YData',Y);
```

Modelo Dinâmico

- Equação dinâmica

$$\tau = M(q)\ddot{q} + C(q,\dot{q})\dot{q} + G(q)$$

- $M(q)$ - matriz de inércia
- $C(q,\dot{q})$ - matriz de forças centrípetas e de Coriolis
- $G(q)$ - vetor dos torques gravitacionais

Modelo Dinâmico

- Equação dinâmica

$$\tau = M(q)\ddot{q} + C(q,\dot{q})\dot{q} + G(q)$$

- Elementos de $M(q)$

$$\begin{aligned} M_{11}(q) &= m_1 a_{c1}^2 + m_2(a_1^2 + a_{c2}^2 + 2a_1 a_{c2} cos(q_2)) \\ M_{12}(q) &= M_{21}(q) = m_2(a_{c2}^2 + a_1 a_{c2} cos(q_2)) \\ M_{22}(q) &= m_2 a_{c2}^2 \end{aligned}$$

Modelo Dinâmico

- Elementos de $C(q, \dot{q})$

$$
\begin{aligned}
C_{11}(q,\dot{q}) &= -m_2 a_1 a_{c2} sen(q_2)\dot{q}_2 \\
C_{12}(q,\dot{q}) &= -m_2 a_1 a_{c2} sen(q_2)\dot{q}_1 - m_2 a_1 a_{c2} sen(q_2)\dot{q}_2 \\
C_{21}(q,\dot{q}) &= m_2 a_1 a_{c2} sen(q_2)\dot{q}_1 \\
C_{22}(q,\dot{q}) &= 0
\end{aligned}
$$

- Elementos de $G(q)$

$$
\begin{aligned}
G_1(q) &= (m_1 g a_{c1} + m_2 g a_1) cos(q_1) + m_2 g a_{c2} cos(q_1 + q_2) \\
G_2(q) &= m_2 g a_{c2} cos(q_1 + q_2)
\end{aligned}
$$

Trajetória Desejada

Polinômio de 5º Grau

- Dados: $q_i^d(t_0)$, $\dot{q}_i^d(t_0)$, $\ddot{q}_i^d(t_0)$, $q_i^d(t_f)$, $\dot{q}_i^d(t_f)$ e $\ddot{q}_i^d(t_f)$
- Polinômio:

$$\begin{aligned} q_i^d(t) &= a_i + b_i(t-t_0) + c_i(t-t_0)^2 + d_i(t-t_0)^3 \\ &\quad + e_i(t-t_0)^4 + f_i(t-t_0)^5 \\ \dot{q}_i^d(t) &= b_i + 2c_i(t-t_0) + 3d_i(t-t_0)^2 + 4e_i(t-t_0)^3 \\ &\quad + 5f_i(t-t_0)^4 \\ \ddot{q}_i^d(t) &= 2c_i + 6d_i(t-t_0) + 12e_i(t-t_0)^2 + 20f_i(t-t_0)^3 \end{aligned}$$

Trajetória Desejada

Polinômio de 5º Grau

- Substituindo:

$$
\begin{aligned}
q_i^d(t_0) &= a_i \\
\dot{q}_i^d(t_0) &= b_i \\
\ddot{q}_i^d(t_0) &= 2c_i \\
q_i^d(t_f) &= a_i + b_i(t_f - t_0) + c_i(t_f - t_0)^2 + d_i(t_f - t_0)^3 \\
&\quad + e_i(t_f - t_0)^4 + f_i(t_f - t_0)^5 \\
&= a_i + b_i T + c_i T^2 + d_i T^3 + 4e_i T^3 + 5f_i T^4 \\
\dot{q}_i^d(t_f) &= b_i + 2c_i T + 3d_i T^2 + 4e_i T^3 + 5f_i T^4 \\
\ddot{q}_i^d(t_f) &= 2c_i + 6d_i T + 12e_i T^2 + 20f_i T^3
\end{aligned}
$$

Trajetória Desejada

Função Linear com Extremidades Parabólicas

- Perfil de velocidade trapeizodal
- Dados: $q_i^d(t_0)$, $\dot{q}_i^d(t_0)$, $q_i^d(t_f)$, $\dot{q}_i^d(t_f)$, v_i (v_{max}) e t_b (ou a_{max})
- Trajetória:

$$q_i^d(t) = \begin{cases} a_i + b_i(t - t_0) + c_i(t - t_0)^2, & t_0 \leq t \leq t_0 + t_b \\ d_i + v_i t, & t_0 + t_b \leq t \leq t_f - t_b \\ e_i + f_i(t - t_f) + g_i(t - t_f)^2, & t_f - t_b \leq t \leq t_f \end{cases}$$

Sumário do Módulo

- Introdução ao Controle de Robôs Manipuladores
- Simulador de Robô Manipulador Planar de 2 Graus de Liberdade
- Controle Independente de Juntas
- Controle por Torque Calculado
- Controle Adaptativo baseado no Torque Calculado
- Controle Robusto ($\mathcal{H}_\infty$ Linear, LPV, Estrutura Variável)
- Conclusões

Controle PD

- Erro de acompanhamento de trajetória

$$e = q^d - q$$

- Controle Proporcional-Derivativo (PD)

$$\tau = K_p e + K_d \dot{e}$$

  sendo K_p e K_d matrizes diagonais
- Valores altos de ganho para eliminar distúrbios
- Erro de regime devido aos torques gravitacionais

Controle PID

- Controle Proporcional-Integral-Derivativo (PID)

$$\tau = K_p e + K_i \int e dt + K_d \dot{e}$$

- Valores altos de ganho para eliminar distúrbios
- Erro de regime nulo

Controle PD
Com Compensação da Gravidade

- Controle Proporcional-Derivativo (PD) com Compensação da Gravidade

$$\tau = K_p e + K_d \dot{e} + G(q)$$

- Erro de regime nulo

Sumário do Módulo

- Introdução ao Controle de Robôs Manipuladores
- Simulador de Robô Manipulador Planar de 2 Graus de Liberdade
- Controle Independente de Juntas
- Controle por Torque Calculado
- Controle Adaptativo baseado no Torque Calculado
- Controle Robusto ($\mathcal{H}_\infty$ Linear, LPV, Estrutura Variável)
- Conclusões

Linearização por Realimentação

- Dinâmica do robô manipulador

$$\tau = M(q)\ddot{q} + C(q,\dot{q})\dot{q} + G(q)$$

$$\tau = M(q)\ddot{q} + b(q,\dot{q})$$

- Derivando o erro de acompanhamento de trajetória

$$\dot{e} = \dot{q}^d - \dot{q} \qquad \ddot{e} = \ddot{q}^d - \ddot{q}$$

- Substituindo $\ddot{q}$

$$\ddot{e} = \ddot{q}^d - M(q)^{-1}[\tau - b(q,\dot{q})]$$

Linearização por Realimentação

- Espaço de estados: $x = [e \;\; \dot{e}]^T$

$$\begin{bmatrix} \dot{e} \\ \ddot{e} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & I \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e \\ \dot{e} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix} \left(\ddot{q}^d - M(q)^{-1}[\tau - b(q, \dot{q})] \right)$$

- Definindo a variável de controle

$$u = \ddot{q}^d - M(q)^{-1}[\tau - b(q, \dot{q})]$$

- Sistema linear

$$\begin{bmatrix} \dot{e} \\ \ddot{e} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & I \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e \\ \dot{e} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix} u$$

Controle por Torque Calculado

- Controle por Torque Calculado

$$\tau = M(q)(\ddot{q}^d - u) + b(q, \dot{q})$$

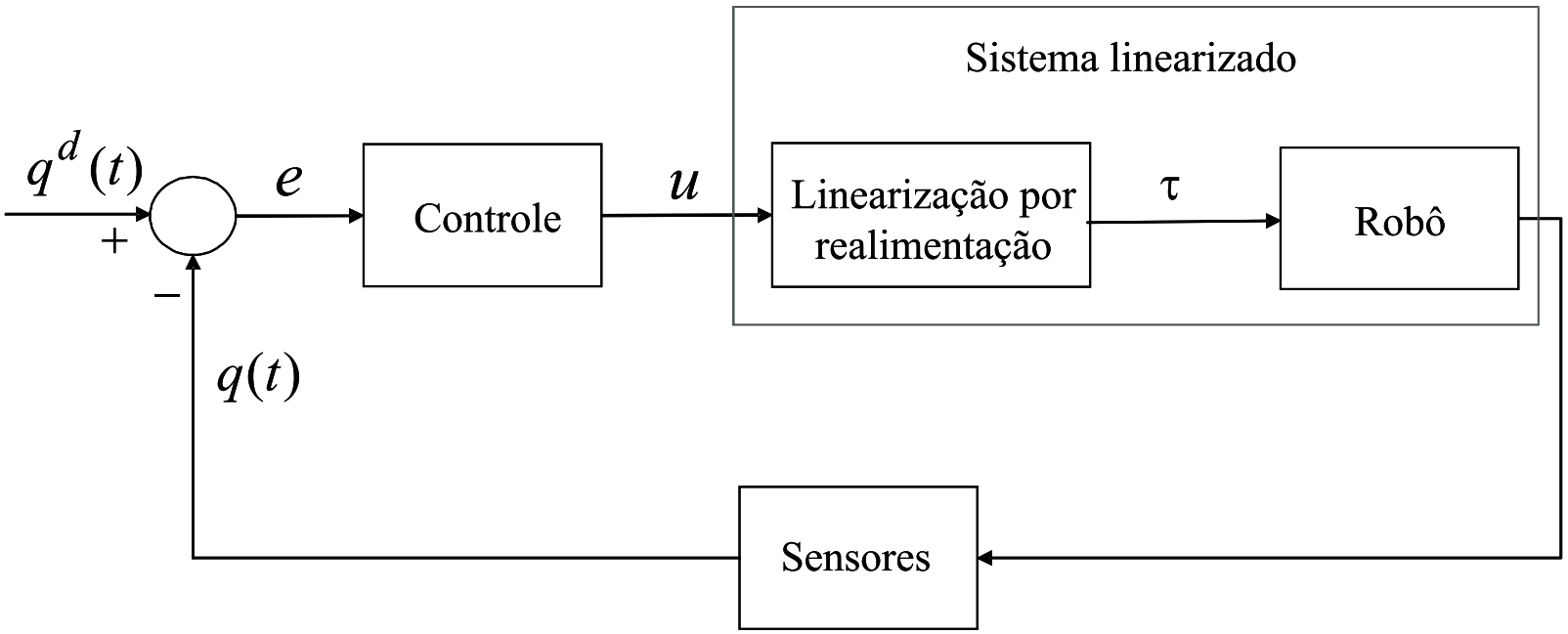
- Substituindo na equação dinâmica

$$M(q)\ddot{q} + b(q, \dot{q}) = M(q)(\ddot{q}^d - u) + b(q, \dot{q})$$

$$\ddot{e} = u$$

Controle por Torque Calculado

- Diagrama de blocos



Controle por Torque Calculado

- Controle por Torque Calculado + Proporcional-Derivativo (PD)

$$u = -K_d \dot{e} - K_p e$$

$$\tau = M(q)(\ddot{q}^d + K_d \dot{e} + K_p e) + b(q, \dot{q})$$

- Equação dinâmica do erro

$$\ddot{e} + K_d \dot{e} + K_p e = 0$$

Controle por Torque Calculado

- Valores estimados de $M(q)$ e $b(q, \dot{q})$

$$\tau = \hat{M}(q)(\ddot{q}^d - u) + \hat{b}(q, \dot{q})$$

- Substituindo na equação dinâmica

$$M(q)\ddot{q} + b(q, \dot{q}) = \hat{M}(q)(\ddot{q}^d - u) + \hat{b}(q, \dot{q})$$

- Somando e subtraindo $M(q)\ddot{q}$ e $M(q)u$

$$\ddot{e} = u - M(q)^{-1}\left[M(q) - \hat{M}(q)\right](u - \ddot{q}) + M(q)^{-1}\left[b(q, \dot{q}) - \hat{b}(q, \dot{q})\right]$$

Controle por Torque Calculado

- Controle por Torque Calculado + PD

$$\tau = \hat{M}(q)(\ddot{q}^d + K_d\dot{e} + K_p e) + \hat{b}(q, \dot{q})$$

- Equação dinâmica do erro

$$\ddot{e} + K_d\dot{e} + K_p e = \Delta(K_d\dot{e} + K_p e) + d$$

sendo

$$\Delta = M(q)^{-1}[M(q) - \hat{M}(q)]$$

$$d = \Delta\ddot{q} + M(q)^{-1}[b(q, \dot{q}) - \hat{b}(q, \dot{q})]$$

Sumário do Módulo

- Introdução ao Controle de Robôs Manipuladores
- Simulador de Robô Manipulador Planar de 2 Graus de Liberdade
- Controle Independente de Juntas
- Controle por Torque Calculado
- Controle Adaptativo baseado no Torque Calculado
- Controle Robusto ($\mathcal{H}_\infty$ Linear, LPV, Estrutura Variável)
- Conclusões

Parametrização Linear

- Propriedade de robôs manipuladores

$$\tau = M(q)\ddot{q} + C(q,\dot{q})\dot{q} + G(q) = Y(q,\dot{q},\ddot{q})\theta$$

sendo θ o vetor de parâmetros do manipulador e $Y(q,\dot{q},\ddot{q})$ a matriz de regressão.

- Elementos de $M(q)$

$$M(q)\ddot{q} = \begin{bmatrix} \mathbf{m_1} a_{c1}^2 \ddot{q}_1 + \mathbf{m_2}(a_1^2 + a_{c2}^2 + 2a_1 a_{c2} cos(q_2))\ddot{q}_1 \\ \qquad + \mathbf{m_2}(a_{c2}^2 + a_1 a_{c2} cos(q_2))\ddot{q}_2 \\ \\ \mathbf{m_2}(a_{c2}^2 + a_1 a_{c2} cos(q_2))\ddot{q}_1 + \mathbf{m_2} a_{c2}^2 \ddot{q}_2 \end{bmatrix}$$

Parametrização Linear

- Vetor dos torques de Coriolis e centrípetos

$$C(q,\dot{q})\dot{q} = \begin{bmatrix} -2\mathbf{m_2} a_1 a_{c2} sen(q_2)\dot{q}_1\dot{q}_2 + \mathbf{m_2} a_1 a_{c2} sen(q_2)\dot{q}_2^2 \\ \\ \mathbf{m_2} a_1 a_{c2} sen(q_2)\dot{q}_1^2 \end{bmatrix}$$

- Vetor dos torques gravitacionais

$$G(q) = \begin{bmatrix} \mathbf{m_1} g a_{c1} cos(q_1) + \mathbf{m_2} g a_1 cos(q_1) + \mathbf{m_2} g a_{c2} cos(q_1 + q_2) \\ \\ \mathbf{m_2} g a_{c2} cos(q_1 + q_2) \end{bmatrix}$$

Parametrização Linear

- Definindo: $\theta = [m_1 \quad m_2]^T$
- Matriz de regressão

$$Y(q, \dot{q}, \ddot{q}) = \begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} \\ 0 & y_{22} \end{bmatrix}$$

$$y_{11} = a_{c1}^2 \ddot{q}_1 + g a_{c1} cos(q_1)$$

$$y_{12} = (a_1^2 + a_{c2}^2 + 2 a_1 a_{c2} cos(q_2))\ddot{q}_1 + (a_{c2}^2 + a_1 a_{c2} cos(q_2))\ddot{q}_2 - a_1 a_{c2} sen(q_2)(2\dot{q}_1 \dot{q}_2 + \dot{q}_2^2) + g a_1 cos(q_1) + g a_{c2} cos(q_1 + q_2))$$

$$y_{22} = (a_{c2}^2 + a_1 a_{c2} cos(q_2))\ddot{q}_1 + a_{c2}^2 \ddot{q}_2 + a_1 a_{c2} sen(q_2)\dot{q}_1^2 + g a_{c2} cos(q_1 + q_2))$$

Controle Adaptativo

Baseado no Torque Calculado

- Torque Calculado + PD

$$\tau = \hat{M}(q)(\ddot{q}^d + K_d\dot{e} + K_p e) + \hat{C}(q,\dot{q})\dot{q} + \hat{G}(q)$$

- Valores estimados dos parâmetros são mantidos fixos
- Controle adaptativo: valores estimados dos parâmetros variam com o tempo
- Pode-se reescrever

$$\tau = \hat{M}(q)(\ddot{e} + K_d\dot{e} + K_p e) + \hat{M}(q)\ddot{q} + \hat{C}(q,\dot{q})\dot{q} + \hat{G}(q)$$

$$\tau = \hat{M}(q)(\ddot{e} + K_d\dot{e} + K_p e) + Y(q,\dot{q},\ddot{q})\hat{\theta}$$

Controle Adaptativo

Baseado no Torque Calculado

- Considerando: $\tau = M(q)\ddot{q} + C(q,\dot{q})\dot{q} + G(q) = Y(q,\dot{q},\ddot{q})\theta$
- Equação do erro:

$$\ddot{e} + K_d\dot{e} + K_p e = \hat{M}^{-1}(q)Y(q,\dot{q},\ddot{q})\tilde{\theta}$$

- sendo $\tilde{\theta} = \theta - \hat{\theta}$
- Epaço de estados: $x = [e \quad \dot{e}]^T$

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} \dot{e} \\ \ddot{e} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -K_p & -K_d \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix} \hat{M}^{-1}(q)Y(q,\dot{q},\ddot{q})\tilde{\theta}$$

Controle Adaptativo

Baseado no Torque Calculado

- Função de Lyapunov

$$V(x) = x^T P x + \tilde{\theta}^T \Gamma^{-1} \tilde{\theta} > 0$$

- $P \Rightarrow$ Matriz simétrica definida positiva
- $\Gamma \Rightarrow$ Matriz diagonal definida positiva

$$\dot{V}(x) = x^T P \dot{x} + \dot{x}^T P x + 2\tilde{\theta}^T \Gamma^{-1} \dot{\tilde{\theta}}$$

$$\begin{aligned}\dot{V}(x) =& x^T P(Ax + B\hat{M}^{-1}(q)Y(\cdot)\tilde{\theta}) + (Ax + B\hat{M}^{-1}(q)Y^T(\cdot)\tilde{\theta})Px \\ &+ 2\tilde{\theta}^T \Gamma^{-1} \dot{\tilde{\theta}}\end{aligned}$$

Controle Adaptativo

Baseado no Torque Calculado

- Manipulando

$$\dot{V}(x) = -x^T Q x + 2\tilde{\theta}^T(\Gamma^{-1}\dot{\tilde{\theta}} + Y^T(\cdot)\hat{M}^{-1}(q)B^T P x)$$

- $Q \Rightarrow$ Matriz simétrica definida positiva que satisfaz a equação de Lyapunov:

$$A^T P + PA = -Q$$

- Definindo:

$$\dot{\tilde{\theta}} = -\Gamma Y^T(\cdot)\hat{M}^{-1}(q)B^T P x$$

- Então

$$\dot{V}(x) = -x^T Q x < 0$$

Controle Adaptativo

Baseado no Torque Calculado

- Parâmetro θ é constante
- Lembrando: $\tilde{\theta} = \theta - \hat{\theta}$
- Lei de adaptação:

$$\dot{\hat{\theta}} = \Gamma Y^T(q, \dot{q}, \ddot{q}) \hat{M}^{-1}(q) B^T P x$$

- x é assintoticamente estável
- $\tilde{\theta}$ limitado se $\hat{M}^{-1}(q)$ existe

Controle Adaptativo

Baseado no Torque Calculado

- Resumo
- Lei de controle:

$$\tau = \hat{M}(q)(\ddot{q}^d + K_d\dot{e} + K_p e) + \hat{C}(q,\dot{q})\dot{q} + \hat{G}(q)$$

- Lei de adaptação:

$$\dot{\hat{\theta}} = \Gamma Y^T(q,\dot{q},\ddot{q})\hat{M}^{-1}(q)B^T P x$$

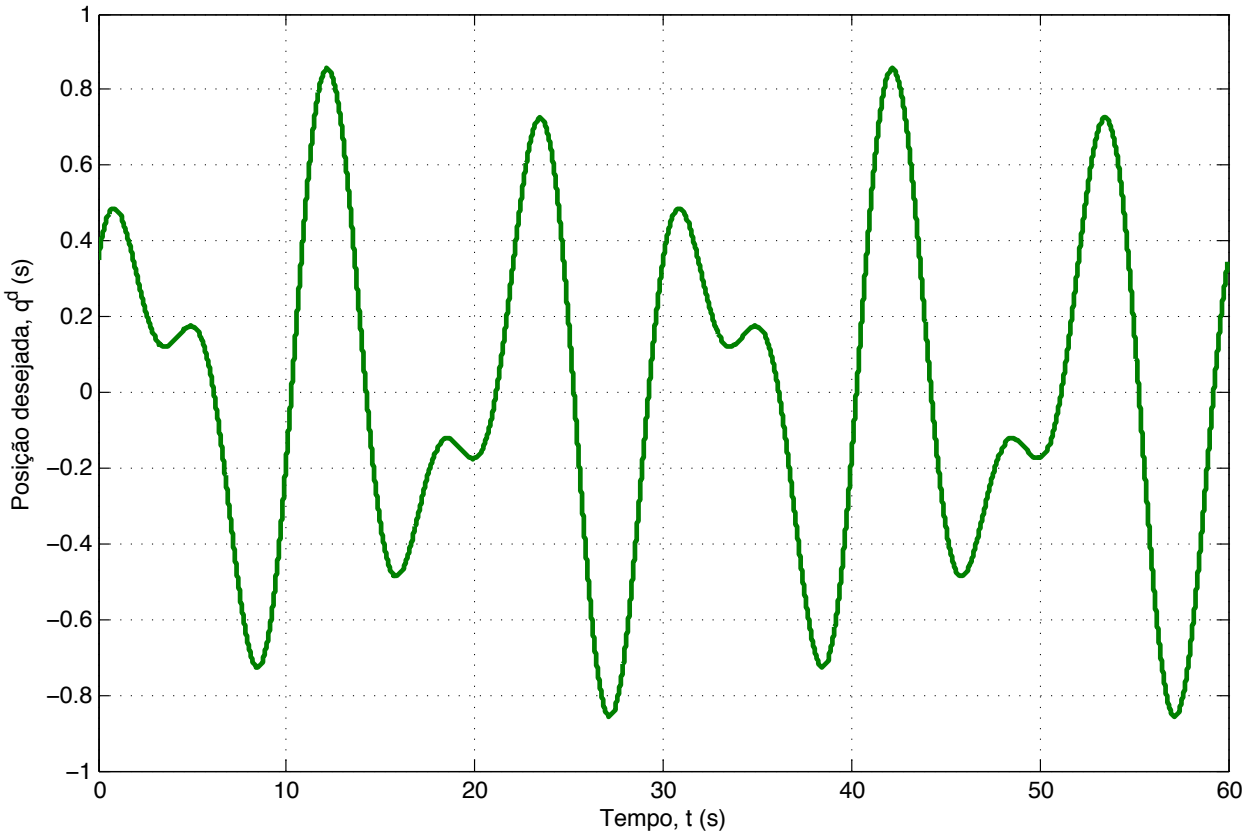
- Equação de Lyapunov:

$$A^T P + PA = -Q$$

Controle Adaptativo

Baseado no Torque Calculado

- Excitação Persistente



Sumário do Módulo

- Introdução ao Controle de Robôs Manipuladores
- Simulador de Robô Manipulador Planar de 2 Graus de Liberdade
- Controle Independente de Juntas
- Controle por Torque Calculado
- Controle Adaptativo baseado no Torque Calculado
- Controle Robusto ($\mathcal{H}_\infty$ Linear, LPV, Estrutura Variável)
- Conclusões

Controle Robusto

- Controle Torque Calculado + PD + Robusto $\mathcal{H}_\infty$ Linear

$$\tau = \hat{M}(q)(\ddot{q}^d + K_d\dot{e} + K_p e + u_R) + \hat{C}(q,\dot{q})\dot{q} + \hat{G}(q)$$

- Equação no espaço de estados com distúrbio w

$$\begin{bmatrix} \dot{e} \\ \ddot{e} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -K_p & -K_d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e \\ \dot{e} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix} u_R + \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix} w$$

$$y = e = [I \;\; 0]x$$

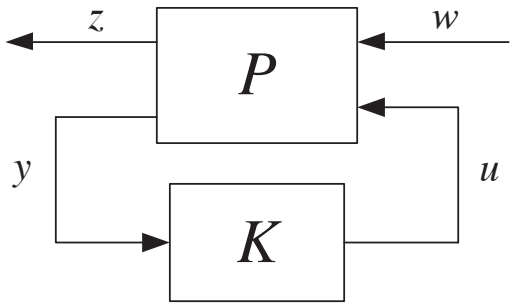
$$\dot{x} = Ax + B_1 u_R + B_2 w$$
$$y = C_2 x$$

Controle Robusto

H_{inf} Linear

- Considere o sistema linear

$$\dot{x} = Ax + B_1 w + B_2 u$$
$$z = C_1 x + D_{12} u$$
$$y = C_2 x + D_{21} w$$



- Controlador K

$$\dot{x} = A_K x + B_K y$$
$$u = C_K x + D_K y$$

- Controle sub-ótimo $\mathcal{H}_\infty$ linear

$$\| T_{zw} \|_\infty < \gamma$$

Controle Robusto

H_{inf} Linear

- Hipóteses simplificadoras
  - (A, B_1) é estabilizável e (C_1, A) é detectável
  - (A, B_2) é estabilizável e (C_2, A) é detectável
  - $D_{12}^T [C_1 \quad D_{12}] = [0 \quad I]$
  - $\begin{bmatrix} B_1 \\ D_{21} \end{bmatrix} D_{21}^T = \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix}$

Controle Robusto

H_{inf} Linear

- Solução

$$A_K = A - B_2 B_2^T X + \gamma^{-2} B_1 B_1^T X + -(I - \gamma^{-2} Y_\infty X_\infty)^{-1} Y C_2^T C_2$$
$$B_K = (I - \gamma^{-2} Y_\infty X_\infty)^{-1} Y C_2^T$$
$$C_K = -B_2^T X$$
$$D_K = 0$$

sendo X e Y as soluções das equações algébricas de Ricatti relacionadas com as Hamiltonianas

$$H_\infty = \begin{bmatrix} A & \gamma^{-2} B_1 B_1^T - B_2 B_2^T \\ -C_1^T C_1 & -A^T \end{bmatrix}$$

e

$$J_\infty = \begin{bmatrix} A^T & \gamma^{-2} C_1^T C_1 - C_2^T C_2 \\ -B_1^T B_1 & -A \end{bmatrix}$$

Controle Robusto

Controle via Representação Quasi-LPV

- Sistema Linear a Parâmetros Variantes (LPV)

$$\dot{x} = A(\rho(t))x + B(\rho(t))u,$$

- Sistema Quase-LPV

$$\dot{x} = A(\rho(x))x + B(\rho(x))u,$$

- Estado: erro de acompanhamento de trajetória

$$\tilde{x} = \begin{bmatrix} \dot{q} - \dot{q}^d \\ q - q^d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\tilde{q}} \\ \tilde{q} \end{bmatrix}$$

Controle Robusto

Controle via Representação Quasi-LPV

- Dinâmica estimada do robô manipulador

$$\tau = \hat{M}(q)\ddot{q}^d + \hat{C}(q,\dot{q})\dot{q} + \hat{G}(q)$$

- Representação Quasi-LPV

$$\dot{\tilde{x}} = A(q,\dot{q})\tilde{x} + Bu + Bw$$

sendo $w = \hat{M}{-}1(q)\delta(q,\dot{q},\ddot{q})$

- $\delta(q,\dot{q},\ddot{q}) \Rightarrow$ incertezas paramétricas e distúrbios externos

Controle Robusto

Controle via Representação Quasi-LPV

- Matrizes dinâmicas

$$A(q,\dot{q}) = \begin{bmatrix} -\hat{M}^{-1}(q)\hat{C}(q,\dot{q}) & 0 \\ I_n & 0 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} I_n \\ 0 \end{bmatrix}$$

- Torques aplicados

$$\tau = \hat{M}(q)(\ddot{q}^d + u) + \hat{C}(q,\dot{q})\dot{q}^d + \hat{G}(q)$$

Controle Robusto

Controle H_{inf} para Sistemas LPV

- Considere o sistema LPV:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= A(\rho(t))x + B_1(\rho(t))w + B_2(\rho(t))u,\\ z_1 &= C_1(\rho(t))x,\\ z_2 &= C_2(\rho(t))x + u,\end{aligned}$$

- $\rho(t) \in P \subset \Re^m$ e $|\dot{\rho}_i| \leq \nu_i$ com $\nu_i \geq 0$.

Controle Robusto

Controle H_{inf} para Sistemas LPV

- Se existe $X(\rho(x)) > 0$ tal que

$$\begin{bmatrix} E(\rho) & X(\rho)C_1^T(\rho) & B_1(\rho) \\ C_1(\rho)X(\rho) & -I & 0 \\ B_1^T(\rho) & 0 & -\gamma^2 I \end{bmatrix} < 0,$$

$$E(\rho) = -\sum_{i=1}^{m} \pm \left(\nu_i \frac{\partial X}{\partial \rho_i}\right) + \widehat{A}(\rho)X(\rho) + X(\rho)\widehat{A}(\rho)^T - B_2(\rho)B_2^T(\rho),$$

- o sistema em malha fechada possui ganho $\mathcal{L}_2 \leq \gamma$ considerando a lei de controle

$$u = -(B_2(\rho)X^{-1}(\rho) + C_2(\rho))x$$

Bibliografia Recomendada

- CRAIG, J.J.; *Adaptive Control of Mechanical Manipulators* - Addison-Wesley Pub. Co., Reading, MA (1985).
- CRAIG, J.J.; *Introduction to Robotics: Mechanics and Control* - Addison-Wesley Pub. Co., Reading, MA, 2nd ed. (1989).
- DAWSON,D.M., et. al.; *Robust Control for the Tracking of Robot Motion* - International Journal of Control, vol. 52, no. 3, pp. 581-595, (1990).
- LEWIS, F.L.; ABDALLAH, C.T.; DAWSON,D.M.; *Control of Robot Manipulators* - Macmillan. (1993)
- PAUL, R.P.; *Trajectory Calculation and Servoing of a Computer Controlled Arm* Technical Report AIM-177. Stanford University, Artificial Intelligence Laboratory (1972).
- SCIAVICCO, L.; SICILIANO, B; *Modeling and Control of Robot Manipulators* - McGraw-Hill. (1996).
- SLOTINE, J.J.; LI, W.; *On the adaptive control of robot manipulators* - International Journal of Robotics Research, vol. 6, no. 3, p. 49 - 59 (1987).
- SPONG, M. W.; VIDYASAGAR, M.; *Robot Dynamics and Control* - New York : Wiley, (1989).