Lista de Exercícios de Cálculo II (LOB1004) - 5

Profa. Responsável: Diovana A. S. Napoleão

Departamento de Ciências Básicas e Ambientais

Assunto referente: Função diferenciável, plano tangente e reta normal, diferencial, vetor gradiente

1- Provar que as funções são diferenciáveis.

a) $f(x, y) = xy$

b) $f(x, y) = x + y$

c) $f(x, y) = x^2y^2$

d) $f(x, y) = \frac{1}{xy}$

e) $f(x, y) = \frac{1}{x+y}$

f) $f(x, y) = x^2 + y^2$

2- Verificar se *f* é diferenciável em (0, 0) e justificar.

a) $f(x,y) = \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2}, se(x,y) \neq (0,0);\ f(0,0) = 0$

b) $f(x,y) = \frac{x^2 y}{x^2 + y^2}, se(x,y) \neq (0,0);\ f(0,0) = 0$

c) $f(x,y) = \frac{x^4}{x^2 + y^2}, se(x,y) \neq (0,0);\ f(0,0) = 0$

3- Determinar a equação do plano tangente e da reta normal ao gráfico da função dada, no ponto especificado.

a) $f(x, y) = \text{arctg}(x – 2y)$ em $\left(2, \frac{1}{2}, f\left(2, \frac{1}{2}\right)\right)$

b) $f(x, y) = xy$ em $\left(\frac{1}{4}, \frac{1}{4}, f\left(\frac{1}{4}, \frac{1}{4}\right)\right)$

c) $f(x, y) = 3x^3y\ xy$ em (1, -1, f(1, -1)

d) $f(x, y) = x^2 + y^2$ em (0, 1, f(0, 1))

4- $2x + y + 3z = 6$ é a equação do plano tangente ao gráfico de f(x, y) no ponto (1, 1, 1).

a) Calcule $\frac{\partial f}{\partial x}(1,1)$ e $\frac{\partial f}{\partial y}(1,1)$

b) Determine a equação da reta normal no ponto (1, 1, 1)

Rodovia Itajubá-Lorena, Km 74,5 Área I
CEP 12600-970 - Lorena - SP
Fax (12) 3153-3133
Tel. (Direto) (12) 3159-5007/3153-3209

www.faenquil.br

Pólo Urbo-Industrial Área II
CEP 12600-970 - Lorena - SP
Fax (12) 3153-3006
Tel. (PABX) (12) 3159-9900

5- Considere a função $f(x,y)=\dfrac{x^3}{x^2+y^2}$. Mostre que os planos tangentes ao gráfico de *f* passam pela origem.

6- Determine a aproximação linear da função $f(x,y)=\sqrt{x^2+y^2+z^2}$ em (3, 2, 6) e use-a para aproximar o número $f(x,y)=\sqrt{(3,02)^2+(1,97)^2+(5,99)^2}$.

7- Se z = x^2 – xy + $3y^2$ e (x, y) varia de (3, -1) a (2,96, 0,95), compare os valores de Δz e dz.

8- Seja $z = xe^{x^2-y^2}$.

a) Calcule um valor aproximado para a variação Δz em z, quando se passa de x = 1 e y = 1 para x = 1,01 e y = 1,002.
b) Calcule o valor aproximado para z, correspondente a x = 1,01 e y = 1,002

9- A energia consumida num resistor elétrico é dada por $P=\dfrac{V^2}{R}$ (W). Se V= 100V e R = 10 ohms, calcule o valor aproximado para a variação ΔP em P, quando V decresce 0,2 V e R aumenta de 0,01 ohms.

10- Seja f(x,y) = xy e seja γ(t) = (x(t), y(t)), $t \in I$, uma curva diferenciável cuja imagem está contida na curva de nível f(x, y) = 2. Mostre que para todo t em I, $\gamma'(t).\nabla f(\gamma(t)) = 0$. Dê exemplo de uma curva cuja imagem esteja contida na curva de nível xy = 2.

Rodovia Itajubá-Lorena, Km 74,5 Área I
CEP 12600-970 - Lorena - SP
Fax (12) 3153-3133
Tel. (Direto) (12) 3159-5007/3153-3209

www.faenquil.br

Pólo Urbo-Industrial Área II
CEP 12600-970 - Lorena - SP
Fax (12) 3153-3006
Tel. (PABX) (12) 3159-9900