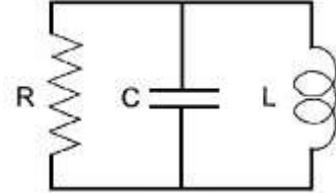


**Lista de Exercícios 4 – Circuitos RLC**

Atenção:  $\omega$  é frequência angular, com unidades de  $s^{-1}$ , enquanto a frequência  $f$  representa o número de oscilações por unidade de tempo;  $f=1/T$  ou  $f=\omega/2\pi$ . A unidade de  $f$  é  $s^{-1}$  =Hertz;

1. Para o circuito RLC em paralelo ao lado:



- a) Obtenha a equação diferencial para  $I_L(t)$  onde  $I_L$  é a corrente no indutor. Denomine  $1/RC = \alpha$  e  $\omega_0^2 = 1/LC$ .

Dica: pela lei das correntes de Kirchoff,  $i_R = i_C + i_L$ . Como todos estão em paralelo,  $V_R=V_C=V_L$ .

- b) Proponha uma solução alternativa na forma  $i(t) = Ae^{\lambda t}$ .

Resolva a equação diferencial e obtenha as condições entre  $\alpha$  e  $\omega_0$  para que se tenha amortecimento fraco (subcrítico), crítico e supercrítico.

- c) Assumindo amortecimento fraco, escreva a expressão para corrente a no indutor, assumindo que em  $t=0$ ,  $I_L(t)$  é máxima. Obtenha a corrente no resistor e mostre que a potência dissipada no resistor é igual à variação da energia potencial do circuito.

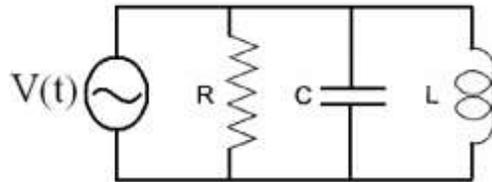
2. Para o circuito RLC em paralelo com oscilação forçada, mostrado ao lado:

Mostre que a corrente  $i(t)=\text{Re}(I(t))$  é dada por

$$i(t) = V_0 Y \cos(\omega t + \varphi)$$

- a) Onde,  $V(t) = V_0 e^{i\omega t}$ ,

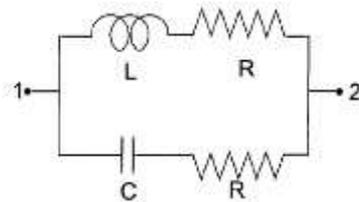
$$Y = \frac{1}{\sqrt{R^2 \left( \frac{1}{X_C} - \frac{1}{X_L} \right)^2}}, \quad X_C = 1/\omega C \quad e \quad X_L = \omega L$$



Dica: Assuma que cada elemento possua uma indutância  $Z_i$ . Associe as indutâncias em paralelo e obtenha  $I(t)$  fazendo  $I(t)=V(t)/Z_{eq}$ .

- b) Sabendo que para cada elemento do circuito,  $I_{elemento} = V_{fonte}/Z_{elemento}$ , mostre que  $i(t) = i_R(t) + i_C(t) + i_L(t)$ , onde  $i_R(t)$ ,  $i_C(t)$  e  $i_L(t)$  são as correntes no resistor, capacitor e indutor respectivamente.
- c) Mostre que a potência média fornecida pela fonte é a mesma dissipada no resistor.

3. Calcule a impedância do circuito da figura ao lado entre os pontos 1 e 2 e expresse o resultado em função da frequência  $\omega$ . Mostre que, se as constantes de tempo  $\tau_L=L/R$  e  $\tau_C=1/RC$  forem iguais, a impedância será independente da frequência.



4. Considere um circuito RLC em série alimentado por um gerador AC e com amortecimento bastante fraco.

- a) O ângulo de fase depende da frequência do gerador?
- b) Qual é o ângulo de fase para um circuito puramente resistivo?
- c) Explique porque a potência média fornecida pelo gerador depende da fase entre a corrente e a voltagem aplicada.
- d) Qual é a impedância do circuito na frequência de ressonância?
- e) Qual é a amplitude da corrente ( $I_m$ ) na frequência de ressonância?
- f) Mostre que a potência média dissipada no circuito pode ser expressa como:  $\langle P_d \rangle = I_m^2 R/2$ .
- g) A potência média dissipada depende da frequência do gerador?

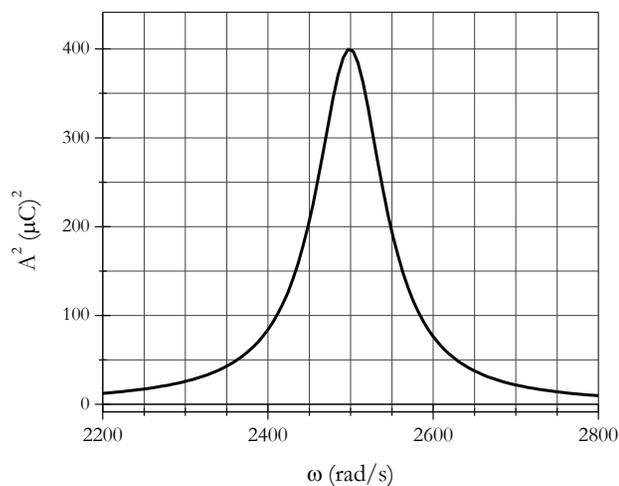
- h) Em um circuito de corrente alternada é mais conveniente trabalhar com o valor médio da corrente, conhecido como a corrente quadrática média que corresponde a raiz quadrada da corrente quadrática  $[I(t)]^2$ . Mostre que  $I_{qm} = I_m / \sqrt{2}$ .
- i) De maneira análoga mostre que o valor quadrático médio da tensão em um elemento do circuito (considere por exemplo a tensão no resistor) é  $V_{qm} = V_m / \sqrt{2}$ . A tensão quadrática média  $V_{qm}$  é também chamada de *tensão eficaz*.

5. Suponha um circuito RLC em série, com  $R=150 \Omega$ ,  $L=250 \text{ mH}$  e  $C=2 \mu\text{F}$ , ligado a um gerador de corrente alternada que fornece tensão com amplitude de 210V e frequência de 50Hz. Calcule:

- reatância indutiva,
- a reatância capacitiva,
- a impedância.
- Para o regime estacionário, obtenha uma expressão para a corrente  $I(t)$ . Identifique claramente o valor numérico das grandezas físicas que aparecem na equação.
- Obtenha a tensão em cada elemento do circuito;  $V_C(t)$ ,  $V_L(t)$ , e  $V_R(t)$  e represente-as em um gráfico.
- Qual é a potência média dissipada no circuito e qual é o fator de potência?
- Para que frequência do gerador a potência média dissipada no circuito será máxima e qual será o seu valor?
- Determine o valor do fator de qualidade  $Q=\omega_0 L/R$  para esse circuito.

6. A figura abaixo representa o comportamento de  $A^2(\omega)$ , onde  $A$  é a amplitude da oscilação da carga em um capacitor em um circuito RLC, alimentado por um gerador de tensão alternada que fornece tensão com amplitude de 20V. Sabe-se que o indutor tem indutância igual a 4H. A partir do gráfico responda as questões abaixo:

- Qual é a frequência de ressonância ( $\omega_{ress}$ ) do circuito?
- Qual é o valor do fator de amortecimento  $\gamma$ ?
- Determine o valor da capacitância e da resistência no circuito?  
para  $\omega=\omega_{ress}$  Determine:
- o valor da corrente  $I_{qm}$  que circula no circuito,
- A tensão eficaz ( $V_{qm}$ ) no resistor ,
- A potência média fornecida pelo gerador.



7. Um transformador elevador está projetado para ter uma voltagem de saída de 2.200V ( $V_{qm}$ ) quando o primário é alimentado por 110 V ( $V_{qm}$ ).

- Se o primário é formado por 80 espiras, qual deve ser o número de espiras no secundário.
- Se um resistor de carga no secundário puxa uma corrente de 1,5 A qual será a corrente no primário? (considere condições ideais)
- Se a eficiência do transformador fosse de 80%, qual será a corrente no primário quando a corrente no secundário for 1,2 mA?

8. Um circuito RC é usado como um filtro passa baixa frequência. a) Se a resistência é igual a  $0,50\Omega$ , qual deve ser o valor da capacitância para que a amplitude do sinal de saída seja metade da amplitude do sinal de entrada, com frequência de 300Hz? b) Qual o ganho ( $V_{saída}/V_{entrada}$ ) para um sinal com frequência de 600 Hz?