

Eletricidade e Magnetismo – IME

Campo Magnético

Prof. Cristiano Oliveira*Ed. Basilio Jafet – sala 202**crislo@if.usp.br*

Força Magnética

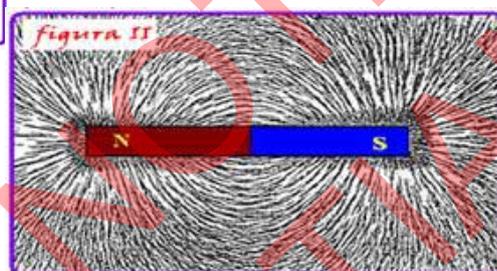
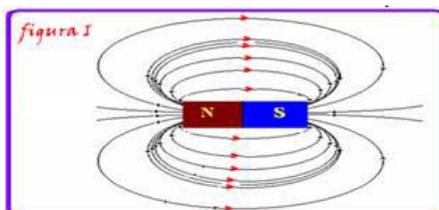
Imãs permanentes, Motores, cinescópios de TV, fornos microondas, alto-falantes, impressoras, discos magnéticos, equipamentos de ressonância magnética, etc



Força Magnética

Forças magnéticas só atuam em **cargas em movimento**.

Uma forma de investigar este fenômeno é utilizando o conceito de campo magnético, inicialmente produzido por um ímã permanente, depois por um condutor conduzindo corrente elétrica, espira de corrente, etc.



Magnetismo

Foram observados há mais de 2500 anos, em fragmentos de minério de ferro nas proximidades da antiga cidade de magnésia (Manisa / Turquia)

Esses fragmentos são hoje conhecidos como ímãs permanentes

Experimentalmente verifica-se que:

- **Um ímã permanente exerce uma força sobre outro ímã, ou sobre um pedaço de ferro não imantado**
- **Uma haste de ferro em contato com um ímã natural, se torna imantada**
- **Uma haste imantada flutuando sobre a água ou suspensa por um fio preso no seu centro, tende a se alinhar na direção norte-sul (bússola)**

Antes de se compreender que a interação magnética pode ser explicada em termos de cargas em movimentos, se explicava esse fenômeno com base nos chamados pólos magnéticos.

Em um ímã permanente, uma das extremidades é denominada pólo Norte (N) e a outra pólo Sul (S)



Imã Permanente

- Pólos opostos se atraem
- Pólos de mesmo nome se repelem
- Um objeto de ferro é atraído por qualquer um dos pólos do imã

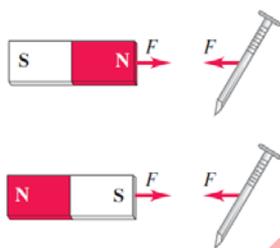
(a) Opposite poles attract.



(b) Like poles repel.



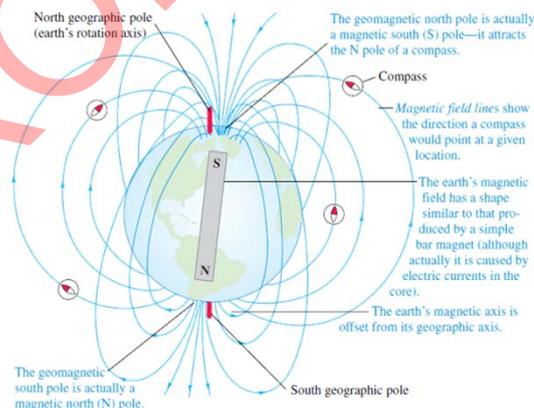
(a)



Imã / Linhas de Campo

- Podemos dizer que o imã cria um **campo magnético** no espaço em torno dele e um segundo corpo sofre a ação desse campo.
- Uma agulha de bússola tende a se alinhar com o campo magnético do local onde está. Ou seja, a própria **Terra é um imã**.

27.3 A sketch of the earth's magnetic field. The field, which is caused by currents in the earth's molten core, changes with time; geologic evidence shows that it reverses direction entirely at irregular intervals of 10^3 to 10^6 years.

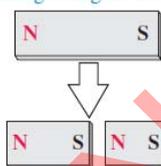


Imã / Linhas de Campo

- A analogia com o campo elétrico pode ser feita até certo ponto apenas.
- Na natureza existem cargas positivas e negativas isoladas. No entanto, até o presente momento não foi encontrado um pólo magnético isolado, ou o **monopolo magnético**.
- Se um ímã é quebrado em duas partes, cada extremidade de cada pedaço constitui um pólo oposto ao já existente.

In contrast to electric charges, magnetic poles always come in pairs and can't be isolated.

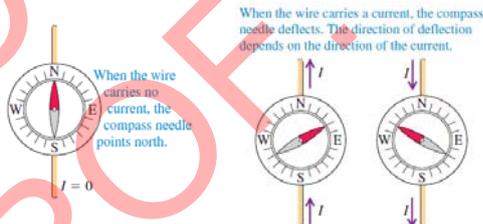
Breaking a magnet in two ...



... yields two magnets, not two isolated poles.

Magnetismo e movimento de cargas

Primeira evidência de relação entre magnetismo e movimento de cargas: 1819, pelo cientista Oersted, que verificou que a agulha de uma bússola era desviada por um fio conduzindo uma corrente elétrica.



Posteriormente, cientistas como **André Ampère** (França), **Michael Faraday** (Inglaterra) e **Joseph Henry** (EUA) prosseguiram nestes estudos, obtendo resultados e propriedades correlatas.

Hoje se sabe que as forças magnéticas entre dois corpos são produzidas pelo efeito magnético dos elétrons dos átomos no interior dos corpos. Em corpos imantados, existe um movimento *coordenado* de alguns elétrons dos átomos, e em corpos não imantados, esses movimentos não são coordenados.

Hans Christian Ørsted



Conhecido(a) por	Experimento de Ørsted
Nascimento	14 de agosto de 1777 Rudkøbing, Dinamarca
Morte	9 de março de 1851 (73 anos) Copenhague, Dinamarca
Nacionalidade	 dinamarquês
Alma mater	Universidade de Copenhague
Prêmios	Medalha Copley (1820)
Religião	Protestantismo
Assinatura	
Instituições	Universidade de Copenhague
Campo(s)	Física, química

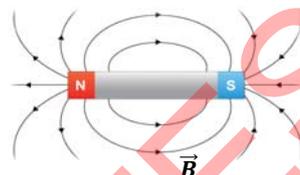
Campo Magnético

Pode-se obter as propriedades do campo magnético através de sua **interação** com cargas em movimento

O campo magnético é um **campo vetorial**, ou seja, trata-se de uma grandeza vetorial associada a cada ponto do espaço.

Usaremos o símbolo \vec{B} para designar o campo magnético

Por definição o vetor \vec{B} sai do polo norte e entra no polo sul de um ímã permanente.

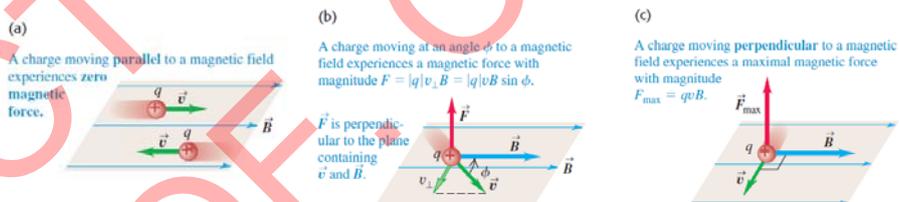


Experimentalmente pode-se obter as características da força magnética que atua em uma carga em movimento.

- **Carga elétrica em repouso não sofre a ação de forças magnéticas**
- **A força magnética \vec{F} não possui a mesma direção do campo magnético \vec{B} , porém atua sempre em uma direção simultaneamente perpendicular à direção de \vec{B} e à direção da velocidade \vec{v} .**

$$F = |q|v_{\perp}B = |q|vB \sin \phi$$

Campo Magnético



$$F = |q|v_{\perp}B = |q|vB \sin \phi$$

Como \vec{v} e \vec{B} são vetores, podemos escrever essa força como o produto vetorial de deles:

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$$

Força magnética em uma partícula carregada em movimento.

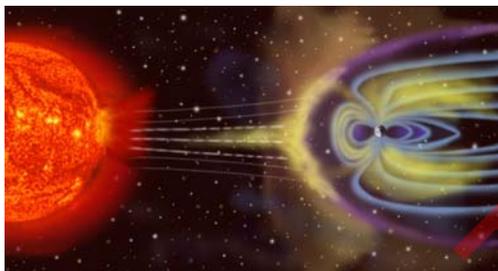
A unidade de B no SI é $1\text{N}\cdot\text{s}/(\text{C}\cdot\text{m})$. Como o ampère é igual a um coulomb por segundo ($1\text{A}=1\text{C}/\text{S}$), $[B]=1\text{N}/(\text{A}\cdot\text{m})$. Essa unidade recebe o nome de **tesla** [T]:

$$1 \text{ tesla} = 1 \text{ T} = 1 \text{ N}/\text{A} \cdot \text{m}$$

Campo Magnético

Outra unidade bastante comum é o **gauss** ($1\text{G}=10^{-4}\text{T}$).

O campo magnético da terra é da ordem de 1 G.



A [magnetosfera](#) protege a superfície da Terra das partículas carregadas do [vento solar](#). É comprimida no lado diurno (Sol) devido à força das partículas que chegam, e estendida no lado noturno.

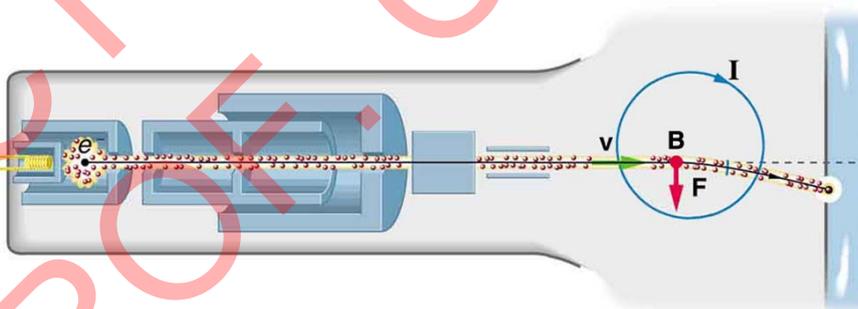
Interior dos átomos: campos da ordem de 10T

Maior campo estacionário de laboratório: 45T

Maior campo pulsado (~ms): 120T

Na superfície de uma estrela de nêutrons : 10^8T

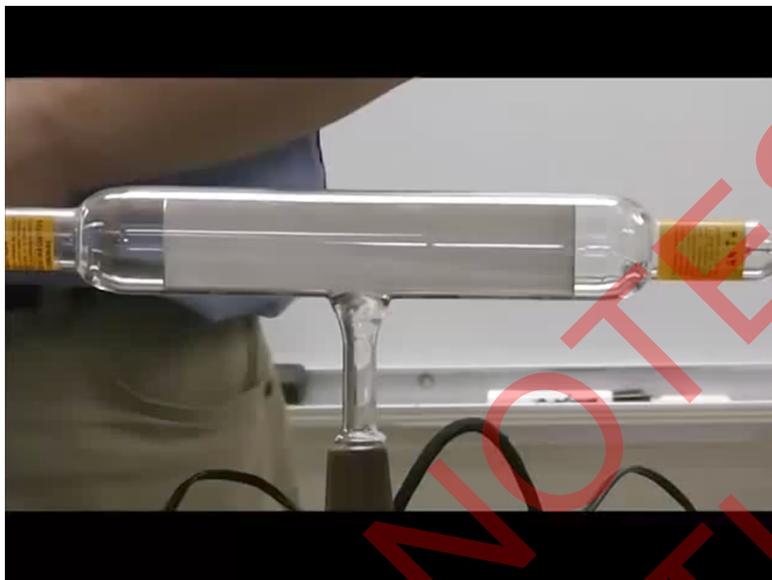
Medição de B



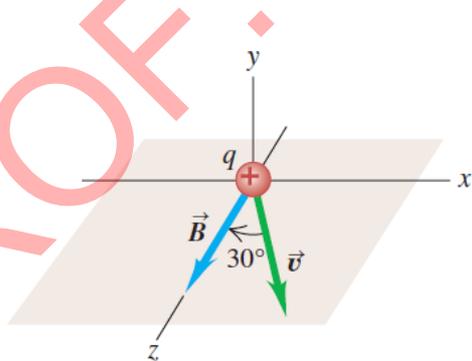
Tubo de raios Catódicos

- Acelera-se cargas (elétrons) utilizando por exemplo um campo elétrico constante.
- Estes elétrons incidem em uma tela fosforescente
- Sem campo magnético estar presente, o feixe atinge a tela no centro. Ao se ligar o campo magnético, o feixe sofre uma deflexão.
- Pela medida da posição de deflexão, pode-se estimar a direção, sentido e módulo do campo elétrico aplicado.

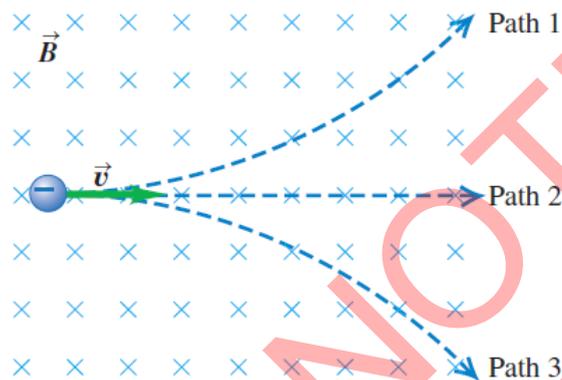
Tubo de raios Catódicos



Um feixe de prótons ($q=1.6 \times 10^{-19} \text{C}$) se move a $3.0 \times 10^5 \text{ m/s}$ em um campo magnético uniforme de 2.0 T direcionado ao longo do eixo z . A velocidade de cada próton repousa no plano xz em uma direção que forma um ângulo de 30° com o eixo z positivo. encontre a força no próton



Qual caminho a partícula negativa fará? 1, 2 ou 3? Justifique!!!



Força de Lorentz

Quando uma partícula carregada se move em uma região do espaço onde existem **simultaneamente** um campo elétrico e um campo magnético, ambos os campos exercem forças sobre a partícula. A força resultante F será a soma vetorial da força elétrica e da força magnética:

$$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$$

Baseado na transformação de Lorentz (mudança de coordenadas para objetos em alta velocidade) que Einstein elaborou a **Teoria da relatividade espacial**.



Hendrik Lorentz



Conhecido(a) Transformação de Lorentz, Força de Lorentz

Nascimento 18 de julho de 1853
Arnhem

Morte 4 de fevereiro de 1928 (74 anos)
Haarlem

Nacionalidade  Neerlandês

Alma mater Universidade de Leiden

Prêmios  Nobel de Física (1902),
Medalha Rumford (1906),
Medalha Franklin (1917),
Medalha Copley (1918)

Orientador(es) Pieter Rijkhoff

Orientado(e) Orestes de Maas-Lorentz,
Adriaan Fokker,
Leonard Ornstein

Instituições Universidade de Leiden

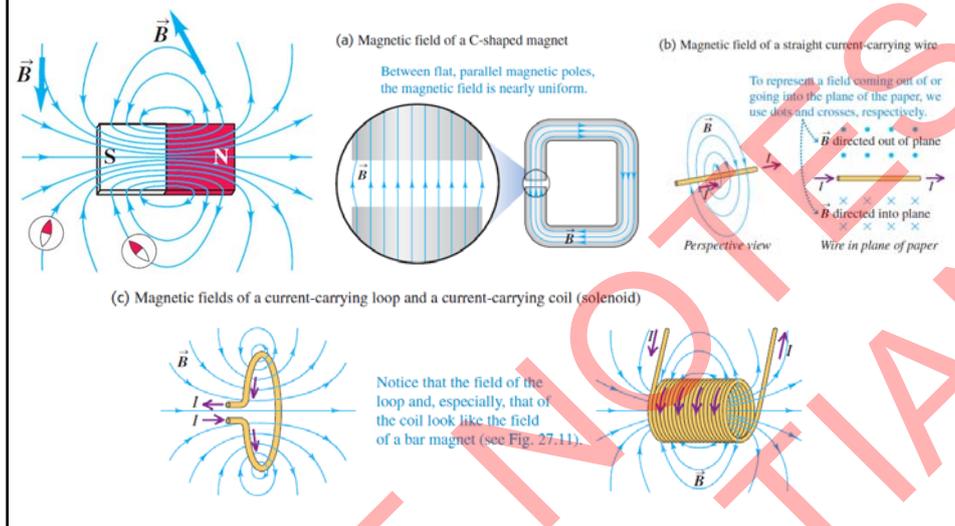
Campos(s) Física

Tese 1875: Over de theorie der
afraktoering en breking van het
licht

Linhas de Campo Magnético

Construímos essas linhas de campo usando a mesma idéia usada para as linhas de campo Elétrico.

O valor de \vec{B} em uma dada linha é obtida pela tangente naquele ponto.

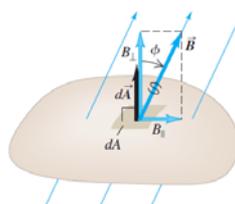


Fluxo de Campo Magnético

Definimos o fluxo de campo magnético Φ_B através de uma superfície de modo análogo ao feito para o fluxo de campo elétrico, ou seja, pegando a componente do campo paralela à superfície.

O diferencial de fluxo elétrico dependerá do produto escalar entre o campo magnético e o vetor vertical à superfície:

$$d\Phi_B = B_{\perp} dA = B \cos \phi dA = \vec{B} \cdot d\vec{A}$$



O fluxo magnético total através da superfície é a soma das contribuições dos elementos de área individuais:

$$\Phi_B = \int B_{\perp} dA = \int B \cos \phi dA = \int \vec{B} \cdot d\vec{A} \quad (\text{magnetic flux through a surface})$$

No SI o fluxo magnético é dado em $1\text{T}\cdot\text{m}^2$. Esta unidade é chamada de **weber** 1(Wb)

Wilhelm Eduard Weber



Nascimento 24 de outubro de 1804
Wittenberg

Morte 23 de junho de 1891 (86 anos)
Göttingen

Nacionalidade Alemão

Alma mater Universidade de Halle
Universidade de Göttingen

Prêmios Medalha Copley (1859),
Medalha Matteucci (1879),
Medalha Cothenius (1879)

Orientador(es) Johann Salomo Christoph
Schweigger

Orientado(s) Ernst Karl Abbe,
Friedrich Kohlrausch

Instituições Universidade de Göttingen
Universidade de Halle
Universidade de Leipzig

Campo(s) Física

Lei de Gauss no Magnetismo

Na **Lei de Gauss da eletrostática**, o fluxo elétrico total através de uma superfície fechada é proporcional à carga elétrica total existente no interior de uma superfície.

Assim, quando tínhamos uma superfície englobando um dipolo elétrico o fluxo total é zero, porque a carga total é zero.

Como não existem monopolos magnéticos, o fluxo magnético através de uma superfície fechada é sempre igual a zero:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$$

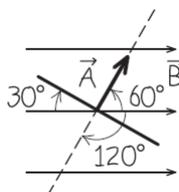
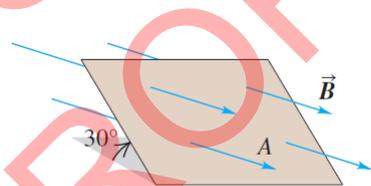
Fluxo magnético através de qualquer superfície fechada

Esta equação pode ser escrita na forma diferencial como:

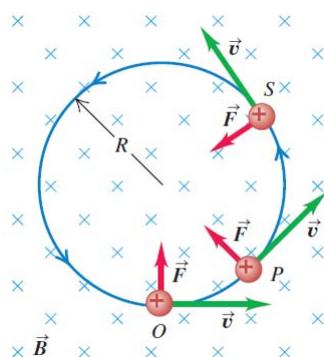
$$\nabla \cdot \vec{B} = 0$$

Esta equação indica que não existem fontes ou sorvedouros únicos de campo magnético, ou seja, não existe monopolo magnético.

A figura abaixo mostra uma visão em perspectiva de uma superfície plana com área de 3.0 cm^2 em um campo uniforme B . O fluxo magnético através da superfície é 0.9 mWb . Encontre o módulo do campo magnético e a direção do vetor perpendicular a superfície, A .



Partículas Carregadas e B



Considere uma partícula com carga positiva q e massa m em um ponto o se movendo com velocidade v em um campo magnético uniforme B penetrando no plano da figura.

B e v são perpendiculares de modo que a força magnética $\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$ possui módulo $F = qvB$.

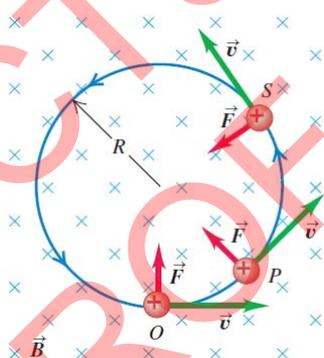
A força é sempre perpendicular a v e assim não altera o módulo de sua velocidade. Sendo assim, a força magnética não realiza **trabalho** sobre a partícula:

Quando uma partícula carregada se move em uma região onde só existe campo magnético, o módulo de sua velocidade permanece constante.

A partícula possui uma força atuando para um determinado centro. Isso é a definição de um **movimento circular**, onde v é a velocidade tangencial da partícula e a força magnética F altera sua trajetória. A aceleração centrípeta é v^2/R , sendo originada da única força atuando na partícula. Logo, da segunda Lei de Newton:

$$F = ma \Rightarrow F = \frac{mv^2}{R}, F = qvB\text{sen}\theta \Rightarrow qvB\text{sen}\theta = \frac{mv^2}{R} \Rightarrow R = \frac{mv}{qB\text{sen}\theta}$$

Partículas Carregadas e B



Para campo B perpendicular a v , $\text{sen}\theta=1$

$$R = \frac{mv}{qB}$$

A velocidade angular ω da partícula é calculada por $v = \omega R$

Assim, teremos

$$\omega = \frac{v}{R} = v \frac{qB}{mv} = \frac{qB}{m}$$

A unidade de ω é rad/s.

O número de revoluções por unidade de tempo é dado por $f = \omega/2\pi$. Essa frequência é independente do raio da trajetória. Ela é chamada de **frequência ciclotrônica**.

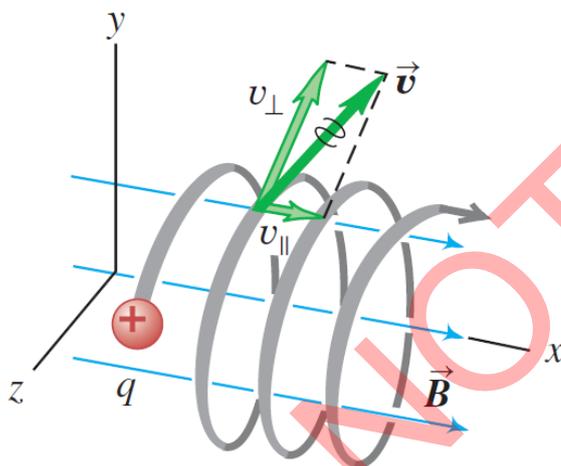
$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \frac{qB}{m}$$

A unidade de f é s^{-1} , também conhecida como Hertz (Hz)

Partículas Carregadas e \vec{B}

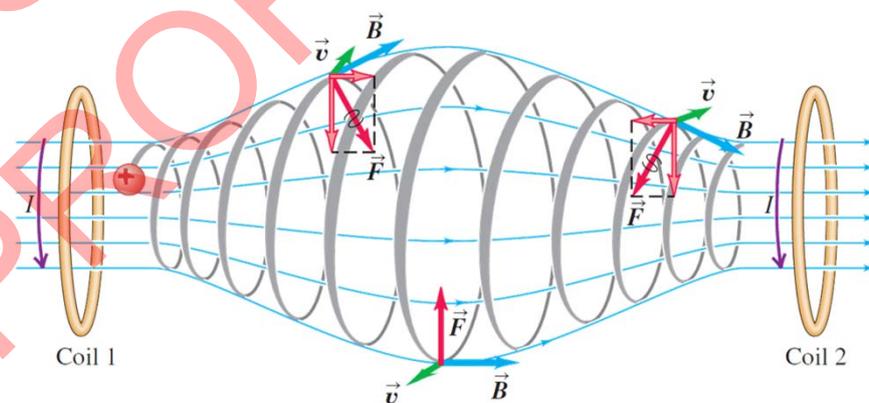
Quando a velocidade inicial não é perpendicular, o componente da velocidade paralelo ao campo permanece constante porque não existe nenhuma força nesta direção. Assim, a partícula descreve uma hélice, sendo o raio desta hélice dado pela equação anterior:

$$R = \frac{mv}{qB\sin\theta}$$



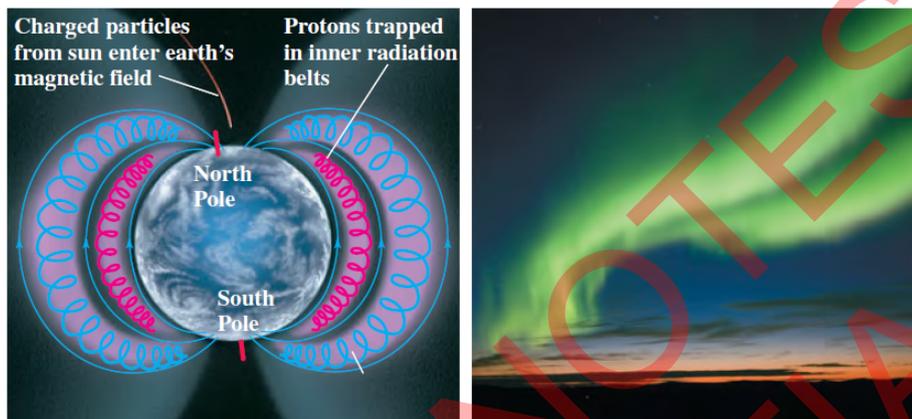
Partículas Carregadas e \vec{B}

Já o movimento de uma partícula em um campo magnético não uniforme é mais complexo. Um exemplo é a estabilização de *plasmas* em temperatura da ordem de 10^6K . Duas espiras de corrente geram um campo que consegue prender partículas carregadas em uma espécie de *garrafa magnética*.



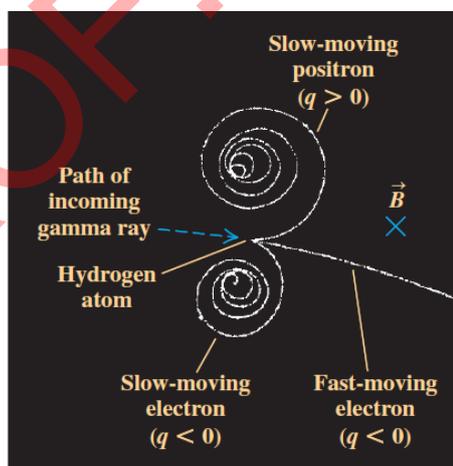
Partículas Carregadas e B

Outro exemplo é a própria Terra. O campo magnético da Terra não é uniforme e confina partículas carregadas provenientes do Sol no interior de regiões em forma de rosca ao redor da terra. Essas regiões chamam-se cinturões de radiação de *Van Allen*.



Partículas Carregadas e B

Em uma *câmara de bolhas* cheia com hidrogênio líquido, produzidos por um elétron com energia elevada que se move em um campo magnético perpendicular ao plano. Forças adicionais agem sobre o sistema de modo que a velocidade não é constante e assim o raio varia, formando uma espiral.

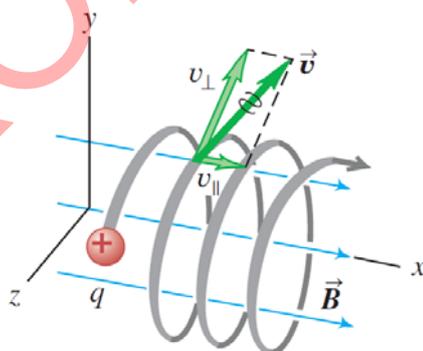


Um magnéton de um forno microondas emite ondas eletromagnéticas com frequência $f=2450\text{Hz}$. Qual o módulo do campo magnético necessário para que os elétrons se movam em orbitas circulares com essa frequência?

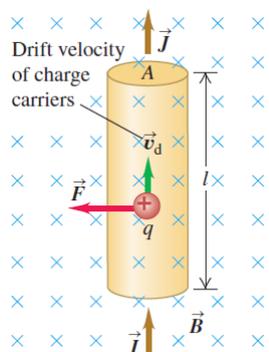


Em uma situação como a indicada na figura abaixo, temos um próton ($q=1.6 \times 10^{-19}\text{C}$, $m=1.67 \times 10^{-27}\text{kg}$) e que o campo magnético uniforme seja paralelo ao eixo x e possua módulo igual a 0.500 T . Só existe a força magnética atuando sobre o próton. No instante $t=0$, o próton possui componentes na velocidade dados por $v_x=1.50 \times 10^5\text{ m/s}$, $v_y=0$ e $v_z=2.00 \times 10^5\text{ m/s}$:

- Para $t=0$, calcule a força que atua sobre o próton e sua aceleração
- Determine o raio da trajetória helicoidal, a velocidade angular do próton e o *passo* da hélice (a distância percorrida ao longo do eixo da hélice Durante a revolução)



Força Magnética sobre um condutor de corrente elétrica



Seja uma carga q , positiva se deslocando com velocidade v em um condutor imerso em um campo magnético B . A força que age sobre esta carga é: $\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$

Em um condutor conduzindo uma corrente elétrica a velocidade das cargas é dada em termos da velocidade de arraste v_d e assim a força é perpendicular a v_d e B com módulo $F = q v_d B$.

$$\vec{F} = q\vec{v}_d \times \vec{B}$$

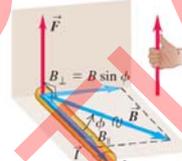
Para a força *total* agindo sobre todas as cargas que se movem ao longo de um comprimento l , com área A , seja n o número de cargas por unidade de volume. O número total de cargas será $n l A$. Assim, o módulo da força será:

$$F = (nAl)(qv_d B) = (nqv_d A)(lB)$$

A densidade de corrente é $J = n q v_d$. O produto JA fornece a corrente total I . Assim $F = IlB$

Quando o campo não é perpendicular ao fio, aplicamos a regra da mão direita, assumindo o a direção e sentido da corrente como o sentido da velocidade e o campo B :

$$F = IlB_{\perp} = IlB \sin \phi$$

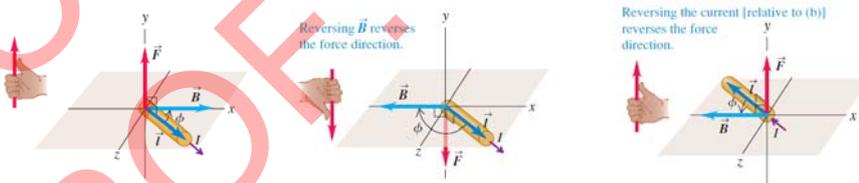


Força Magnética sobre um condutor de corrente elétrica

Sendo assim, a força é sempre perpendicular tanto ao condutor quanto ao campo. Assim, temos,

$$\vec{F} = I\vec{l} \times \vec{B}$$

Força magnética sobre um segmento de fio retilíneo



Se o condutor não é retilíneo, podemos dividi-lo em segmentos infinitesimais $d\vec{l}$. A força $d\vec{F}$ sobre cada segmento é:

$$d\vec{F} = I d\vec{l} \times \vec{B}$$

Força magnética sobre um segmento de fio de comprimento infinitesimal.

A força total é obtida calculando a integral de linha em $d\vec{F}$.

Força Magnética sobre um condutor de corrente elétrica

Mas.... O que aconteceria se as cargas que se movem fossem negativas, tal como os elétrons em um metal? O que mudaria?

Bom...

- 1) Se a carga for negativa, a força magnética tem mesma direção mas sentido oposto.
- 2) A corrente elétrica também terá sentido oposto.

Logo, a **força** terá a mesma direção do caso anterior. Assim, os resultados são válidos para *ambos* os sinais de carga.

Carga positiva:

$$dF_+ = Id\vec{l} \times \vec{B}$$

Carga negativa:

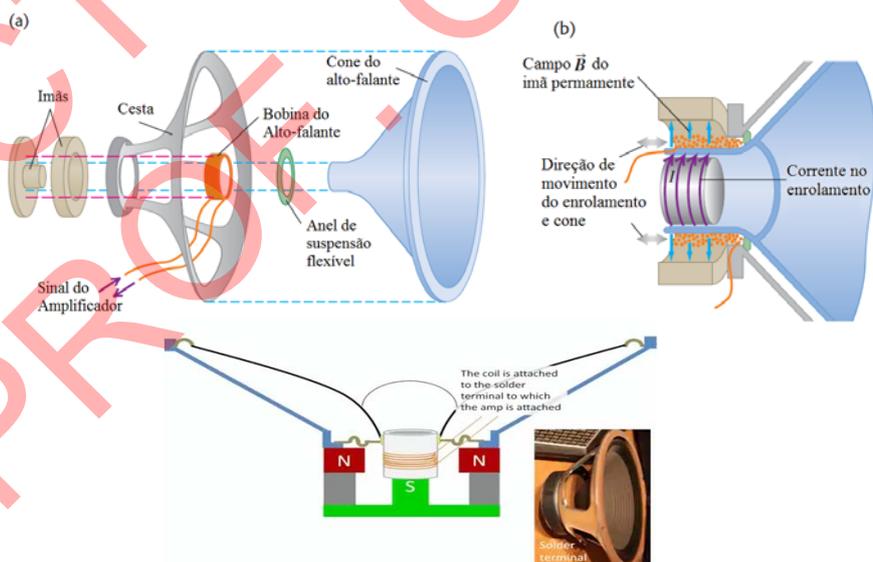
$$dF_- = (-I)(-d\vec{l}) \times \vec{B} = Id\vec{l} \times \vec{B}$$

Logo:

$$dF_+ = dF_-$$

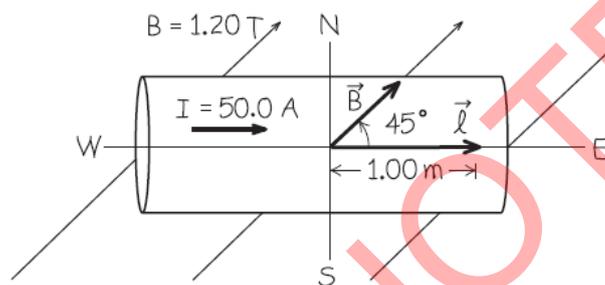
Aplicação : **Alto-falantes!!!**

Alto-falantes utilizam esse princípio de força magnética em fios carregando corrente elétrica.

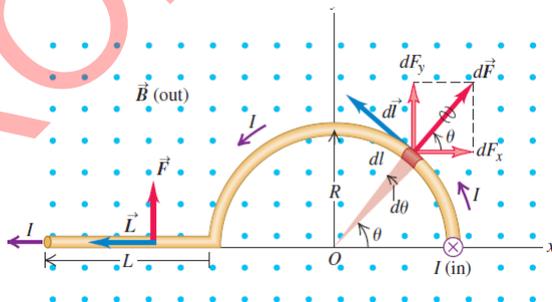


Uma barra de cobre retilínea conduz uma corrente de 50,0 A do oeste para Leste em uma região entre os pólos de um grande eletroímã. Nessa região, existe um campo magnético no plano horizontal, orientado para o nordeste (ou seja a 45° do leste para o norte) com módulo igual a 1,2T.

- Determine o módulo, direção e o sentido da força magnética que atua sobre uma seção de 1m da barra
- Mantendo a barra no plano horizontal, como ela deve ser orientada para que o módulo da força seja máximo?



Na figura abaixo, o campo magnético \mathbf{B} é uniforme e perpendicular ao plano da figura, apontado para fora. O condutor possui um segmento retilíneo de comprimento L perpendicular ao plano da figura no lado direito, transportando uma corrente com sentido oposto ao do campo \mathbf{B} ; a seguir, o fio continua sobre uma semicircunferência de raio R e finalmente continua com um segmento retilíneo de comprimento L situado no eixo Ox , como indicado. O condutor transporta uma corrente I . Calcule a força magnética total sobre os três segmentos de fio.



Força e Torque sobre uma Espira de Corrente

Veja a espira abaixo, de formato retangular, em um campo magnético uniforme

$F = IaB$
 $F' = IbB \sin(90^\circ - \phi) = IbB \cos \phi$

ϕ é o ângulo entre a normal ao plano da espira e o campo magnético B

A força total sobre a espira é nula!
 Mas... E quanto ao torque?

Força e Torque sobre uma Espira de Corrente

Para o torque, temos que considerar o vetor ligando uma origem ao ponto de ação da força

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$$

ϕ é o ângulo entre a normal ao plano da espira e o campo magnético B

Tome como origem o centro da espira. O vetor \vec{r} ligará o centro da espira aos centros dos lados da espira

Pela figura vemos que \vec{r} é paralelo à \vec{F} , logo o torque neste sentido será **zero**.

Considere agora a força \vec{F} . O produto vetorial entre \vec{r} e \vec{F} gera um torque na direção y . O módulo desse torque será

$$\tau = 2F(b/2) \sin \phi = (Iba)(b \sin \phi)$$

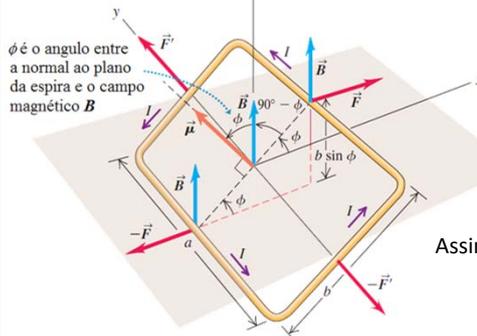
τ_{max}

τ_{min} (direction normal to loop)

Força e Torque sobre uma Espira de Corrente

Agora, ab nada mais é do que a área A da espira,

$$\tau = IBA \sin \phi$$



Definimos o produto IA como o **momento de dipolo magnético**, ou **momento magnético da espira**, usando a letra grega μ :

$$\mu = IA$$

Assim teremos:

$$\tau = \mu B \sin \phi$$

Note que ϕ é o ângulo entre a normal ao plano da espira e o campo B . se definirmos o momento magnético na direção perpendicular ao plano da espira, o produto vetorial entre μ e B fornece corretamente a direção do torque τ . Assim:

$$\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}$$

Este resultado é análogo à definição de momento de dipolo elétrico p em um campo elétrico E , gerando o torque da força elétrica. $\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E}$

Energia potencial em uma espira de corrente

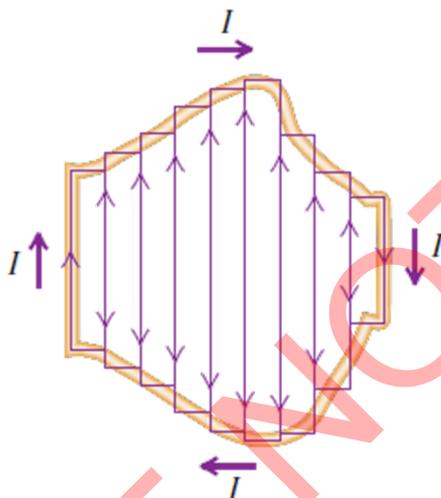
Da mesma forma que mostramos que para o dipolo elétrico a energia potencial correspondente era dada por $U = -\vec{p} \cdot \vec{E}$, como o torque em uma espira de corrente tem a mesma forma do torque de um dipolo elétrico, concluímos que,

$$U = -\vec{\mu} \cdot \vec{B} = -\mu B \cos \phi$$

Energia potencial para um dipolo magnético

Espiras planas irregulares

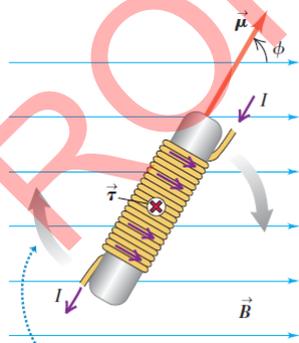
Qualquer espira plana pode ser dividida em diversas espiras retangulares *infinitesimais*. Se todas estas espiras conduzem a mesma corrente, então as forças e torques de espiras adjacentes se cancelam e somente os torques e forças da região de fronteira são importantes. Sendo assim, permanece válida a análise anterior.



Espiras em paralelo: solenóide

Um enrolamento helicoidal de um fio, também chamado de *solenóide*, pode ser visto como diversas espiras arranjadas em paralelo. Assim o efeito total é a soma dos torques em cada espira individual. Para um solenóide com N espiras em um campo magnético B , o momento magnético será $\mu = NIA$ e assim,

$$\tau = NIAB \sin \phi$$



Como resultado, um solenóide tende a se orientar com o campo magnético onde está imerso, ou seja, orientar o momento magnético μ ao campo B .

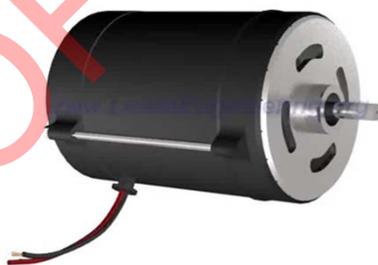
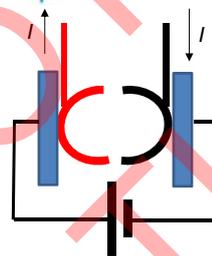
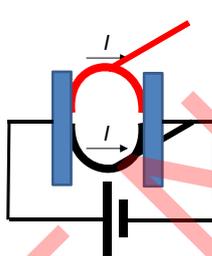
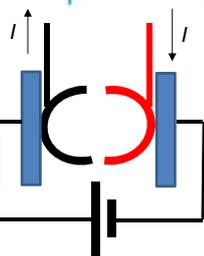
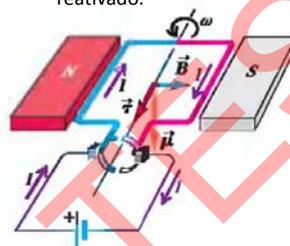
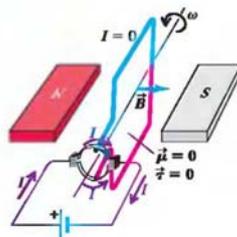
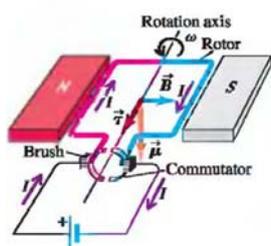


Motor de Corrente Contínua

Em um primeiro momento, uma corrente I passa pela espira. Assim, tem-se um torque que faz a espira girar

Em dado instante o comutador gira e fecha o circuito. Não passa corrente pela espira e o torque é zero.

A inercia mantém a espira girando, o contato é refeito, passa corrente novamente pela espira e o torque é reativado.



www.LearnEngineering.org

<https://www.youtube.com/watch?v=LAtPHANefQo>

Demonstração!!!

LECTURE NOTES
PROF. CRISTIANO