EAE 5706: Microeconomia II: Teoria dos Jogos

Aula 12: Poder de Mercado: Monopólio e Oligopólio

Marcos Y. Nakaguma

25/09/2017

Revisão

- Na aula passada, vimos que o problema do monopolista pode ser expresso da seguinte maneira:

$$\max_{q \geq 0} \; p(q)\, q - c(q)$$

- Para garantir que o problema tenha solução única, é usual assumir as seguintes hipóteses:

  i. As funções $p(\cdot)$ e $c(\cdot)$ são contínuas e duas vezes diferenciáveis para todo $q \geq 0$;

  ii. $p(0) > c^{'}(0)$;

  iii. Existe um único $q^e \in (0, \infty)$ tal que $p(q^e) = c^{'}(q^e)$ e $p^{'}(q^e) < c^{''}(q^e)$;

  iv. $p^{''}(q)\, q + 2p^{'}(q) - c^{''}(q) < 0$ para todo $q \in (0, q^e]$.

Monopólio

- Proposição: Sob as hipóteses $(i) - (iv)$, o problema do monopolista possui uma única solução, $q^m \in (0, q^e)$, dada por:

$$p^{'}(q^m)q^m + p(q^m) = c^{'}(q^m)$$

  A firma monopolista produz menos do que a quantidade socialmente ótima, q^e. Além disso, $p(q^m) > c^{'}(q^m)$, i.e. o preço de monopólio excede o custo marginal.

Monopólio

- Prova:
  - Suponha que exista uma solução, q^m, para o problema do monopolista. De (i), segue que a função objetivo é diferenciável, de forma que q^m deve satisfazer a seguinte condição de primeira-ordem:

$$p'(q^m)q^m + p(q^m) \leq c'(q^m),$$

    com igualdade se $q^m > 0$.
  - De (iii), segue que:

$$p(q) < c'(q) \quad \text{para todo } q > q^e$$

    e como $p'(\cdot) < 0$, devemos ter que $q^m \in [0, q^e]$.
  - Pelo Teorema de Weirstrass, uma função contínua possui um máximo bem-definido em um conjunto compacto, de forma que o problema da firma, de fato, possui solução.

Monopólio

- (Cont.)
  - Além disso, a hipótese (ii) implica que $q^m > 0$, de forma que a condição de primeira ordem deva ser satisfeita com igualdade.
  - Finalmente, a hipótese (iv) implica que a função objetivo é estritamente côncava em $(0, q^e]$ e, portanto, a condição de primeira ordem possui uma única solução.

Monopólio

- Intuitivamente, o monopolista reconhece que, ao aumentar a sua produção, a receita obtida com as unidades infra-marginais se reduz, pois o preço diminui para todas as unidades. Este efeito é capturado pelo termo $p'(q)q$.
- Por outro lado, que a unidade marginal eleva a receita pelo preço ao qual é vendida, $p(q)$.
- Assim, a receita marginal do monopolista é dada por:

$$p'(q)q + p(q) < p(q)$$

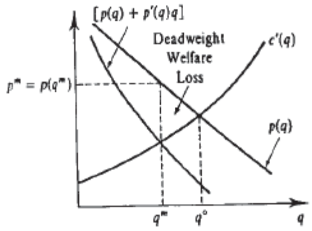
Monopólio

- Note que como $p(q^e) = c^{'}(q^e)$ e $p^{'}(\cdot) < 0$, segue que:

$$p^{'}(q^e)q^e + p(q^e) < c^{'}(q^e)$$

Logo, para o monopolista, é ótimo produzir quantidade inferior a q^e.

- Graficamente, temos:



Oligopólio

Oligopólio

- Nesta seção, vamos estudar situações em que existem mais de uma firma competindo no mercado. Essas situações são denominadas como oligopólio.

- A competição entre as firmas em um oligopólio constitui uma interação estratégica e, portanto, uma área tradicional de aplicação da teoria dos jogos.

Modelo de Bertrand

Modelo de Bertrand (Competição em Preços)

- Suponha que existam duas firmas em um mercado cuja função demanda seja dada por $x(p)$, $x : \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}_+ \cup \{+\infty\}$.
- Vamos assumir que $x(\cdot)$ é uma função contínua e estritamente decrescente para todo p tal que $x(p) > 0$ e que existe $\overline{p} < \infty$ tal que $x(p) = 0$ para todo $p \geq \overline{p}$.
- As duas firmas possuem retornos constantes de escala com o mesmo custo $c > 0$ por unidade de produção.
- Assume-se que $x(c) \in (0, \infty)$, de forma que o nível de produção socialmente ótimo seja estritamente positivo e finito.

Modelo de Bertrand (Competição em Preços)

- As duas firmas escolhem simultaneamente os seus preços p_1 e p_2.
- A demanda de uma firma j é dada por:

$$x_j(p_j, p_k) = \begin{cases} x(p_j) & \text{se } p_j < p_k \\ \frac{1}{2}x(p_j) & \text{se } p_j = p_k \\ 0 & \text{se } p_j > p_k \end{cases}$$

- Dados os preços p_j e p_k, o lucro da firma j é dado por:

$$\pi_j(p_j, p_k) = (p_j - c)\, x_j(p_j, p_k)$$

Modelo de Bertrand (Competição em Preços)

- Proposição: O único equilíbrio de Nash (p_1^*, p_2^*) no modelo de Bertrand com duas firmas é tal que ambas as firmas escolhem igualar os seus preços ao custo marginal de produção, $p_1^* = p_2^* = c$.

- O modelo de Bertrand mostra que a competição entre apenas duas firmas é suficiente para gerar um resultado igual ao obtido em um mercado perfeitamente competitivo.

- Em particular, note que no modelo de Bertrand cada firma se depara com uma curva de demanda infinitamente elástica ao nível de preço cobrado pelo seu rival.

Modelo de Bertrand (Competição em Preços)

- De fato, o resultado anterior pode ser generalizado para um número qualquer de firmas.

- Proposição: Em qualquer equilíbrio de Nash com $J > 2$ firmas, todas as *vendas* ocorrem a um preço igual ao custo unitário de produção, $p = c$.

Modelo de Cournot

Modelo de Cournot (Competição em Quantidades)

- Suponha que existam $n \geq 2$ firmas idênticas. Cada uma delas escolhe simultaneamente uma quantidade $q_i \in \mathbb{R}_+$.

- A função custo de cada firma é dada por $c(q)$, $c : \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}_+$, uma função duas vezes diferenciável, estritamente crescente e fracamente convexa.

- Dada a quantidade total, $Q = \sum_i q_i$, a demanda inversa de mercado é dada por $p(Q)$, $p : \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}_+$, uma função duas vezes diferenciável, estritamente decrescente e fracamente côncava para todo $Q \geq 0$.

- Vamos assumir também que $p(0) > c^{'}(0)$ e que exista uma única quantidade socialmente ótima $Q^e \in (0, \infty)$ com $p(Q^e) = c^{'}\left(\frac{1}{n}Q^e\right)$.

- Note que a distribuição socialmente eficiente da produção requer que cada firma produza $\frac{1}{n}Q^e$, dado que a função custo é convexa.

Modelo de Cournot (Competição em Quantidades)

- Vamos resolver o modelo para um equilíbrio de Nash simétrico em estratégias puras.

- Dadas as quantidades das demais firmas, cada firma i escolhe q_i de forma a maximizar o seu lucro:

$$\max_{q_i \geq 0} \pi_i(q_i, q_{-i}) = p(\sum_{j \neq i} q_j + q_i)q_i - c(q_i)$$

- Em um equilíbrio simétrico, não podemos ter que $q_i = 0$, pois $p(0) > c^{'}(0)$. Assim, temos que a condição de primeira ordem deve ser satisfeita com igualdade:

$$p^{'}(\sum_{j \neq i} q_j + q_i)q_i + p(\sum_{j \neq i} q_j + q_i) - c^{'}(q_i) = 0$$

para todo i.

Modelo de Cournot (Competição em Quantidades)

- As hipóteses do modelo garantem que o problema acima é estritamente côncavo quando $q_i > 0$, para qualquer q_{-i}, de forma que a condição de primeira-ordem é necessária e suficiente.

- Em um equilíbrio simétrico, cada firma produz a mesma quantidade, $q^* = \frac{1}{n}Q^*$, onde Q^* é tal que:

$$p^{'}(Q^*)\frac{1}{n}Q^* + p(Q^*) = c^{'}(\frac{1}{n}Q^*)$$

- As hipóteses do modelo implicam na existência de uma única solução $Q^* > 0$ para a equação acima.

Modelo de Cournot (Competição em Quantidades)

- Proposição: Comparando as quantidades produzidas em cada caso, temos:

$$Q^e > Q^* > q^m,$$

onde q^m é a quantidade de monopólio. Além disso, no modelo de Cournot, o preço de mercado é estritamente maior do que o custo marginal, $p(Q^*) > c^{'}(\frac{1}{n}Q_i^*)$.

- Prova:
  - Note que as condições de primeira ordem dos modelos de monopólio e Cournot são dadas, respectivamente, por:

$$p^{'}(q^m)q^m + p(q^m) = c^{'}(q^m)$$

e

$$p^{'}(Q^*)\frac{1}{n}Q^* + p(Q^*) = c^{'}(\frac{1}{n}Q^*)$$

Modelo de Cournot (Competição em Quantidades)

- (Cont.)
  - Suponha que $Q^* = q^m$, então temos que:

$$p^{'}(q^m)q^m + p(q^m) < p^{'}(Q^*)\frac{1}{n}Q^* + p(Q^*)$$

$$c^{'}(\frac{1}{n}Q^*) \leq c^{'}(q^m),$$

com $p^{'}(q^m)q^m + p(q^m) = c^{'}(q^m)$.

  - Portanto, a condição de primeira ordem do modelo de Cournot não pode ser satisfeita quando $Q^* = q^m$. Em particular, temos que:

$$p^{'}(q^m)\frac{1}{n}q^m + p(q^m) > c^{'}(\frac{1}{n}q^m)$$

Logo, como $c^{''}(\cdot) \geq 0$, $p^{'}(\cdot) < 0$ e $p^{''}(\cdot) \leq 0$, segue que $Q^* > q^m$.

Modelo de Cournot (Competição em Quantidades)

- (Cont.)
  - Suponha, agora, que $Q^* = Q^e$. Por definição, $p(Q^e) = c^{'}(\frac{1}{n}Q^e)$, e como $p^{'}(\cdot) < 0$, segue que:

$$p^{'}(Q^e)\frac{1}{n}Q^e + p(Q^e) < c^{'}(\frac{1}{n}Q^e)$$

  - Logo, a condição de primeira ordem do modelo de Cournot não pode ser satisfeita quando $Q^* = Q^e$. Além disso, das hipóteses de convexidade de $c(\cdot)$ e concavidade de $p(\cdot)$, segue que $Q^* < Q^e$.

  - Finalmente, como $p^{'}(\cdot) < 0$, temos:

$$p^{'}(Q^*)\frac{1}{n}Q^* + p(Q^*) = c^{'}(\frac{1}{n}Q^*) \quad \Rightarrow \quad p(Q^*) > c^{'}(\frac{1}{n}Q^*)$$

Portanto, o preço de mercado é maior do que o custo marginal.

Modelo de Cournot (Competição em Quantidades)

- Portanto, para qualquer número de firmas $n > 2$, a quantidade total produzida no modelo de Cournot está estritamente entre a quantidade socialmente ótima e a quantidade de monopólio.

- Intuitivamente, assim como no caso de monopólio, cada firma reconhece que o aumento da sua produção reduz a receita obtida com as unidades infra-marginais devido à queda no preço de mercado.

- Porém, no caso do modelo de Cournot, este efeito adverso é diluído em relação ao monopólio, $p^{'}(Q)\frac{1}{n}Q$, visto que cada firma possui uma participação de apenas $1/n$ no mercado.

- Em outras palavras, ao elevar a sua produção, cada firma gera uma externalidade negativa para os seus concorrentes. Assim, a redução na quantidade total produzida é menor do que ocorreria sob monopólio.

Modelo de Cournot (Competição em Quantidades)

- O argumento anterior sugere que quando $n \rightarrow \infty$, o incentivo para reduzir a produção em relação à quantidade socialmente ótima desaparece, pois cada firma se torna muito pequena em relação ao mercado, i.e. a perda infra-marginal se torna insignificante.

- Por outro lado, ainda que a distorção na produção individual das firmas desapareça no limite, não é garantido que a quantidade total tenderá à quantidade socialmente ótima quando $n \rightarrow \infty$.

- A proposição a seguir mostra que, se a quantidade socialmente ótima permanecer limitada quando $n \rightarrow \infty$, então a quantidade total produzida no modelo de Cournot tende à quantidade socialmente ótima quando $n \rightarrow \infty$.

Modelo de Cournot (Competição em Quantidades)

- Proposição: Suponha que $\{Q_n^e\}_{n=1}^{\infty}$ seja limitada. Então, $\lim_{n\rightarrow\infty} Q_n^* = \lim_{n\rightarrow\infty} Q_n^e$.

- Prova:
  - Note que, para um dado número de firmas $n > 2$, a condição de ótimo do modelo de Cournot pode ser expressa da seguinte maneira:

$$p^{'}(Q_n^*)\frac{1}{n}Q_n^* = -p(Q_n^*) + c^{'}(\frac{1}{n}Q_n^*)$$

  - Seja $\overline{Q}^e$ o limite superior da sequência $\{Q_n^e\}_{n=1}^{\infty}$. Do fato de que $q^m < Q_n^* < Q_n^e$ para qualquer n, segue que $Q_n^* \in [q^m, \overline{Q}^e]$. Logo, $\{Q_n^*\}_{n=1}^{\infty}$ é limitada.

  - Além disso, como $p(\cdot)$ é continuamente diferenciável, $p^{'}(Q_n^*)$ também é limitada.

Modelo de Cournot (Competição em Quantidades)

- (Cont.)
  - Assim, temos que:
    $$\lim_{n\to\infty} p^{'}(Q_n^*)\frac{1}{n}Q^* = 0,$$
    de onde segue que:
    $$\lim_{n\to\infty} p(Q_n^*) = \lim_{n\to\infty} c^{'}(\frac{1}{n}Q_n^*)$$
  - Portanto, no limite, Q_n^* é tal que o preço é igual ao custo marginal, de forma que:
    $$\lim_{n\to\infty} Q_n^* = \lim_{n\to\infty} Q_n^e$$

Modelo de Stackelberg

Modelo de Stackelberg

- No modelo de Stackelberg, duas firmas escolhem as suas quantidades sequencialmente, uma após a outra, sendo que a última firma observa a decisão da primeira antes de realizar a sua escolha.

- Um aspecto importante deste modelo é o de que a primeira firma é capaz de comprometer-se a um certo nível de produção, de forma que a sua decisão deve ser tomada como dada pela segunda firma.

- O modelo de Stackelberg enfatiza o valor da capacidade de comprometimento por parte da firma que se move primeiro.

Modelo de Stackelberg

- Nesta seção, vamos considerar a versão linear do modelo de Stackelberg.

- Suponha que a função de demanda inversa seja dada por $p(Q) = \max\{0, a - bQ\}$ e que duas firmas idênticas possuam custos lineares dados por $c(q_i) = cq_i$, com $a, b, c > 0$ e $a > c$.

- A firma 1 realiza a sua decisão de produção antes do que a firma 2. O jogo é de informação perfeita.

- Note que uma estratégia para a firma 1 é dada por $s_1 \in \mathbb{R}_+$, enquanto que uma estratégia para a firma 2 é uma função $s_2 : \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}_+$.

Modelo de Stackelberg

- Observe, primeiro, que este jogo possui múltiplos equilíbrios de Nash em estratégias puras.

- Em particular, é possível mostrar que para qualquer $(q_1, q_2) \in \mathbb{R}^2_+$ tal que $q_1 \leq \frac{a-c}{b}$ e $q_2 = \frac{a-c-bq_1}{2b}$, existe um equilíbrio de Nash em que a firma 1 escolhe q_1 e a firma 2 escolhe q_2 no equilibrium path.

- Para verificar essa proposição, note que para todo $\overline{q}$, tal que $0 \leq \overline{q} \leq \frac{a-c}{b}$, o seguinte perfil de estratégias constitui um equilíbrio de Nash:

$$q_1 = \overline{q}$$

e

$$q_2(q_1) = \begin{cases} \frac{a-c-b\overline{q}}{2b} & \text{se } q_1 = \overline{q} \\ \frac{a-c}{b} & \text{caso contrário} \end{cases}$$

Modelo de Stackelberg

- De fato, observe que se $q_1 = \overline{q}$, então a melhor resposta da firma 2 é dada por:

$$q_2^* \in \arg\max_{q_2} \, (a - b(\overline{q} + q_2))q_2 - cq_2,$$

o que implica que:

$$q_2^* = \frac{a - c - b\overline{q}}{2b} \geq 0,$$

assumindo $\overline{q} \leq \frac{a-c}{b}$.

- Por outro lado, dada a estratégia da firma 2, a firma 1 obtém lucro não-positivo sempre que $q_1 \neq \overline{q}$, pois neste caso:

$$\pi(q_1, q_2) = \left(a - b\left(q_1 + \frac{a-c}{b}\right)\right) q_1 - cq_1 = -bq_1^2 \leq 0$$

Modelo de Stackelberg

- Além disso, podemos mostrar que, quando a firma 1 escolhe $q_1 = \overline{q}$, o seu lucro é positivo:

$$\pi(q_1, q_2) = \left(a - b\left(\overline{q} + \frac{a - c - b\overline{q}}{2b}\right)\right)\overline{q} - c\overline{q} \;\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\; \pi(q_1, q_2) = \frac{1}{2}\left(a - b\overline{q} - c\right)\overline{q} \geq 0,$$

desde que $\overline{q} \leq \frac{a-c}{b}$.

- Portanto, dada a estratégia da firma 2, a escolha ótima da firma 1 é $q_1^* = \overline{q}$.

Modelo de Stackelberg

- Note que a maioria desses equilíbrios de Nash baseia-se em ameaças não críveis por parte da firma 2 fora do equilíbrio path. De fato, podemos mostrar que existe um único SPNE neste jogo.

- Proposição: A versão linear do modelo de Stackelberg possui um único SPNE em que a estratégia da firma 1 é $q_1 = \frac{a-c}{2b}$ e a estratégia da firma 2 é $q_2(q_1) = \max\{0, \frac{a-c-bq_1}{2b}\}$. Em equilíbrio, as quantidades produzidas são $q_1^* = \frac{a-c}{2b}$ e $q_2^* = \frac{a-c}{4b}$ e a quantidade total é $\frac{3(a-c)}{4b}$.

Modelo de Stackelberg

- Prova:
  - Resolvendo por backward induction, iniciamos a nossa análise a partir dos subjogos finais, determinando a resposta ótima da firma 2 dada uma quantidade qualquer q_1 produzida pela firma 1.
  - A firma 2 resolve o seguinte problema:

$$\max_{q_2 \geq 0}\; (a - b(q_1 + q_2))q_2 - cq_2$$

    A condição de primeira ordem associada a esse problema é dada por:

$$(a - b(q_1 + q_2)) - bq_2 - c \leq 0,$$

    com igualdade se $q_2 > 0$.
  - Assim, a estratégia ótima da firma 2 é:

$$q_2(q_1) = \max\left\{0, \frac{a - c - bq_1}{2b}\right\}$$

Modelo de Stackelberg

- (Cont.)
  - Dado o comportamento da firma 2, a firma 1 escolhe o quanto produzir de forma a maximizar o seu lucro.
  - É possível mostrar que $q_1 > \frac{a-c}{b}$ nunca pode ser ótimo, de forma que o problema da firma 1 pode ser expresso da seguinte maneira:
$$\max_{0 \leq q_1 \leq \frac{a-c}{b}} \left(a - b\left(q_1 + \frac{a-c-bq_1}{2b}\right)\right) q_1 - cq_1$$
A condição de primeira ordem associada a esse problema é dada por:
$$a - b\left(q_1 + \frac{a-c-bq_1}{2b}\right) - b\left(1 - \frac{1}{2}\right) q_1 - c = 0$$
  - Assim, a estratégia ótima da firma 1 é:
$$q_1^* = \frac{a-c}{2b}$$

Modelo de Stackelberg

- (Cont.)
  - Portanto, no equilibrium path, as escolhas das firmas são:
$$q_1^* = \frac{a-c}{2b}$$
e
$$q_2^* = \frac{a-c}{2b} - \frac{1}{2}\left(\frac{a-c}{2b}\right) = \frac{a-c}{4b}$$
  - Logo, a quantidade total produzida é:
$$q_1^* + q_2^* = \frac{3(a-c)}{4b}$$