Universidade de São Paulo
Instituto de Física

FÍSICA MODERNA I
AULA 13

Profa. Márcia de Almeida Rizzutto
Pelletron – sala 220
rizzutto@if.usp.br

2o. Semestre de 2017

Página do curso:
https://edisciplinas.usp.br/course/view.php?id=53869

25/09/2017

Órbitas elípticas de Sommerfeld

$$\mu = \frac{mM}{m+M}$$

Sommerfeld calculou os valores dos semi-eixos maior (a) e menor (b) que dão a forma e o tamanho das órbitas elípticas e a energia total E do elétron nessa órbita

$$a = \frac{4\pi\varepsilon_o n^2 \hbar^2}{\mu Z e^2}$$

$$b = a\frac{n_\theta}{n}$$

$$E = -\left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\right)^2 \frac{\mu Z^2 e^4}{2n^2\hbar^2}$$

μ é a massa reduzida

n é o número quântico:

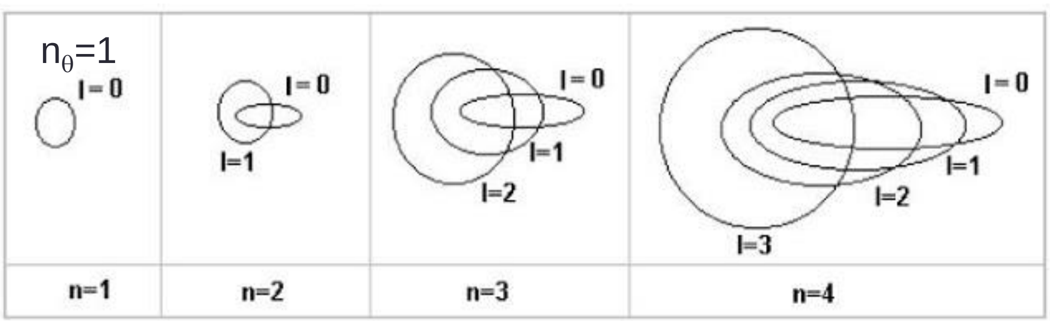
$$n \equiv n_\theta + n_r$$

$$n_\theta = 1,2,3....$$

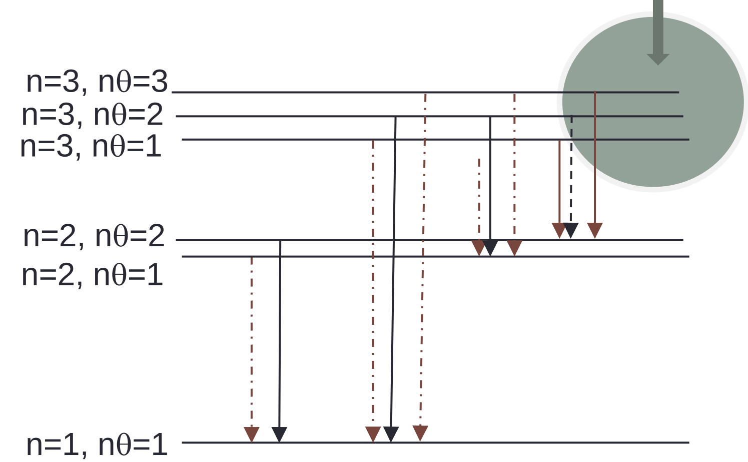
$$n_r = 0,1,2,3....$$

$$n = 1,2,3....$$

As energia são degeneradas



$E = E_1$ $E = E_2$ $E = E_3$ $E = E_4$



Órbitas elípticas de Sommerfeld tratadas relativisticamente

O tamanho real da correção depende da velocidade média do elétron que por sua vez depende da excentricidade da órbita, correções da ordem de v^2/c^2, era provável que a maior correção fosse na órbita muito excêntrica, porque v aumenta à medida que o elétron se aproxima do núcleo

$$E = -\overbrace{\left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\right)}^{k}{}^2\frac{\mu Z^2 e^4}{2n^2\hbar^2}\left[1+\frac{\alpha^2 Z^2}{n}\left(\frac{1}{n_\theta}-\frac{3}{4n}\right)\right]$$

$$v = \frac{n\hbar}{mr} = \frac{\hbar}{mr}\,(n=1)$$

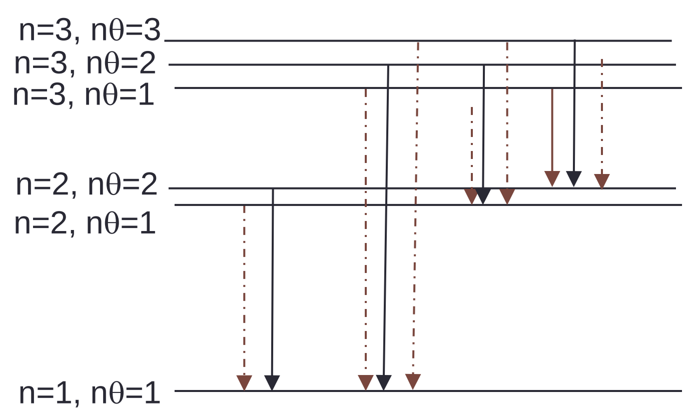
$$r_1 = a_0 = \frac{4\pi\varepsilon_o\hbar^2}{me^2} = \frac{\hbar^2}{mke^2}$$

α é chamada de "*constante de estrutura fina*"

$$v = \frac{\hbar}{mr_1} = \frac{\hbar}{m\left(\frac{\hbar^2}{mke^2}\right)} = \frac{ke^2}{\hbar}$$

$$\alpha = \frac{ke^2}{\hbar c} \cong \frac{1}{137}$$

$$\frac{v}{c} = \frac{ke^2}{\hbar c} = \frac{1{,}44ev.nm}{197{,}3ev.nm}$$



As linhas tracejadas não foram observadas nos espectros e estas transições não ocorrem apenas ocorrem as que seguem as regras de seleção:

$$n_{\theta_i} - n_{\theta_f} = \pm 1$$

Hipóteses de De Broglie

- A hipótese de de Broglie em sua tese de doutorado de 1924, era que o comportamento dual (onda-partícula) da radiação eletromagnética poderia ser aplicado a matéria
- Vimos que podemos associar a um fóton uma frequência de uma onda luminosa que governa seu movimento $E = h\nu$
- E um momento do fóton é relacionado ao comprimento de onda

$$p = \frac{h}{\lambda}$$

- Então segundo de Broglie se ondas de luz tem propriedades de partículas, partículas devem ter propriedades de onda. E propôs que ambas as relações cima são validas também para partículas.
- Deste modo, o comprimento de onda (não relativístico) associado a partícula de massa m e velocidade v é:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}$$

Caso relativístico

- Para se determinar uma expressão equivalente que se aplique tanto as partículas relativísticas como não-relativísticas:

Energia total

$$E = E_0 + E_K$$

$$E = \gamma mc^2 = E_K + mc^2$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - u^2 / c^2}}$$

$$mc^2 = E_0$$

Energia de repouso da partícula

Energia cinética relativística

$$E_K = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - u^2 / c^2}} - mc^2$$

u/c<<1 – temos a energia cinética clássica

$$\frac{1}{\sqrt{1 - u^2 / c^2}} = \left(1 - \frac{u^2}{c^2}\right)^{-1/2} \approx 1 + \frac{1}{2}\frac{u^2}{c^2} + \ldots.$$

$$E_K = mc^2\left(1 + \frac{1}{2}\frac{u^2}{c^2} + \ldots\right) - mc^2 = \frac{mu^2}{2}$$

Caso relativístico

- Em algumas situações é importante escrever uma expressão que relacione a energia total e o momento *p* relativístico:

Energia total

$$E^2 = (pc)^2 + (mc^2)^2$$

$$mc^2 = E_0$$

Energia de repouso da partícula

$$(E_0 + E_K)^2 = (pc)^2 + (E_0)^2$$

$$p = \frac{\left(2E_0E_K + E_K^2\right)^{1/2}}{c}$$

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{hc}{\left(2E_0E_K + E_K^2\right)^{1/2}}$$

Aplicável a qualquer partícula com qualquer energia

Exercício lista 2

Produz-se um par de forma que o pósitron esteja em repouso e o elétron tenha uma energia cinética de 1,0 MeV e se move na direção na qual o fóton que produziu o par incidiu.

- (a) Desprezando a energia transmitida ao núcleo do átomo próximo, ache a energia do fóton incidente.
- (b) Que porcentagem do momento do fóton é transferida ao núcleo?

a) Conservação de energia

$$E_i = E_f$$

$$E_{fóton} = E_{oe^+} + E_{oe^-} + E_{Ke^-}$$

$$E_{fóton} = mc^2 + mc^2 + 1MeV$$

$$E_{fóton} = 0{,}511 + 0{,}511 + 1 = 2{,}022 MeV$$

$$E_0 = mc^2$$

$$E_e = E_0 + E_K$$

b) Conservação de momento

$$p_i = p_f$$

$$p_{fóton} = p_{e^+} + p_e + p_N$$

$$\frac{E_{fóton}}{c} = 0 + p_e + p_N$$

$$cp_N = E_{fóton} - p_e c$$

$$E^2 = (pc)^2 + (mc^2)^2$$

$$E_e^2 = p^2c^2 + E_0^2$$

$$(E_K + m_o c^2)^2 = p^2c^2 + (m_0 c^2)^2$$

$$E_K^2 + 2E_K m_o c^2 + (m_o c^2)^2 - (m_o c^2)^2 = p^2c^2$$

$$p^2c^2 = E_K^2 + 2E_K m_o c^2$$

$$cp_N = 2{,}022 - \sqrt{E_K^2 + 2E_K m_0 c^2}$$

$$cp_N = 2{,}022 - \sqrt{1^2 + 2x1x0{,}511}$$

$$cp_N = 2{,}022 - \sqrt{2{,}022} = 0{,}6$$

$$\frac{p_N}{p_{fóton}} = \frac{0{,}6/c}{E_{foton}/c} = \frac{0{,}6}{2{,}022} = 29{,}7$$

~30% do momento do fóton é transferido para o núcleo

Durante a década de 1920 – proposta da mecânica ondulatória (de Broglie, Schrödinger, Heisenberg, Pauli, Dirac e outros)

Propriedades ondulatórias da matéria – Cap. 3 e 5Eisberg

- Vimos que as partículas que constituem a matéria (elétron) possuem propriedades ondulatórias

QUESTÕES:

1) Como podemos descrever este elétron então?
2) O que seria esta "onda" que constitui o elétron
3) O elétron é uma "onda" se propagando em que meio?
4) Como descrever esta "onda" matematicamente?

- Bohr elaborou o Princípio da complementaridade:
  - "o caráter ondulatório e o corpuscular da natureza são complementares, isto é, ou se observa a manifestação do comportamento ondulatório de um sistema físico ou do comportamento corpuscular, nunca os dois simultaneamente"

Dualidade Onda-partícula

Associaremos uma função de onda ψ (probabilidade da partícula ser observada em uma certa posição em um certo instante de tempo)

v é a velocidade de fase

Função de onda $\Psi(x,t)$

que é solução da equação de onda

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2}$$

$$\Psi(x,t) = A\cos k(x - vt)$$

$$\Psi(x,t) = A\,\mathrm{sen}\,k(x - vt)$$

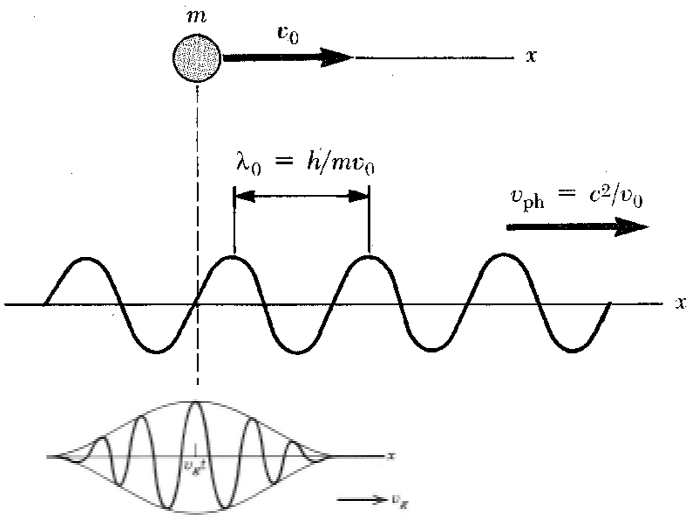
Uma solução simples é a chamada onda harmônica

$$\Psi(x,t) = A\cos(kx - wt)$$

Curva que viaja na direção de x positivo

Cujo nº de onda $k = \dfrac{2\pi}{\lambda}$

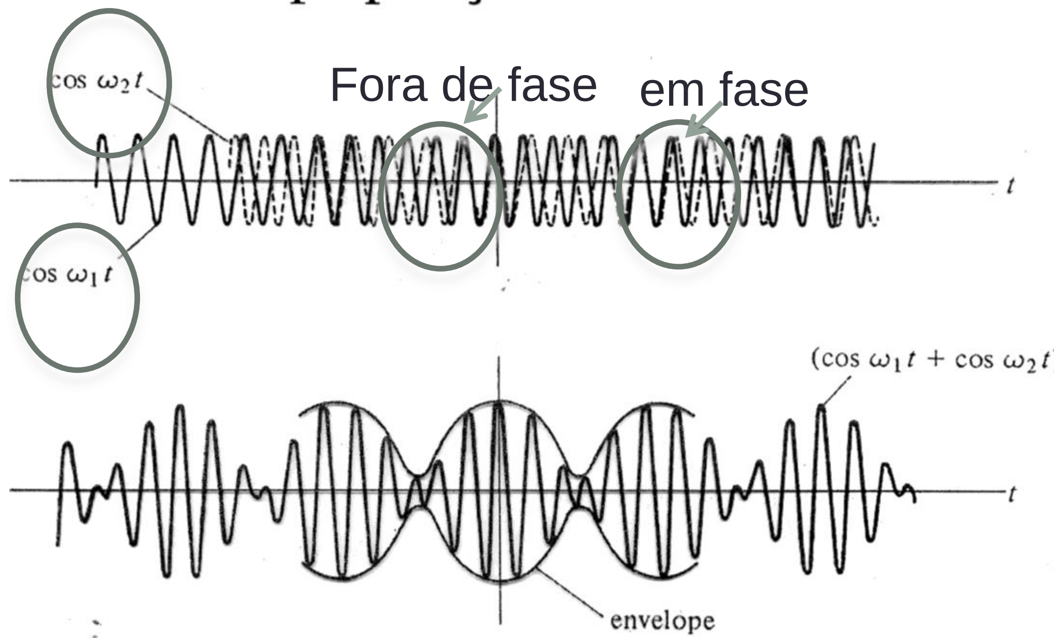
Velocidade de fase $v = f\lambda$



- Para representar uma partícula, devemos utilizar uma onda "localizada" no espaço, ou seja, um "pacote de ondas", cuja velocidade de grupo coincide com a velocidade da partícula

Partícula ↔ onda localizada (pacote de onda).
Como produzir um pacote?

Superposição de 2 ondas



1) pacote de onda é obtido a partir de uma combinação de várias ondas de frequências diferentes
2) Neste caso, duas onda de frequências próximas se combinam resultado em vários pacotes ou grupos de onda

Soma de 2 ondas

$$y_1 = A\cos(k_1 x - \omega_1 t) \qquad \text{e} \qquad y_2 = A\cos(k_2 x - \omega_2 t)$$

$\omega = 2\pi f$ e $k = 2\pi/\lambda$. Adicionamos as ondas usando o princípio de superposição:

$$y = y_1 + y_2 = A\cos(k_1 x - \omega_1 t) + A\cos(k_2 x - \omega_2 t)$$

É conveniente escrever isso em uma forma que use a identidade trigonométrica

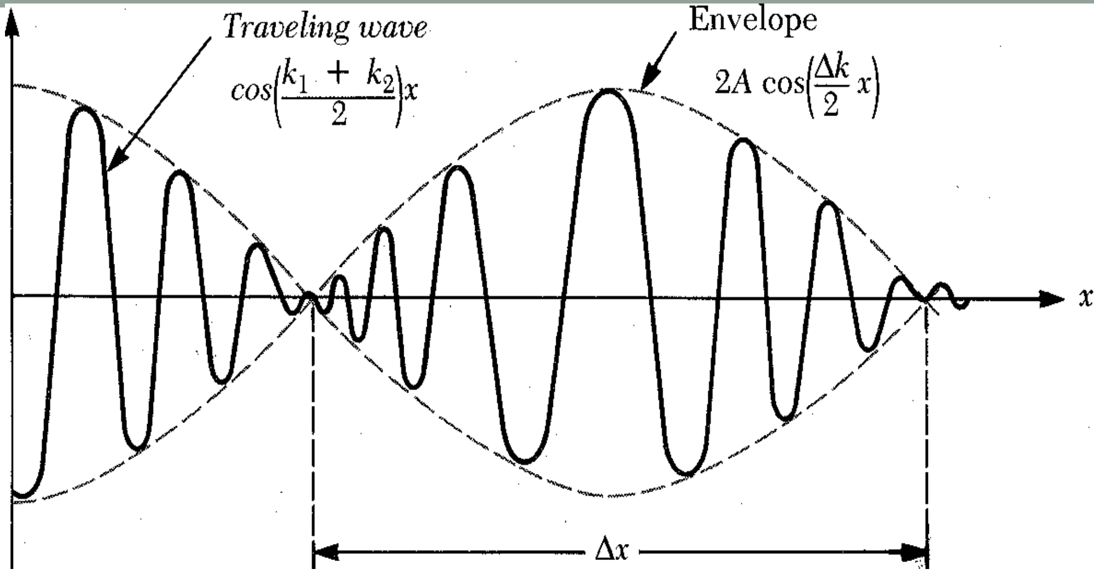
$$\cos a + \cos b = 2\cos\left(\frac{a-b}{2}\right)\cos\left(\frac{a+b}{2}\right)$$

Sendo $a = k_1 x - \omega_1 t$ e $b = k_2 x - \omega_2 t$, encontramos

$$y = 2A\cos\left[\frac{(k_1 x - \omega_1 t) - (k_2 x - \omega_2 t)}{2}\right]\cos\left[\frac{(k_1 x - \omega_1 t) + (k_2 x - \omega_2 t)}{2}\right]$$

$$= \left[2A\cos\left(\frac{\Delta k}{2}x - \frac{\Delta\omega}{2}t\right)\right]\cos\left(\frac{k_1 + k_2}{2}x - \frac{\omega_1 + \omega_2}{2}t\right) \qquad [28.12]$$

k_m w_m



Podemos interpretar a onda soma como sendo um envelope que modula lentamente uma onda com k e w médios

A velocidade de propagação das ondas individuais

$$\Psi(x,t) = \Psi_1 + \Psi_2 = 2A\cos\frac{1}{2}\left(\Delta k x - \Delta\omega t\right)\cos\left(\bar{k}x - \bar{\omega}t\right)$$

amplitude (envelope)

$$v_f = \frac{(w_1 + w_2)/2}{(k_1 + k_2)/2} = \frac{\overline{w}}{\overline{k}} = v_e$$

$$\frac{1}{2}\left(\Delta k x - \Delta\omega t\right) = \frac{1}{2}\Delta k\left(x - \frac{\Delta\omega}{\Delta k}t\right) = \frac{1}{2}\Delta k\left(x - v_g t\right)$$

velocidade de grupo

A velocidade de propagação do grupo

$$v_g = \frac{(w_2 - w_1)/2}{(k_2 - k_1)/2} = \frac{\Delta w}{\Delta k} = \frac{d\omega}{dk}$$

- Para o postulado de de Broglie

$$E = hf = \hbar\omega \qquad \mathrm{p} = \frac{h}{\lambda} = \hbar k \qquad \mathrm{E} = \frac{\mathrm{p}^2}{2\mathrm{m}}$$

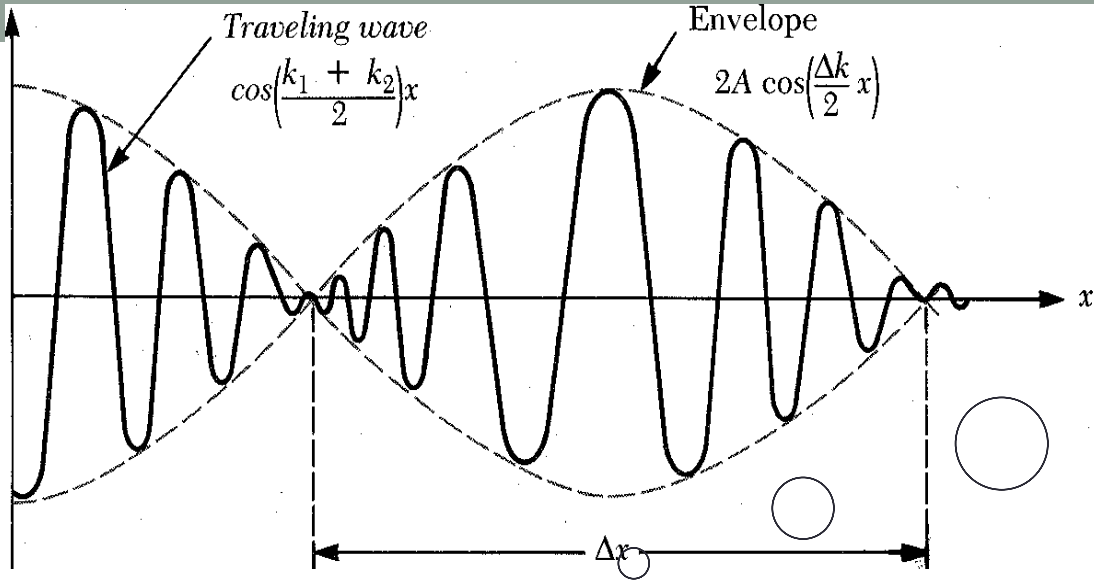
$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

$$v_f = \frac{\omega}{k} = \frac{E}{\hbar}\frac{\hbar}{p} = \frac{p^2}{2mp} = \frac{p}{2m} = \frac{v}{2}$$

- A velocidade de fase não corresponde a velocidade da partícula

$$v_g = \frac{d\omega}{dk} = \frac{d(\hbar\omega)}{d(\hbar k)} = \frac{dE}{dp} = \frac{p}{m} = v$$

- O pacote de onda se propaga com velocidade do elétron



A incerteza Δx nesta localização corresponde a distância entre dois nulos consecutivos do envoltório

Para um dado instante a distância entre dois nulos consecutivos será:

$$\frac{1}{2}\left(\Delta k x_2 - \Delta\omega t\right) - \frac{1}{2}\left(\Delta k x_1 - \Delta\omega t\right) = \pi$$

$$\Delta k\left(x_2 - x_1\right) = \Delta k \Delta x = 2\pi$$

e

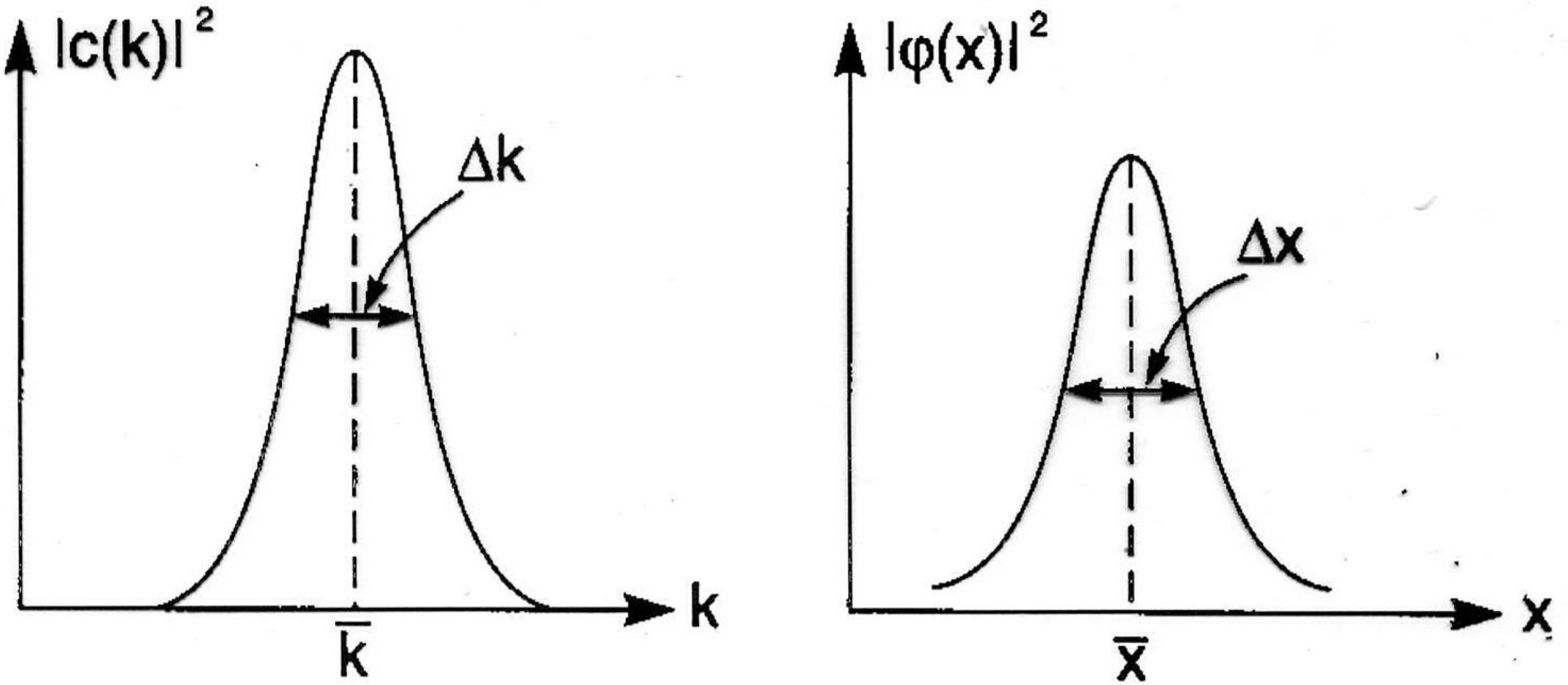
$$\Delta w \Delta t = 2\pi$$

Isto mostra que quanto mais tentamos localizar a partícula no espaço Δx, maior será o numero de ondas utilizado para a construção do pacote

A integral de Fourier

Para construir um pacote de ondas realmente localizado como um pulso gaussiano devemos somar um no infinito de ondas

$$\psi(x)=\int_{-\infty}^{\infty} c(k)e^{ikx}\,dk$$



$$\Delta x \Delta k \geq \frac{1}{2}$$

O princípio da incerteza

Werner Heisenberg, 1927:

Propõe o princípio de incerteza que diz que é impossível determinar (fazer medidas) simultaneamente da posição e momento de uma partícula) (x e p_x, por exemplo) apresentam uma relação entre suas incertezas dada por

$$\Delta k \Delta x \geq \frac{1}{2}$$

$$\Delta p \Delta x \geq \frac{\hbar}{2}$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = 2\pi \frac{p}{h} = \frac{p}{\hbar}$$

$$\mathrm{p} = \frac{h}{\lambda}$$

Quanto mais bem definida a posição de uma partícula (pacote de onda mais estreito), menos definido será o momento dessa partícula (uma combinação maior de comprimentos de onda, e portanto de momentos será necessário)

O princípio de incerteza também pode ser enunciado em termos da energia e do tempo:

Das propriedades do pacote de onda, tem-se que:

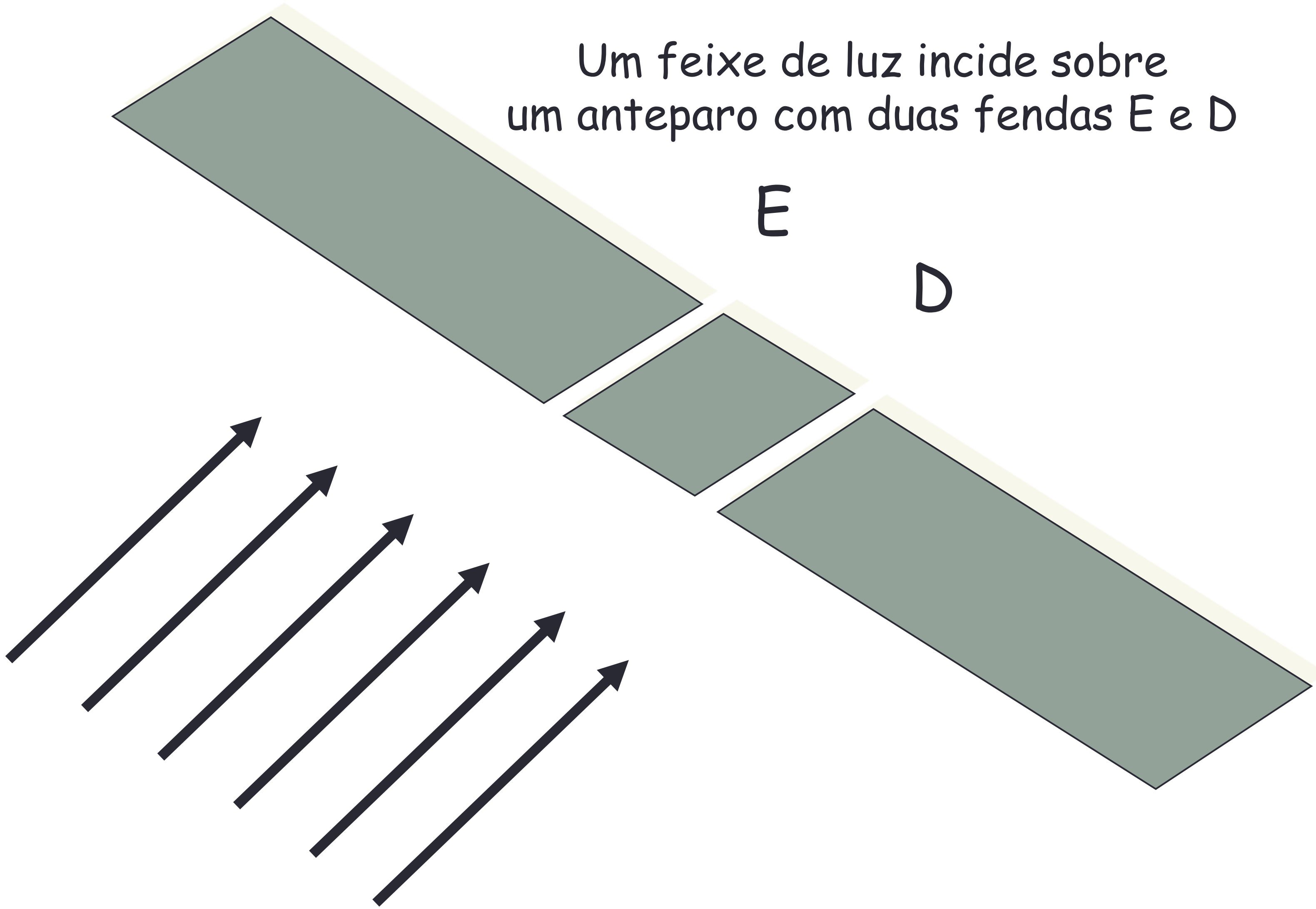
$$\Delta\omega.\Delta t \geq \frac{1}{2}$$

$$E = hf = h\frac{\omega}{2\pi} = \hbar\omega$$

$$\Delta E.\Delta t \geq \frac{\hbar}{2}$$

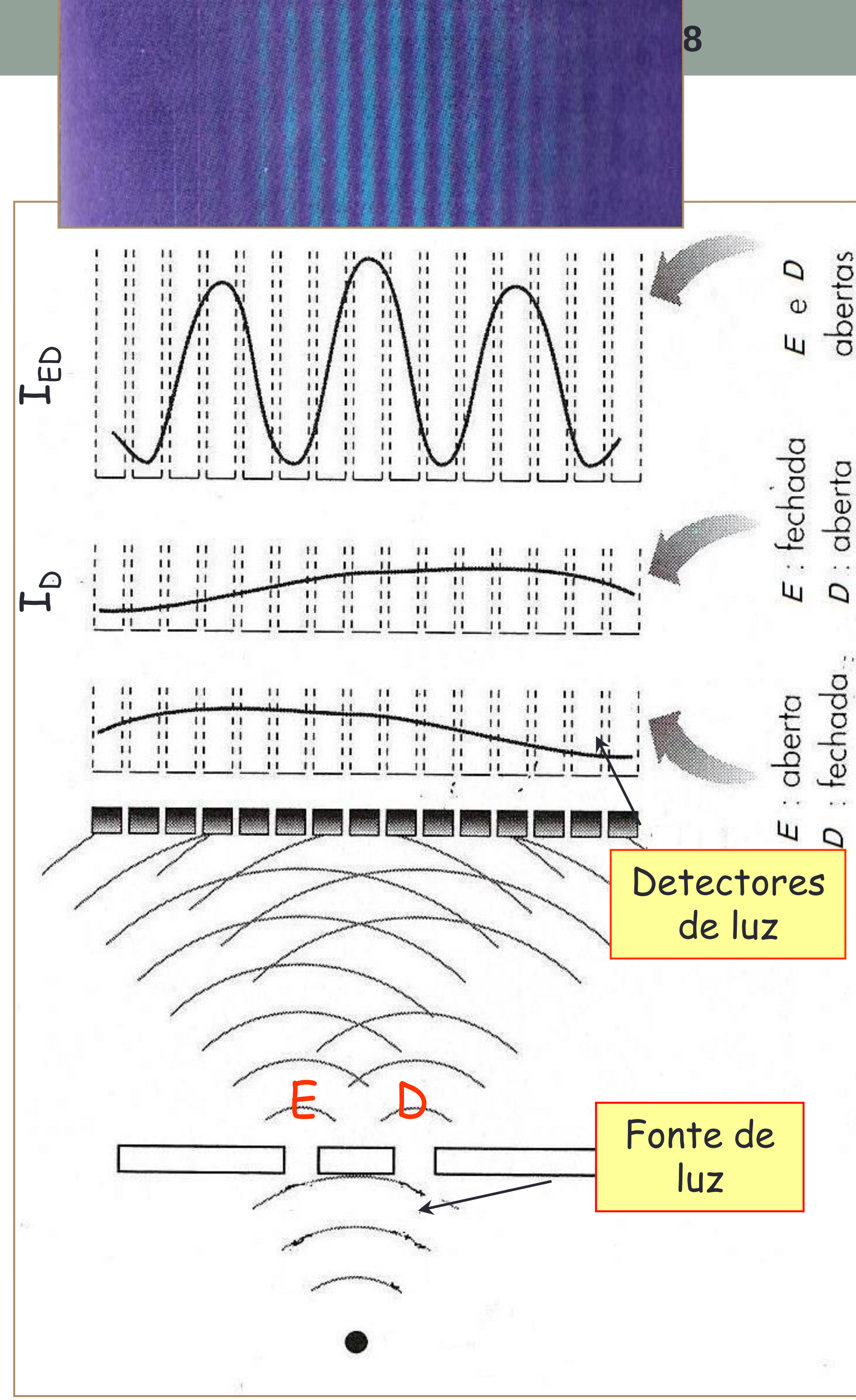
Feixe de luz incidindo sobre fendas

Um feixe de luz incide sobre
um anteparo com duas fendas E e D



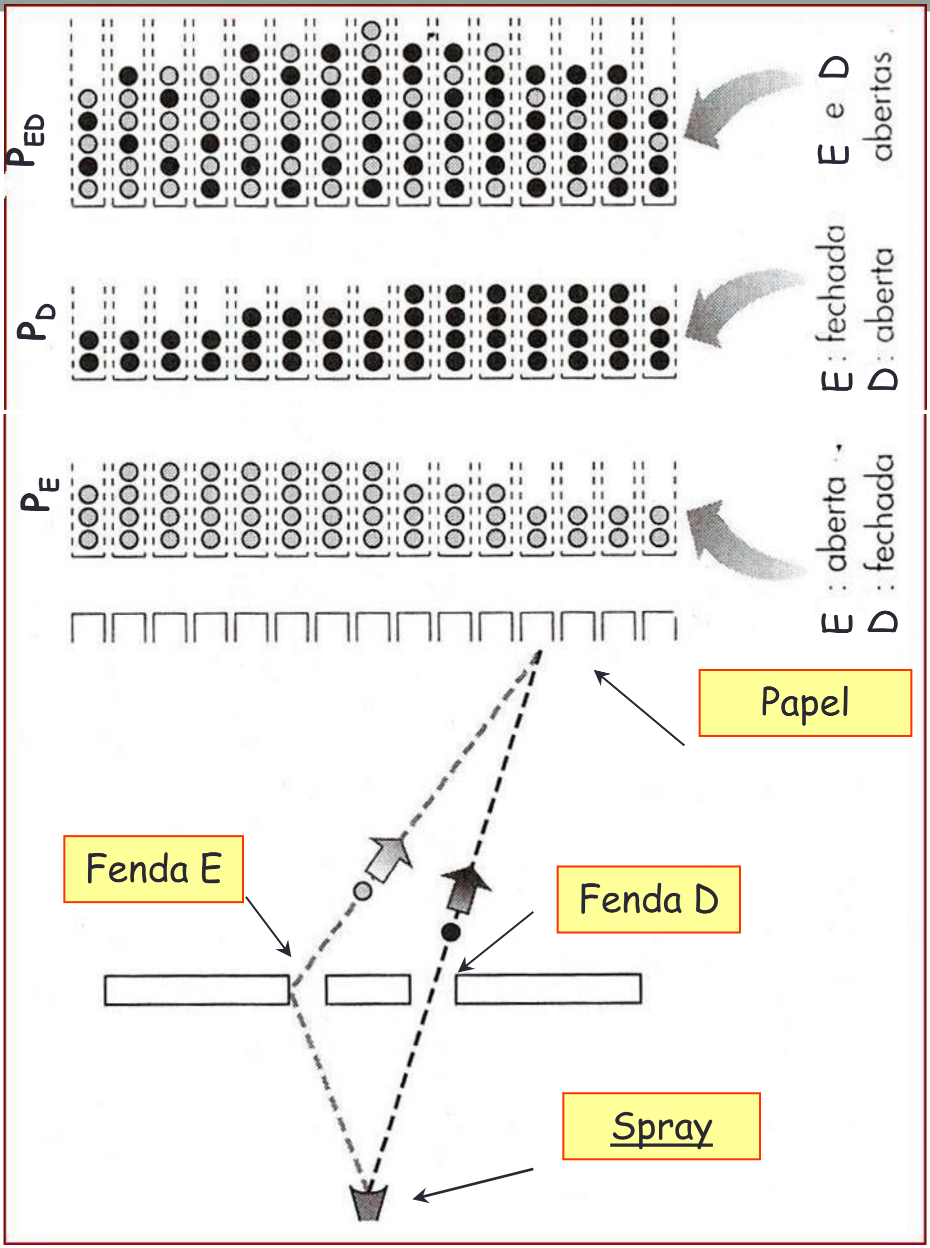
Interferência

- A luz ao atravessar duas fendas em um anteparo apresenta um padrão de interferência como o das ondas na superfície da água.
- A luz apresenta também aquelas outras propriedades (superposição, reflexão, refração, ...) ⇒ fenômeno ondulatório.
- Mas...



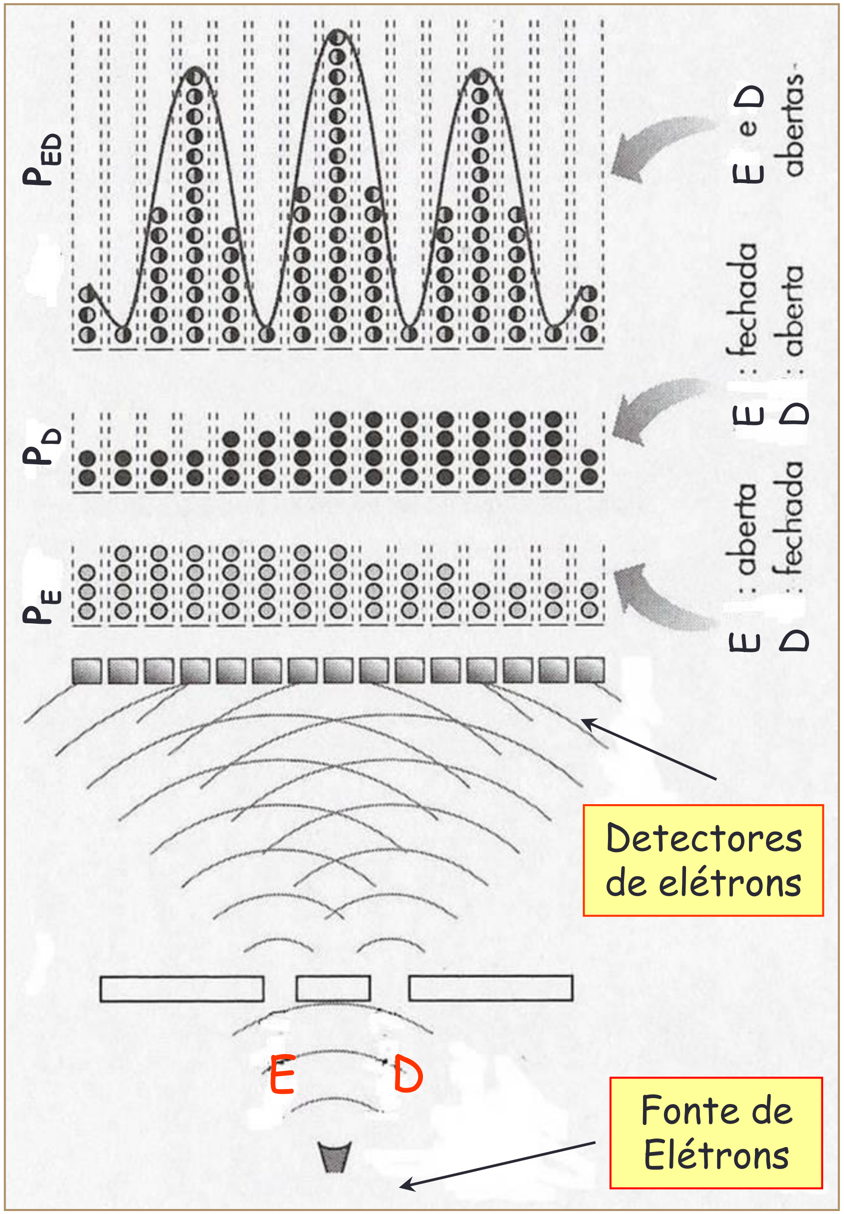
Partículas (grandes)

- Um spray é usado para jogar tinta sobre um anteparo coberto por papel.



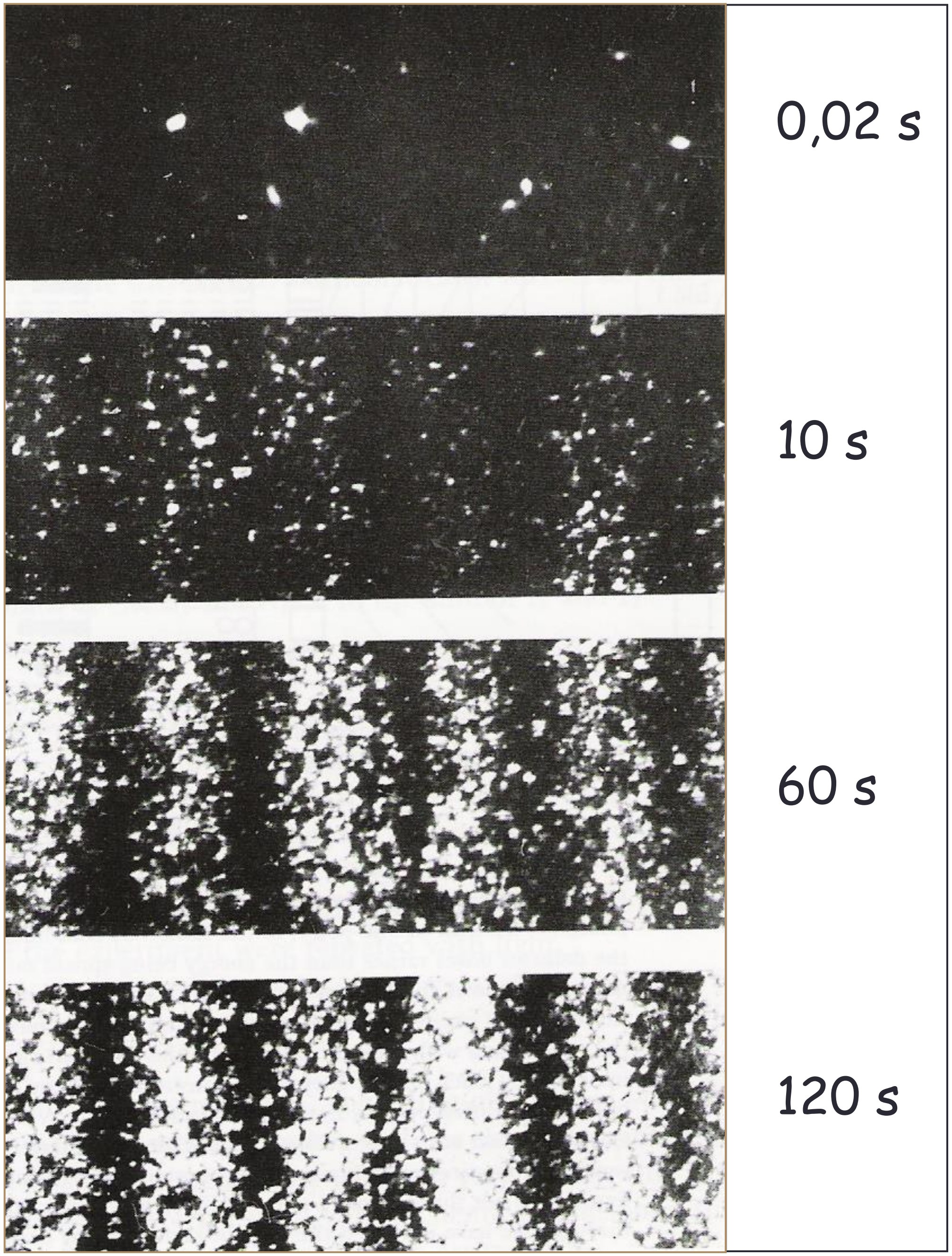
Elétrons

- Feixe de elétrons incidindo sobre um anteparo com duas fendas: **Interferência!**
  - Mas não deveria haver um comportamento como o das esferas?
- Elétrons: partículas ou ondas?



Elétrons

- Feixe de elétrons incidindo sobre um anteparo com duas fendas: **Interferência!**
  - Mas não deveria haver um comportamento como o das esferas?
  - Elétrons: partículas ou ondas?



Elétrons e ondas

Hipóteses:

- Os elétrons dividem-se em dois e essas metades passam pelas fendas

Falso! Não existe esse elétron dividido

- Os elétrons do feixe ao atingirem as fendas, interagem e produzem esse padrão coletivo de interferência

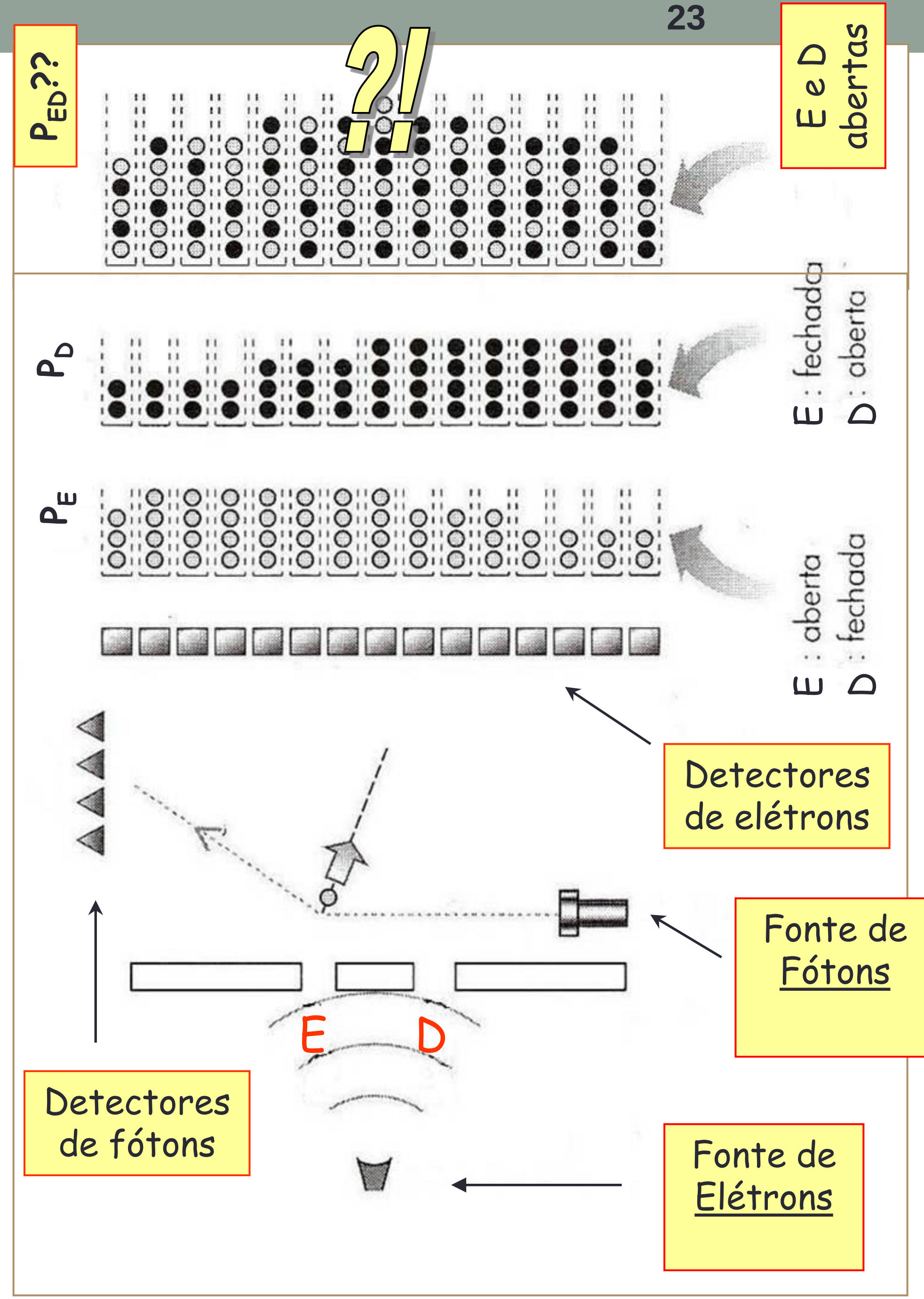
Falso! Basta fazer passar só 1 por vez

O que precisamos é saber por onde o elétron passou.

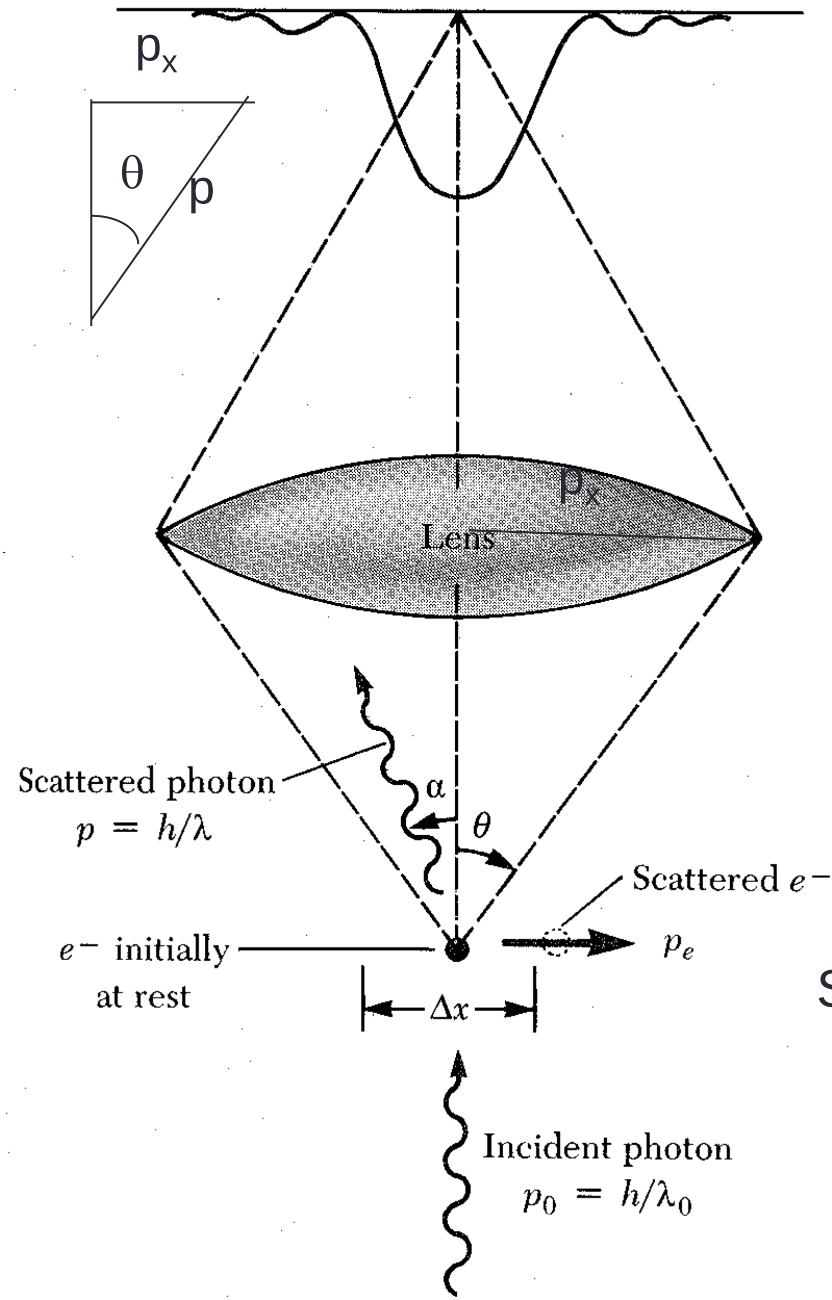
Observando elétrons

- Fácil: é só marcar por qual fenda o elétron passou.
- Isto pode ser feito usando uma fonte de fótons após o anteparo.

□ MAS ....



Tentar observar (hipoteticamente) um 1 e^- num microscópio iluminando-o com 1 fóton



$$\text{Fóton}: -p\,\text{sen}\theta \le p_x \le p\,\text{sen}\theta \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta p_x = 2p\,\text{sen}\theta = \frac{2h}{\lambda}\text{sen}\theta = \Delta p_e$$

Microscópio: limite na definição da imagem devido à difração $\Rightarrow$ poder de resolução (Δx)

$$\Delta x = \frac{\lambda}{2\text{sen}\theta}$$

Portanto:

$$\Delta p_x \Delta x \approx \left(\frac{2h}{\lambda}\text{sen}\theta\right)\left(\frac{\lambda}{2\text{sen}\theta}\right) = h > \frac{\hbar}{2}$$

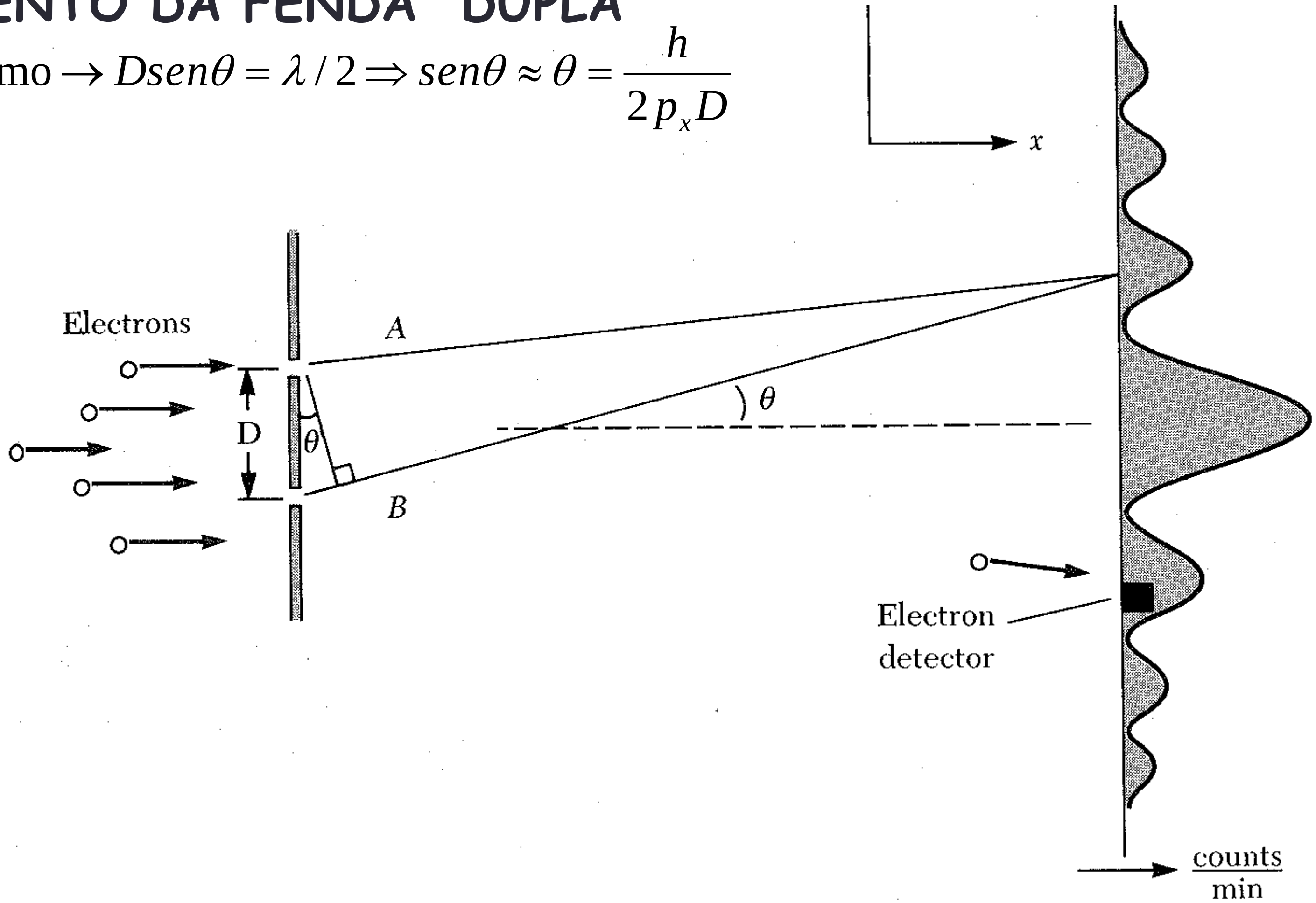
Se Δx diminui $\Rightarrow \Delta p_x$ aumenta. Por ex.:

$\lambda\downarrow \Rightarrow \Delta x\downarrow \Rightarrow \Delta p_x\uparrow$

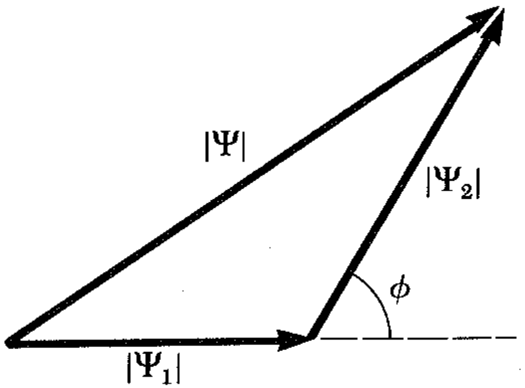
Esta análise mostra que o princípio de incerteza é uma imposição da natureza

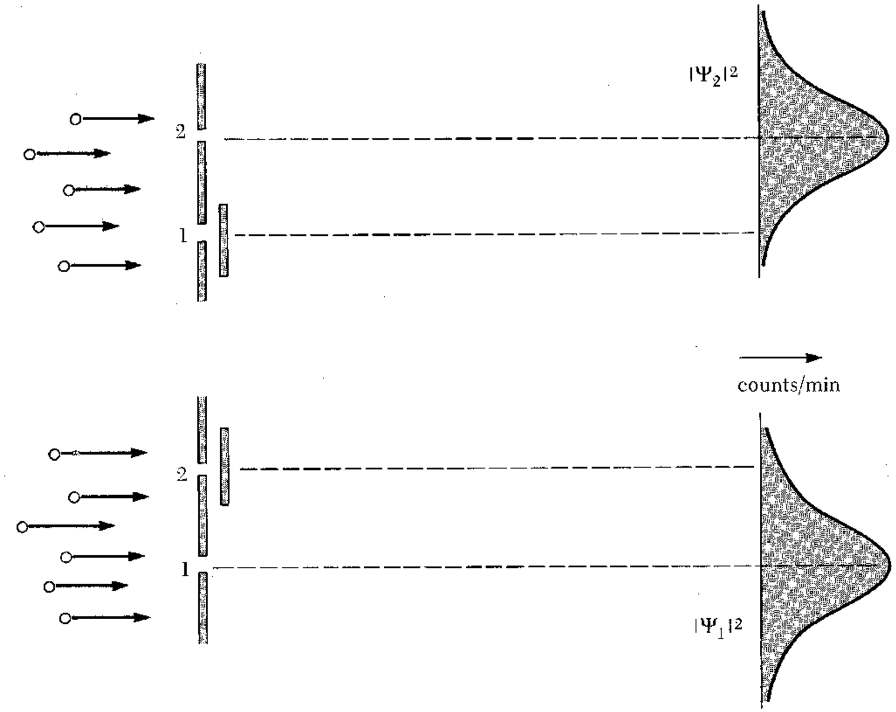
EXPERIMENTO DA FENDA DUPLA

$$\text{Mínimo} \rightarrow D sen\theta = \lambda / 2 \Rightarrow sen\theta \approx \theta = \frac{h}{2 p_x D}$$



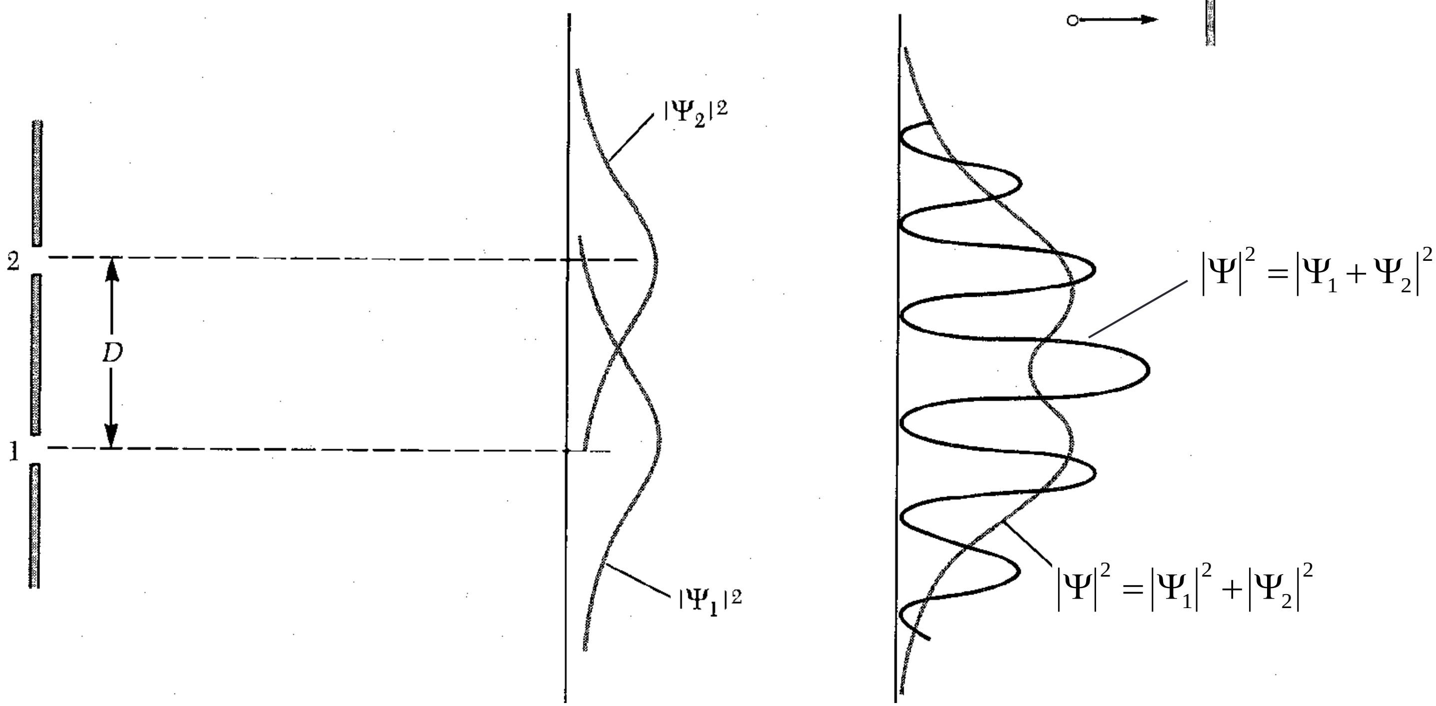
Característica fundamental: fase.
Ondas iguais, caminhos diferentes ⇒ fases diferentes ⇒ interferência





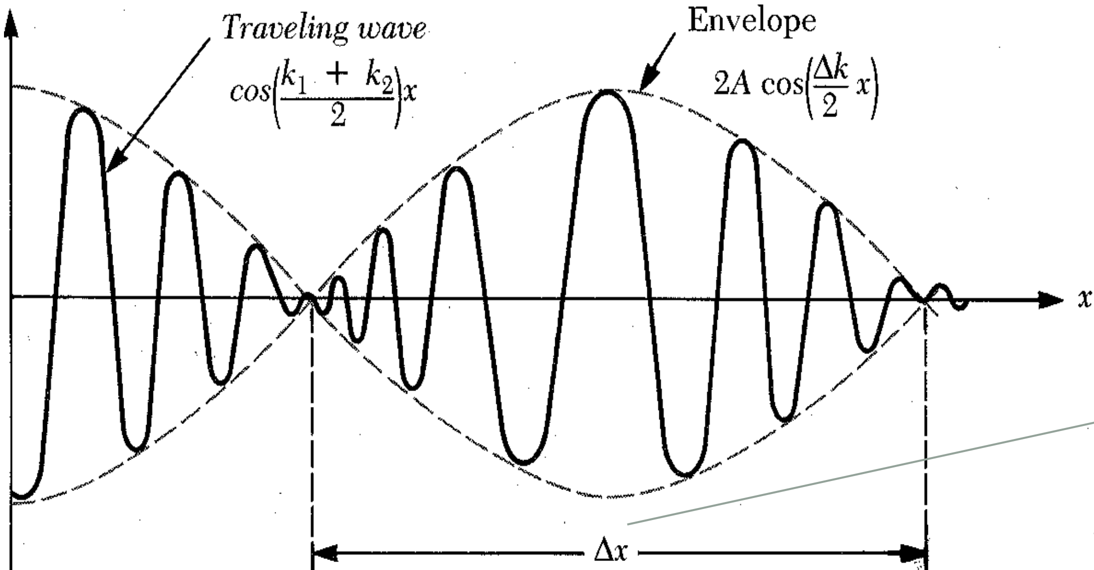
$$\Psi = \Psi_1 + \Psi_2$$

$$|\Psi|^2 = |\Psi_1 + \Psi_2|^2 = |\Psi_1|^2 + |\Psi_2|^2 + 2|\Psi_1||\Psi_2|\cos\phi$$



Caso	Função de onda	Contagens/min. na tela
Elétron é medido passando pela fenda 1 ou 2	Ψ_1 ou Ψ_2	$\lvert\Psi_1\rvert^2 + \lvert\Psi_2\rvert^2$
Sem determinar a passagem do elétron	$\Psi_1 + \Psi_2$	$\lvert\Psi_1\rvert^2 + \lvert\Psi_2\rvert^2 + 2\lvert\Psi_1\rvert\lvert\Psi_2\rvert\cos\phi$

Superposição de duas Ondas



Podemos interpretar a onda soma como sendo um envelope que modula lentamente uma onda com k e w médios

Δx é a largura do envoltório e é inversamente proporcional ao número de onda

$$\Psi(x,t) = \Psi_1 + \Psi_2 = 2A\cos\frac{1}{2}(\Delta kx - \Delta\omega t)\cos(\bar{k}x - \bar{\omega}t)$$

amplitude (envelope)

A velocidade de propagação das ondas individuais v_f=w/k

$$\frac{1}{2}(\Delta kx - \Delta\omega t) = \frac{1}{2}\Delta k\left(x - \frac{\Delta\omega}{\Delta k}t\right) = \frac{1}{2}\Delta k(x - v_g t)$$

velocidade de grupo

A velocidade de propagação do grupo (que é a velocidade do envoltório)

$$v_g = \frac{d\omega}{dk}$$

Em contraste com o pulso a combinação de ondas não é localizada no espaço

Ondas harmônicas que compõem um pacote de ondas. A velocidade é dada por:

$$v_f = \lambda f \qquad \lambda = \frac{2\pi}{k} \qquad \omega = 2\pi f$$

Velocidade de fase

$$v_f = \left(\frac{2\pi}{k}\right)\left(\frac{\omega}{2\pi}\right)$$

$$v_f = \left(\frac{\omega}{k}\right)$$

$$v_f . k = \omega$$

A velocidade de grupo esta relacionada a velocidade de fase por:

$$v_g = \frac{d\omega}{dk} = \frac{d}{dk}(kv_f) = v_f + k\frac{dv_f}{dk}$$

- A velocidade v_g pode ser > ou < que v_f

Meios não dispersivos

$$v_g = \frac{d\omega}{dk} = \frac{d}{dk}(kv_f) = v_f + k\frac{dv_f}{dk}$$

Se a velocidade de fase é a mesma para todas as frequências e para todas os comprimentos de onda

$$\frac{dv_f}{dk} = 0 \qquad \therefore v_g = v_f$$

O meio pelo qual a v_f é a mesma para todas as frequências é dito ⟹ NÃO DISPERSIVO

Exemplos de meios não dispersivos:

- Corda perfeitamente flexível para ondas mecânicas
- Ar para as ondas sonoras
- Vácuo para ondas eletromagnéticas

Característica importante:

como todas as ondas harmônicas que formam um pacote de ondas que se movem com a mesma velocidade, o pacote se propaga sem mudar de forma

Meios dispersivos

$$v_g = \frac{d\omega}{dk} = \frac{d}{dk}(kv_f) = v_f + k\frac{dv_f}{dk}$$

Por outro lado quando a velocidade de fase é diferente para as diferentes frequências, temos que $\frac{dv_f}{dk} \neq 0 \quad \therefore v_f \neq v_g$

Neste caso o meio é dito → DISPERSIVO

Exemplos de meios dispersivos:

- Água para as ondas do mar
  - Corda que não é perfeitamente flexível para ondas mecânicas
- Meio transparente como o vidro (índice de refração varia com λ)
- ou água para as ondas luminosas
- Qualquer meio para as ondas da matéria

- Para o postulado de de Broglie

$$E = hf = \hbar\omega \qquad \mathrm{p} = \frac{h}{\lambda} = \hbar k \qquad \mathrm{E} = \frac{\mathrm{p}^2}{2\mathrm{m}}$$

$$v_f = \frac{\omega}{k} = \frac{E}{\hbar}\frac{\hbar}{p} = \frac{p^2}{2mp} = \frac{p}{2m} = \frac{v}{2}$$

- A velocidade de fase não corresponde a velocidade da partícula

$$v_g = \frac{d\omega}{dk} = \frac{d(\hbar\omega)}{d(\hbar k)} = \frac{dE}{dp} = \frac{p}{m} = v$$

- O pacote de onda se propaga com velocidade do elétron

Exercício:

1) Certas ondas de oceano viajam com velocidade de fase

$$v_f = \sqrt{\frac{g\lambda}{2\pi}}$$

onde g é a aceleração da gravidade. Determine a velocidade do grupo do "pacote de onda" destas ondas (expresse em termos da velocidade de fase).

Lembrando que a velocidade de grupo: $v_g = \dfrac{d\omega}{dk}$

Sabemos que: $k = \dfrac{2\pi}{\lambda}$ e $\omega = 2\pi f$ e $v_f = \lambda f = \left(\dfrac{2\pi}{k}\right) \cdot \left(\dfrac{\omega}{2\pi}\right) = \left(\dfrac{\omega}{k}\right)$

então:

$$v_f = \sqrt{\frac{g\lambda}{2\pi}} = \left(\frac{g}{2\pi}\right)^{1/2} \left(\frac{2\pi}{k}\right)^{1/2}$$

$$v_f = \sqrt{\frac{g}{k}} = \frac{\omega}{k} \qquad \omega = \sqrt{gk}$$

$$v_g = \frac{d\omega}{dk} = \frac{d}{dk}(\sqrt{gk})$$

$$v_g = \frac{1}{2} k^{-1/2} \sqrt{g} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{g}{k}} \qquad v_g = \frac{1}{2} v_f$$

O princípio da incerteza

Vimos que o princípio de incerteza de Heisenberg, diz:

que é impossível determinar (fazer medidas) simultaneamente da posição e momento de uma partícula) (x e p_x, por exemplo) apresentam uma relação entre suas incertezas dada por

$$\Delta k \Delta x \geq \frac{1}{2}$$

$$\Delta p \Delta x \geq \frac{\hbar}{2}$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = 2\pi \frac{p}{h} = \frac{p}{\hbar}$$

Quanto mais bem definida a posição de uma partícula (pacote de onda mais estreito), menos definido será o momento dessa partícula (uma combinação maior de comprimentos de onda, e portanto de momentos será necessário)

O princípio de incerteza também pode ser enunciado em termos da energia e do tempo:

Das propriedades do pacote de onda, tem-se que:

$$\Delta \omega . \Delta t \geq \frac{1}{2}$$

$$E = hf = h\frac{\omega}{2\pi} = \hbar\omega$$

$$\Delta E . \Delta t \geq \frac{\hbar}{2}$$

Exercício:

3) Um elétron se move na direção x com velocidade de $3{,}6x10^6$m/s. Podemos medir sua velocidade com precisão de 1%

a) Com que precisão podemos medir simultaneamente sua posição

b)o que podemos dizer sobre o movimento na direção y

$$p_x = mv_x = 9{,}1x10^{-31}x3{,}6x10^6$$

$$p_x = 3{,}3x10^{-24}(kg.\frac{m}{s})$$

$$\Delta p_x = m\Delta v_x = 1\% p_x$$

$$\Delta p_x = 3{,}3x10^{-26}(kg.\frac{m}{s})$$

Do princípio de incerteza

$$\Delta p \Delta x \geq \frac{\hbar}{2}$$

$$\Delta x \geq \frac{\hbar}{2\Delta p_x} \geq \frac{1{,}05x10^{-34} J.s}{2x3{,}3x10^{-26} kg/ms}$$

$$\Delta x \geq 0{,}16x10^{-8} m = 1{,}6nm = 16x10^{-10} m$$

O que é aproximadamente 16 distâncias atômicas (distância atômica λ ~1A ~10^{-10}m)

sobre o movimento na direção y:
Se o elétron se move na direção x temos que

$$\Delta p_y = 0$$

$$\Delta y \Delta p_y \geq \hbar / 2$$

Não sabemos nada sobre y

$$\Delta y = \infty$$

Exercício:

4) Qual a energia cinética que os nêutrons devem ter se forem difratados por cristais?

As difrações ocorrem se o comprimento de onda de de Broglie do nêutron for da mesma ordem de magnitude da distância interatômica.

$\lambda \sim 1A \sim 10^{-10}m$

$$p = \frac{h}{\lambda} = \frac{6{,}63x10^{-34}\,J.s}{1x10^{-10}\,m} = 6{,}63x10^{-24}\,kgm/s$$

A energia cinética

$$E_c = \frac{p^2}{2m_n} = \frac{(6{,}63x10^{-24})^2}{2x1{,}66x10^{-27}}\left(\frac{kg^2m^2}{s^2kg}\right)$$

$$E_c = 1{,}32x10^{-20}\,J = 0{,}0825eV$$

Note que são nêutrons não relativísticos, $E_c << m_n c^2 = 939{,}6MeV$
Energia menor que a massa de repouso do nêutron

A energia cinética da partícula a T_{amb}

Justifico o uso de $E_c=p^2/2m$

$$E_c = \frac{3}{2}kT = 0{,}0388eV$$