

Equações a Diferenças e Diferenciais não Lineares (Noções da Teoria do Caos)

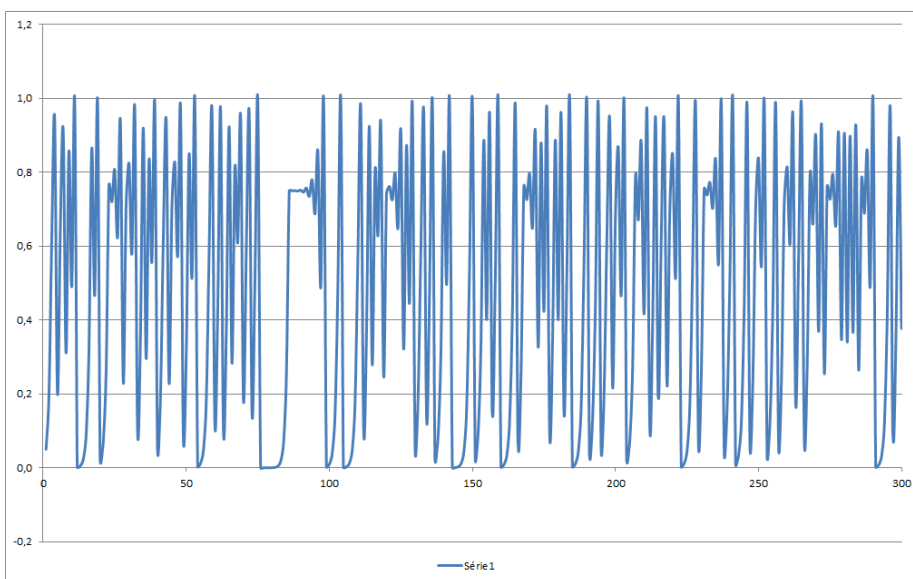
Exemplo de Equações a Diferenças não lineares simples que geram comportamentos “estranhos” (Séries de tempo com comportamento aparentemente aleatório, mas que é determinístico):

Equação Logística: $y_t = \alpha y_{t-1}(1-y_{t-1})$

$$y_t = \alpha y_{t-1}(1 - y_{t-1})$$

Alfa = 4

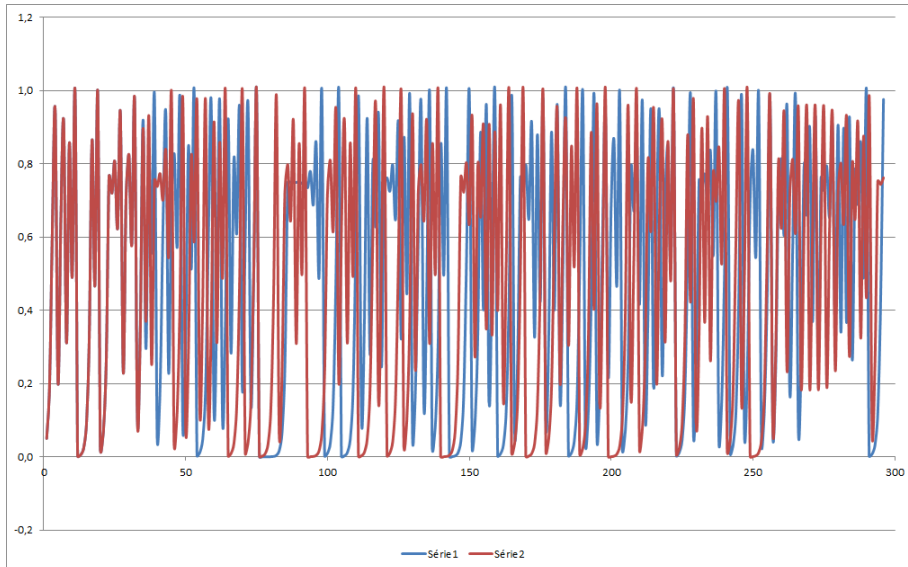
Tempo	Série 1
1	0,05
2	0,19
3	0,6156
4	0,94654656
5	0,20238468
6	0,64570048
7	0,91508548
8	0,31081619
9	0,85683794
10	0,49066674
11	0,99965156
12	0,00139327
13	0,00556531
14	0,02213737
15	0,08658921
16	0,31636608
17	0,86511433
18	0,46676610
19	0,99558203
20	0,01759380

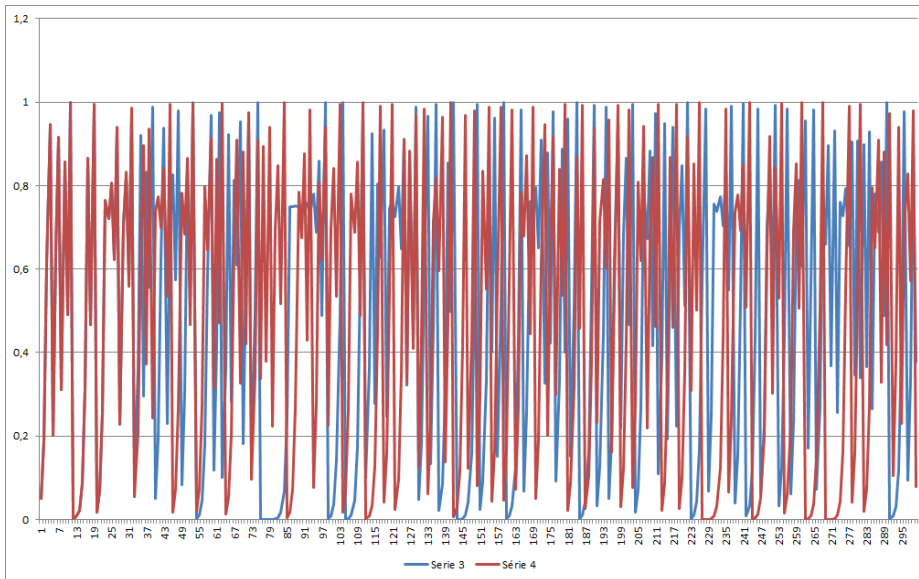


$$y_t = \alpha y_{t-1}(1-y_{t-1})$$

Alfa	4	4	4,00000000	4,00000001
------	---	---	------------	------------

Tempo	Série 1	Série 2	Série 3	Série 4
1	0,0500000000	0,050000000001	0,05	0,05
2	0,19	0,19	0,19	0,19
3	0,6156	0,6156	0,6156	0,615600003
4	0,94654656	0,94654656	0,94654656	0,94654656
5	0,20238468	0,20238468	0,20238468	0,20238468
6	0,64570048	0,64570048	0,64570048	0,64570049
7	0,91508548	0,91508548	0,91508548	0,91508547
8	0,31081619	0,31081619	0,31081619	0,31081620
9	0,85683794	0,85683794	0,85683794	0,85683795
10	0,49066674	0,49066674	0,49066674	0,49066670
11	0,99965156	0,99965156	0,99965156	0,99965156
12	0,00139327	0,00139327	0,00139327	0,00139327
13	0,00556531	0,00556532	0,00556531	0,00556533
14	0,02213737	0,02213737	0,02213737	0,02213741
15	0,08658921	0,08658923	0,08658921	0,08658939
16	0,31636608	0,31636615	0,31636608	0,31636667
17	0,86511433	0,86511443	0,86511433	0,86511520
18	0,46676610	0,46676580	0,46676610	0,46676355
19	0,99558203	0,99558195	0,99558203	0,99558136
20	0,01759380	0,01759411	0,01759380	0,01759648





Exemplo de Sistema de Equações Diferenciais não Lineares:

Sistema de Lorenz (Edward Lorenz – 1963)

(Atrator de Lorenz ou Atrator Estranho de Lorenz)

$$\frac{dx}{dt} = \dot{x}_t = \sigma(y_t - x_t)$$

$$\frac{dy}{dt} = \dot{y}_t = x_t(\rho - z_t) - y_t$$

$$\frac{dz}{dt} = \dot{z}_t = x_t y_t - \beta z_t$$

OBS.: Usualmente esse sistema apresenta um comportamento periódico “comportado” para a trajetória de (x_t, y_t, z_t) , com os parâmetros $\sigma = 10$, $\beta = \frac{3}{8}$ e $\rho \neq 28$. Mas se $\rho = 28$, então o sistema apresenta o movimento caótico “Asas da Borboleta”.

Simulação do Atrator de Lorenz: trajetória dos pontos (X_t, Y_t, Z_t) no sistema cartesiano do espaço R^3

```
length: 84.39  
rho = 28.00  
sigma = 10.00  
b = 2.67
```



Fonte: <http://www.youtube.com/watch?v=dP3qAq9RNLg>

Fim