

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
Faculdade de Zootecnia e Engenharia de Alimentos
Departamento de Zootecnia

**Economia básica para os cursos de graduação em Zootecnia,
Engenharia de Alimentos e Engenharia de Biossistemas.**

Textos de apoio para as disciplinas

ZAZ0312 – ANÁLISE ECONÔMICA DA AGROPECUÁRIA

ZAZ0763 - ECONOMIA

ZAZ1036 - ECONOMIA APLICADA À ENGENHARIA DE BIOSISTEMAS

Prof. Rubens Nunes
rnunes@usp.br

Pirassununga, fevereiro de 2012

9. Escolha sob risco

9.1. Risco e Incerteza

Até agora consideramos a utilidade decorrente do consumo como dependente apenas das quantidades consumidas dos diversos bens. A ordenação das preferências do consumidor não dependia de estados da natureza e os valores da função utilidade calculados em cada cesta de bens eram conhecidos antes da escolha. Essas hipóteses ajudam a formular uma teoria simples da escolha do consumidor, mas são muito restritivas. Vamos estudar agora a escolha do consumidor quando a utilidade é condicionada a estados da natureza. No momento da escolha, o consumidor não sabe qual estado da natureza ocorrerá e, portanto, não sabe qual será o benefício da alternativa escolhida.

De acordo com a discussão da escolha do consumidor feita no capítulo precedente, se João prefere ir à praia a ir ao cinema, diríamos que, para João, a utilidade de ir à praia é maior que a utilidade de ir ao cinema: $U(\text{praia}) > U(\text{cinema})$. Suponhamos agora que a utilidade das duas alternativas de lazer esteja condicionada ao estado da natureza que ocorrer no momento do consumo: se fizer tempo bom, João prefere ir à praia a ir ao cinema, mas, se chover, João prefere o cinema à praia:

$$\begin{aligned} U(\text{praia} \mid \text{tempo bom}) &> U(\text{cinema} \mid \text{tempo bom}) \\ U(\text{praia} \mid \text{chuva}) &< U(\text{cinema} \mid \text{chuva}) \end{aligned}$$

Como João não sabe se fará sol ou chuva no seu dia de lazer, ele não sabe de antemão qual será o benefício usufruído. Certamente ele poderá decidir assim que tiver informação sobre as condições do tempo. Contudo, em muitos casos a escolha é feita antes que se possa ter a informação sobre eventos futuros que influenciam o resultado da escolha: o produtor rural planta antes de saber se vai haver seca ou chuvas abundantes; o bilhete de loteria é comprado, naturalmente, antes do sorteio; quem compra um automóvel não sabe por quanto tempo terá à disposição os serviços prestados pelo veículo, que pode ser furtado, pode se envolver em um acidente, pode ter uma pane, ... ou pode não acontecer nada disso.

Para estudar a escolha que envolve risco, precisamos definir o que é risco. Frank Knight fez uma distinção, que se tornou clássica, entre risco e incerteza:

*Incerteza deve ser entendida num sentido radicalmente distinto da familiar noção de risco, da qual nunca foi convenientemente separada (...) Incerteza mensurável, ou risco no sentido próprio do termo, é tão diferente de incerteza não mensurável que, de fato, não é, de modo algum, uma incerteza."*¹

¹ Knight, F.H. (1921) Risk, Uncertainty, and Profit. Boston, MA: Hart, Schaffner & Marx; Houghton Mifflin Company. Keynes (The General Theory and After: defence and development. London: Macmillan) faz distinção semelhante: "Por conhecimento 'incerto', esclareço, não quero dizer meramente distinguir o que é conhecido com certeza do que é apenas provável. O jogo de roleta não é sujeito, neste sentido, a incerteza ... ou ... a expectativa de vida é apenas levemente incerta. Mesmo a previsão do tempo é apenas moderadamente incerta. O sentido em que estou usando o termo é o de que a perspectiva de uma guerra europeia é incerta ou o preço do cobre e a taxa de juros daqui a vinte anos... Sobre esses assuntos não há base científica para estabelecer nenhum cálculo de probabilidade, qualquer que seja. Nós simplesmente não sabemos."

O risco designa uma situação em que as possibilidades do futuro são conhecidas. Já a incerteza se refere a uma situação em que não se conhecem essas possibilidades. Além disso, em situações de risco o agente conhece ou faz uma conjectura sobre a distribuição de probabilidades dos eventos possíveis.

Um bilhete de loteria é um bem ao qual está associado um risco: sabemos a probabilidade de ganhar e de perder; sabemos quanto custa o bilhete e sabemos ou temos uma estimativa do prêmio. A Mega-Sena é um exemplo. O número de resultados possíveis é a combinação de 6 elementos (p) em 60 elementos possíveis (n):

$$C_{n,p} = \frac{n!}{(n-p)!p!} = \frac{60!}{54!6!} = 50.063.860$$

Se cada resultado possível tem a mesma probabilidade de ser sorteado, a probabilidade de ganhar com uma aposta simples é $1/50.063.860 \approx 0,000002\%$. Em um sorteio com o prêmio esperado de R\$ 20 milhões, o ganho líquido (π) esperado será:

$$E(\pi) = (R\$ 20.000.000 - R\$ 2,00) \cdot (\text{Probabilidade de ganhar}) - R\$ 2,00 \cdot (\text{Probabilidade de perder}) \\ \approx - R\$ 1,60$$

O ganho esperado, ou melhor, a perda esperada, de uma aposta de R\$ 2 em um sorteio da Mega-Sena com prêmio de R\$ 20 milhões é igual ao ganho de jogar pela janela ou dar a alguém R\$ 1,60. Contudo, muitos consumidores compram esse e muitos outros bens cuja utilidade não é conhecida no momento da escolha.

A Utilidade Esperada e as atitudes do consumidor frente o risco: amor, aversão, indiferença

O consumidor poderia escolher entre não comprar o bilhete de loteria e ter com certeza o ganho esperado de zero, $E(\pi_0) = 0$, ou comprar o bilhete e ter o ganho (perda) esperado de $E(\pi_1) = - R\$ 1,60$. Contudo, o ganho esperado é o ganho médio ponderado pelas probabilidades de ganhar ou perder. O consumidor nunca terá o ganho médio, pois ele ou perde (e terá o prêmio de $-R\$ 2$), ou ganha (e terá o prêmio líquido de R\$ 19.999.998).

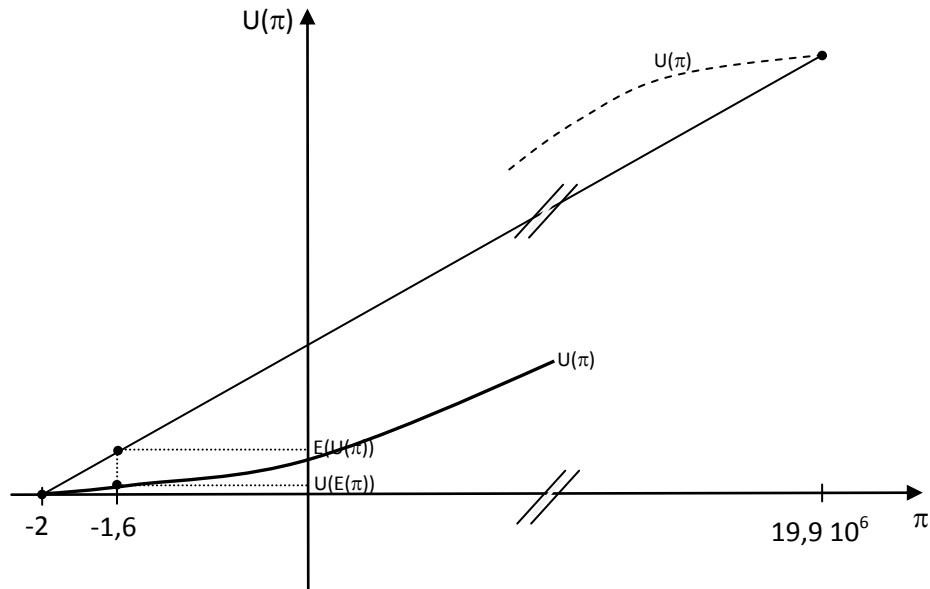
Em geral, consumidores insaciáveis preferem ganhar com certeza R\$ 19,9 milhões a perder com certeza R\$ 2. Assim, $U(\$19,9 \text{ milhões}) > U(-\$2)$. Mas a loteria envolve risco e o jogador não sabe, de antemão, se vai ganhar ou perder. A utilidade esperada da loteria é utilidade da média dos prêmios ponderada pelas probabilidades de ganhar ou perder:

$$E(U(\text{bilhete de loteria})) = U(\text{prêmio líquido}) \cdot (\text{Probabilidade de ganhar}) + U(\text{custo do bilhete}) \cdot (\text{probabilidade de não ganhar})$$

Para o consumidor que preferiu comprar o bilhete de loteria a consumir outros bens no valor da aposta, a utilidade da loteria (com prêmio líquido esperado negativo e risco) é maior que a utilidade da alternativa com prêmio líquido maior e sem risco ($U(\$ 0) > U(-\$ 2)$). Tal consumidor revela, nessa escolha, amor ao risco.

Observe que, para esse consumidor, a utilidade esperada $E(U(\pi_1))$ é maior que a utilidade do prêmio esperado recebido com certeza $U(E(\pi_1))$. A média ponderada das utilidades dos prêmios, para o consumidor que tem amor ao risco, é maior que a utilidade do prêmio médio.

No gráfico, $U(\pi)$ é a função utilidade representativa das preferências do consumidor que opta por comprar o bilhete de loteria. Observe que a utilidade esperada da loteria é (i) maior que a utilidade do prêmio esperado e (ii) maior que a utilidade de não jogar, $U(0)$.



A linha tracejada representa a função utilidade para valores elevados da riqueza. O mesmo consumidor pode revelar amor ao risco para baixos valores, como o preço da aposta na Mega-Sena, e aversão ao risco para valores elevados. Quando o consumidor tem **amor ao risco**, a função utilidade é estritamente convexa; quando apresenta **aversão ao risco**, a função utilidade é estritamente côncava. Um consumidor **indiferente ao risco** tem suas preferências representadas por funções utilidade lineares.

Em geral, os consumidores tem aversão ao risco e só revelam amor ao risco quando os valores colocados em risco representam uma fração muito pequena de sua riqueza total.

9.2. Como a sociedade lida com o risco?

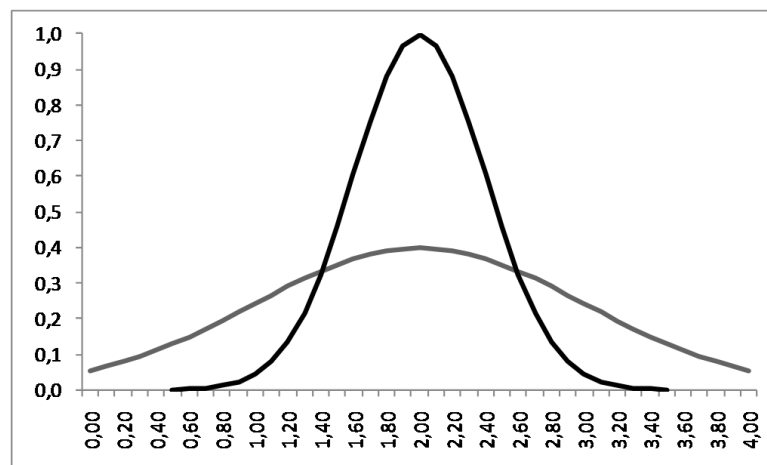
Parte do risco de qualquer atividade depende de escolhas dos agentes, podendo ser administrada por meio de regras de prudência. As regras do trânsito de veículos, por exemplo, tem por objetivo minimizar o risco de acidentes. Contudo, como motoristas e pedestres são seres humanos sujeitos a falhas, o risco não é eliminado completamente. Um indivíduo pode cuidar bem ou mal da própria saúde, influenciando no risco de contrair doenças, mas mesmo o indivíduo de hábitos saudáveis não está livre da possibilidade de ficar doente. Então, parte do risco, talvez a maior parte, não pode ser evitada.

Há basicamente três mecanismos para se administrar o risco que não pode ser evitado: (i) o compartilhamento do risco; (ii) a diluição do risco; e (iii) a transferência do risco, via mercado.

O compartilhamento do risco pressupõe que as probabilidades de ocorrer eventos ruins para os indivíduos sejam independentes entre si. A perda média não é afetada, mas a variância da

perda pode ser reduzida quando muitos indivíduos comprometem-se a se socorrer mutuamente. Suponha que o custo médio do tratamento das doenças que podem acometer um indivíduo seja uma variável aleatória normalmente distribuída, com média μ , e variância σ^2 . Se n indivíduos compartilharem os custos do tratamento do grupo, a média não será alterada, mas a dispersão será reduzida significativamente: o desvio padrão do custo médio do grupo passa a ser σ/\sqrt{n} . Pagando periodicamente um valor pouco maior que μ , o consumidor se livra do risco de ter que arcar com o custo de tratamentos caros (por exemplo, $\mu + \sigma$ com probabilidade de aproximadamente 16%, $\mu + 2\sigma$ com probabilidade de aproximadamente 2,3%, etc.).

Distribuições de probabilidade do custo do tratamento – indivíduo e grupo (pool)



O pressuposto para o compartilhamento do risco é a independência entre agentes. O mecanismo de compartilhamento não funciona quando os agentes são afetados por um fator comum, como em casos de epidemias ou catástrofes naturais. Nesses casos, o risco pode ser diluído, com os custos distribuídos entre os membros da sociedade: a hipótese subjacente é a de que uma perda pequena para muitos é preferível a uma grande perda para poucos.

Um mercado de risco pode ser um instrumento para a gestão do risco. O pressuposto é o de que os agentes tem diferentes graus de aversão ao risco ou valorizam os mesmos eventos de maneira diferente (como, por exemplo, o comprador e o vendedor de um ativo cujo preço só será conhecido no futuro).

Suponha dois agentes, um com alta aversão ao risco (A), outro com baixa aversão ao risco (B). Há dois eventos possíveis, ambos com 50% de probabilidade de ocorrer, que conduzem aos valores x e y da riqueza do agente. O agente A tem uma loteria cujo valor esperado é igual a $0,5x + 0,5y$. Como o consumidor A tem aversão ao risco, a utilidade esperada da loteria (média das utilidades) é menor que a utilidade do valor esperado (utilidade da média):

$$0,5u_A(x) + 0,5 u_A (y) < u_A (0,5x + 0,5y)$$

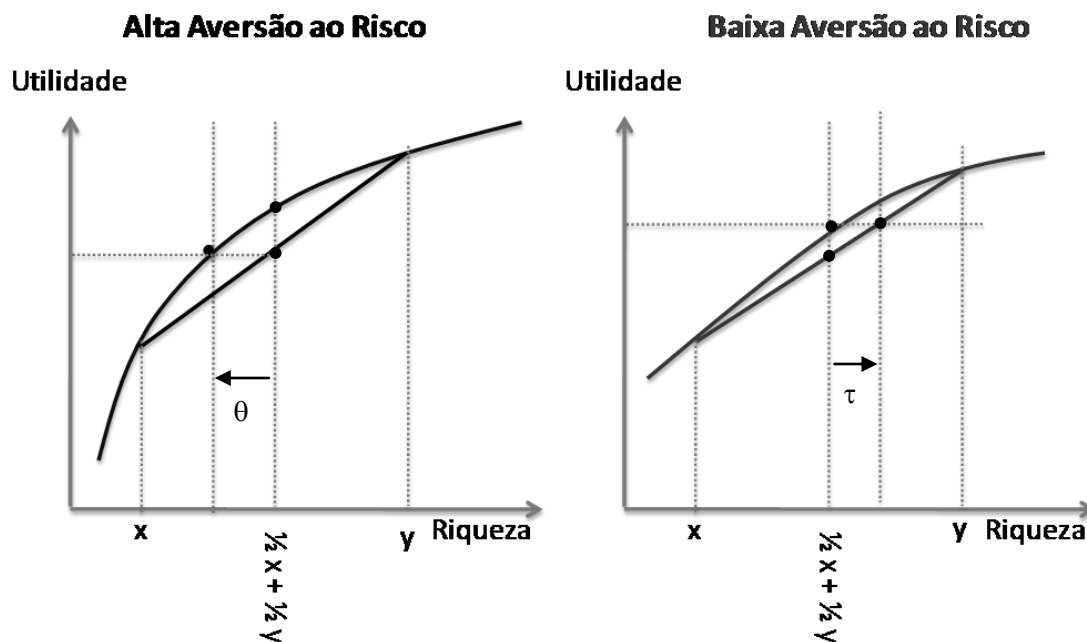
Para o consumidor A, existe um valor $\theta_{\text{máx}}$ que, se deduzido do valor esperado da loteria, tornaria o consumidor A indiferente entre ter a loteria e ter, com certeza, o valor esperado menos $\theta_{\text{máx}}$:

$$0,5u_A(x) + 0,5 u_A (y) = u_A (0,5x + 0,5y - \theta_{\text{máx}})$$

O consumidor A prefere pagar um prêmio θ menor que $\theta_{\text{máx}}$ para receber com certeza o valor médio da loteria, ficando com a riqueza líquida de $0,5x + 0,5y - \theta$.

O consumidor B, por sua vez, tem a riqueza equivalente a $0,5x + 0,5y$ na forma de um ativo livre de risco. Como B também tem aversão ao risco, ele prefere ter com certeza o valor médio da loteria a ter a loteria. Mas há um valor τ_{min} que, se for acrescido ao valor esperado da loteria, deixará o consumidor B indiferente entre ter a loteria mais τ_{min} e ter, com certeza, $0,5x + 0,5y$:

$$0,5u_B(x) + 0,5 u_B (y) + u(\tau_{\text{min}}) = u_B (0,5x + 0,5y)$$



O maior valor que o consumidor A está disposto a pagar para transferir o risco da loteria é $\theta_{\text{máx}}$; por outro lado, o consumidor B só assumirá o risco da loteria se receber um prêmio de pelo menos τ_{min} . Como o consumidor A tem mais aversão ao risco que o consumidor B, sabemos que $\theta_{\text{máx}} > \tau_{\text{min}}$. Então existem contratos possíveis entre os agentes A e B para transferência do risco com prêmio entre $\theta_{\text{máx}}$ e τ_{min} . Tal contrato deixa os dois agentes em situação melhor (nível de utilidade maior) que se o contrato não tivesse sido realizado. O consumidor A está melhor com uma riqueza certa, porém menor que o valor esperado da loteria, do que com a loteria, que tem um valor esperado maior, porém com risco. O consumidor B está melhor com a loteria mais o prêmio de risco do que com o valor esperado da loteria, obtido com certeza. Essa é a racionalidade dos contratos de seguro.

9.3. Contrato a termo

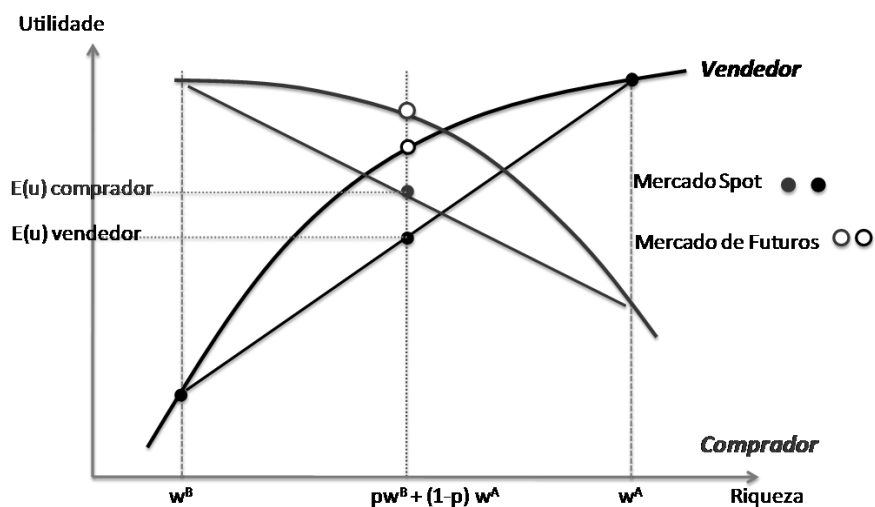
Os contratos a termo são instrumentos para a gestão de risco baseados no fato de alguns agentes valorizarem os eventos de modo distinto. A alta do preço de uma commodity, por

exemplo, beneficia quem tem estoques do produto, mas prejudica quem precisa da commodity para honrar um contrato de venda ou para utilizar tal commodity como matéria prima.

O contrato a termo estabelece entre o comprador e o vendedor a obrigação de realizar a transação em determinada data futura (vencimento) e local por um preço fixado no ato da contratação.

Para simplificar, assumimos que o preço futuro pode assumir apenas dois valores, alto e baixo, aos quais estão associados os níveis de riqueza w^A e w^B . A probabilidade de o preço na data em que a commodity estiver disponível ser baixo é p (e $1-p$ de o preço ser alto). As decisões de produzir a commodity e de contratar sua venda (ou a venda de um produto derivado da commodity) são tomadas antes de a commodity estar disponível no mercado físico (spot).

As funções utilidade do comprador e do vendedor são côncavas, mas, enquanto a do vendedor é crescente em relação ao valor da commodity, a do comprador é decrescente, pois, quanto maior o preço pago, pior a situação do comprador. As utilidades esperadas do vendedor e do comprador são representadas pelas “bolas” cheias. Se deixarem para transacionar no mercado spot, o vendedor ganhará w^A ou w^B e o comprador pagará w^A ou w^B . No momento em que tomam a decisão de produzir ou utilizar a commodity, não se sabe qual será o resultado final, mas apenas o “resultado médio” ou a esperança matemática dos resultados possíveis.



Se os agentes pactuarem realizar a transação no futuro (por exemplo, depois da colheita) pelo preço correspondente a $pw^B + (1-p)w^A$, ambos estarão em melhor situação do que se deixassem para transacionar a commodity no mercado spot.

No vencimento do contrato (entrega), o preço do mercado spot poderá estar alto ou baixo, de modo que uma das partes poderia estar melhor se deixasse para transacionar no mercado físico. Contudo, o preço só será conhecido no dia do vencimento.

Se o contrato a termo for repetido por muitos períodos, as “perdas” compensarão os “ganhos”, de modo que o resultado médio será $pw^B + (1-p)w^A$. A vantagem é que o mesmo resultado médio foi obtido sem risco tanto para o comprador quanto para o vendedor.

9.4. Contratos de futuros

De modo geral, pode-se entender **hedge** como uma operação de proteção contra o risco em que o agente toma determinada posição para evitar ou diminuir variações de preço e, assim, de sua riqueza. Os contratos a termo poderiam servir para esse fim.

Contudo, os contratos a termo estão sujeitos a alguns problemas práticos de execução. No dia do vencimento, se o preço no mercado spot estiver mais elevado que o preço negociado anteriormente, o vendedor terá incentivos para não honrar o contrato, vendendo o produto no mercado “físico”. Inversamente, se o preço à vista estiver abaixo do preço negociado, o comprador terá incentivo para não cumprir o contrato. Além disso, o produto entregue pode não estar de acordo com o padrão de qualidade que o comprador esperava receber.

O risco de o contrato não ser cumprido adequadamente em virtude do oportunismo de uma das partes é conhecido como risco moral (*moral hazard*). Os contratos de futuros evitam o risco moral porque são contratos a termo padronizados no que diz respeito à especificação da mercadoria negociada e são garantidos por uma instituição, a Bolsa de Mercadorias. Se o contrato não for honrado, a Bolsa assumirá a responsabilidade e procurará se ressarcir por meios legais. O objeto do contrato é certa quantidade indivisível de uma mercadoria padronizada, disponibilizado em determinado local (em geral, a praça em que a Bolsa opera). Em certo sentido, a mercadoria negociada é um produto idealizado ou representativo, do qual os lotes reais do produto podem se aproximar ou se distanciar em diferentes graus.

Uma estratégia simples de hedge é tomar no mercado de futuros uma posição contrária e de igual magnitude à assumida no mercado à vista. Diz-se, por exemplo, de um produtor rural que colherá a safra de soja que ele está **comprado** no mercado físico. A estratégia simples de hedge consistiria em ficar vendido no mercado de futuros, isto é, vender no mercado de futuros uma quantidade equivalente à que se espera produzir.

No exemplo, o **objeto do hedge** é a colheita cujo valor se quer preservar; o **instrumento do hedge** é a mercadoria transacionada no mercado de futuros. Em geral, o objeto e o instrumento são produtos semelhantes, diferenciando-se possivelmente pelo local em que o produto será disponibilizado. O objeto do hedge de um produtor de soja do Mato Grosso é o estoque de soja que ele espera ter em sua fazenda; o instrumento do hedge pode ser o contrato de soja da BM&F, ou da Bolsa de Chicago, ou ainda de outra mercadoria distinta da soja.

Atualmente é feita somente a liquidação financeira dos contratos de futuros, evitando-se os inconvenientes de transporte e conformidade da mercadoria que a liquidação pela entrega física ensejaria. A liquidação se faz pelo crédito ou débito da diferença entre o preço futuro e o preço à vista no vencimento do contrato. Os agentes transacionam no mercado à vista e recebem (pagam) a diferença no mercado de futuros.

Exemplo: um pecuarista vende contrato padrão de futuros de boi gordo com vencimento em 30.10.2009, com preço de R\$ 80,75/@. Um frigorífico compra esse contrato. Suponha que o preço médio dos 5 dias anteriores ao vencimento² no mercado à vista (spot) seja de R\$ 85,00/@. O pecuarista venderá o boi no mercado à vista por R\$ 85,00/@, e pagará ao

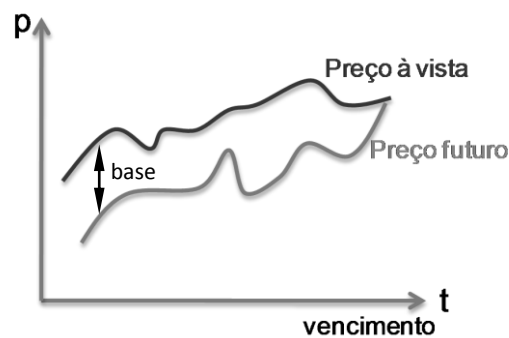
² A BM&F adota como referência para a liquidação a média dos preços dos últimos cinco dias, ao invés do preço do último dia, com o propósito de evitar que choques aleatórios nos mercados de referência (praças do Mato Grosso do Sul) tenham efeitos redistributivos importantes.

comprador R\$ 4,25/@, tendo ganho líquido de R\$ 80,75 @. O frigorífico comprará o boi a R\$ 85,00/@, mas receberá R\$ 4,25, pagando pelo boi o preço líquido de R\$ 80,75/(@).

Se o produtor não tiver seu rebanho no Mato Grosso do Sul, onde é definido o preço de liquidação dos contratos de futuros, e/ou o rebanho for de qualidade diferente da prevista no padrão, é possível que o preço na venda no mercado físico não alcance os R\$ 85,00/@. O risco específico a diferenças de preço entre o objeto e o instrumento do hedge é chamado de **risco de base**.

Um contrato de futuros fixa, no dia da contratação (t), o preço pelo qual a transação será liquidada na data de vencimento ($t+n$), o preço futuro. Sejam $V_{t,i}$: preço à vista no período t , na localidade i ; e $F_{t(t+n)}$ o preço, no momento t , do contrato futuro com vencimento em ($t+n$). Define-se então $B_{t(t+n),i}$, a base no momento t em relação ao contrato com vencimento em $t+n$, na localidade i

$$B_{t(t+n),i} = V_{t,i} - F_{t(t+n)}$$



Numa mesma praça, o preço futuro e o preço à vista convergem à medida que se aproxima a data do vencimento. Contudo, quando o objeto e o instrumento do hedge não são idênticos, seja por qualidade ou por localização, os preços à vista e futuro podem não coincidir no dia do vencimento.



O retorno de uma operação de hedge de venda (Rhv) é dado pela diferença entre as bases no fechamento e no vencimento do contrato:

$$\begin{aligned} Rhv &= (V_2 - V_1) + (F_1 - F_2) = (V_2 - F_2) - (V_1 - F_1) \\ Rhv &= B_2 - B_1 \end{aligned}$$

Diz-se que ocorre o fortalecimento da base se $B_2 > B_1$, proporcionando um retorno positivo para o vendedor. Se $B_2 < B_1$, a base enfraquece, fazendo com que o retorno do vendedor seja negativo. Se muitos agentes acreditarem que certo contrato futuro proporcionará retorno

positivo, isto é, se for esperado o fortalecimento da base, a demanda por esse contrato aumentará, empurrando o preço futuro para cima, até que se esgotem as oportunidades de lucro (retorno positivo). Por meio do mecanismo de arbitragem entre os mercado à vista e futuro, o retorno esperado da operação de hedge é nulo ...

$$E(B_2 - B_1) = 0 \rightarrow E(B_1) = E(B_2)$$

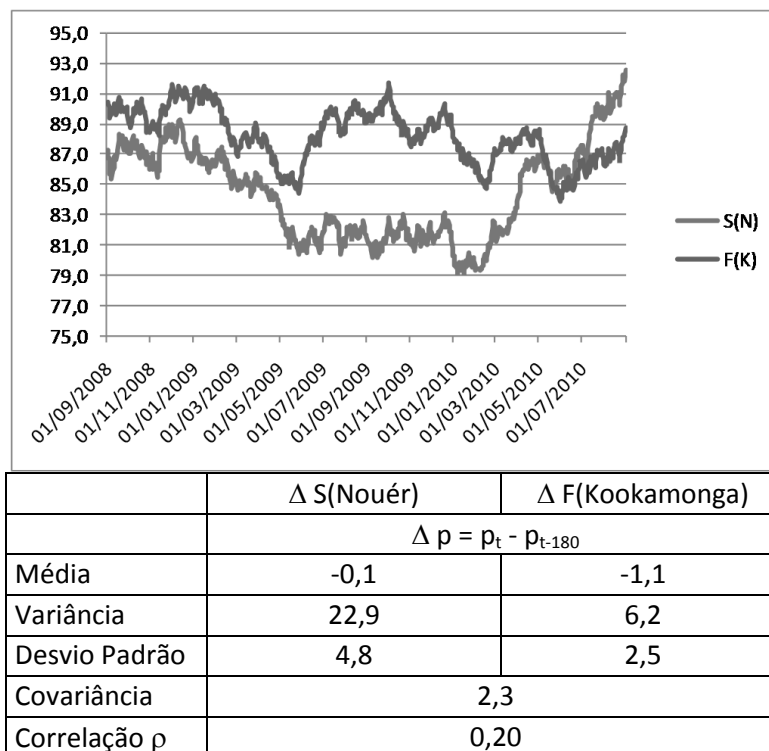
... mas o risco de variações aleatórias da riqueza dos agentes é reduzido.

9.5. Taxa ótima de hedge

Até agora assumimos que o produtor que tem aversão ao risco vende toda a sua produção no mercado de futuros, permanecendo com o risco de base. O exemplo a seguir mostra que essa pode não ser a estratégia ótima de gestão do risco de preço.

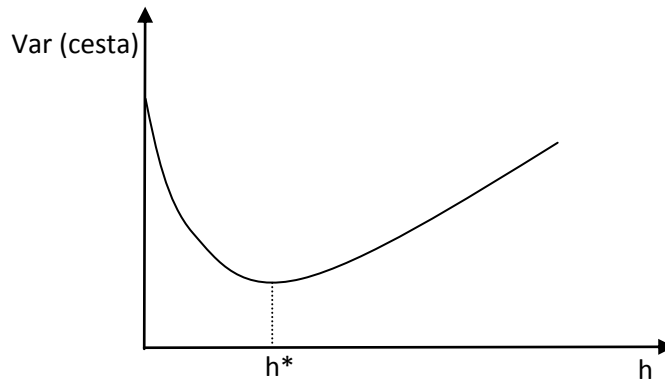
Um produtor rural da província de Nouér espera colher 10 toneladas de cocos no mês de março do próximo ano. No mês de setembro, o preço do coco no mercado à vista está cotado em torno de !\$ 100 / tonelada. Na Bolsa de Futuros de Kookamonga os contratos de cocos com vencimento em março estavam sendo negociados a !\$ 90 / tonelada. A redução de preços no período da safra é considerada normal, já que os produtores precisam vender os cocos para custear a próxima safra. Se os preços caírem a menos de !\$ 90, o produtor ganharia mais se operasse no mercado físico; se caíssem abaixo de !\$ 90, o mercado de futuros seria mais rentável.

Ao longo dos últimos anos, o produtor registrou diariamente os preços no mercado à vista de Nouér e na Bolsa de Futuros de Kookamonga, e em resumo, obteve os seguintes resultados:



Para se proteger do risco, o produtor pode vender toda a produção na Bolsa de Kookamonga, vender apenas parte da produção, ou não vender no mercado de futuros, operando integralmente no mercado à vista de Nouér. A variância do retorno de uma cesta de ativos composta por parte vendida no mercado de futuros (h) e parte vendida no mercado à vista ($1-h$) é:

$$\begin{aligned} \text{Var (cesta)} v &= h^2 \text{Var}(F) + \text{Var}(S) - 2 h \text{Cov} (F, S) \\ \text{Var (cesta)} v &= h^2 \text{Var}(F) + \text{Var}(S) - 2 h \rho \text{SD}(F) \text{SD}(S) \end{aligned}$$



Para minimizar a variância da cesta de ativos, o produtor escolherá h^* , a fração da riqueza que será “hedgeada” é h^* tal que $\partial v / \partial h = 0$. Então $h^* = \text{Cov} (F,S) / \text{Var}(F) = \rho \text{SD}(S) / \text{SD}(F)$. Então, o produtor de cocos em Nouér venderá na Bolsa de Futuros de Kookamonga $h^* 10$ t, ou seja,

$$\begin{aligned} h^* &= \rho \text{SD}(S) / \text{SD}(F) = 0,2 (4,8/2,5) = 0,384 = 38,4\% \rightarrow \\ h^* 10 \text{ t} &= 3,84 \text{ t vendidos no mercado futuro} \end{aligned}$$

10.