PROVINHA 1 – Gabarito

1) a) max $u^A(c^A)$ s.a $p_1 \cdot c_1^A + p_2 \cdot c_2^A = 2p_1 + 4p_2$

$c_2^A = 0 \quad \forall \ \vec{p} = (p_1, p_2)$

Logo, $c_1^A(\vec{p}) = \dfrac{2p_1 + 4p_2}{p_1}$; $c_2^A(\vec{p}) = 0$

Max $u^B(c^B)$ s.a $p_1 \cdot c_1^B + p_2 \cdot c_2^A = 4p_1 + 2p_2$

$c_1^B = 0 \quad \forall \ \vec{p} = (p_1, p_2)$

Logo, $c_1^B(\vec{p}) = 0$; $c_2^B(\vec{p}) = \dfrac{4p_1 + 2p_2}{p_2}$

b) Lei de Walras: a soma dos valores dos excessos de demanda agregada é zero

$$p_1 \cdot \left(\frac{2p_1 + 4p_2}{p_1} - 6 \right) + p_2 \cdot \left(\frac{4p_1 + 2p_2}{p_2} - 6 \right) =$$

$$= 2p_1 + 4p_2 - 6p_1 + 4p_1 + 2p_2 - 6p_2 = \emptyset. \blacksquare$$

Logo, a lei é válida

c) max $u^A(c_1^A)$ s.a $\begin{cases} u^B(c_2^B) \geq \bar{u}^B \\ c_1^A + c_1^B = 6 \\ c_2^A + c_2^B = 6 \end{cases}$

como c_1^B não afeta a utilidade de B, no ótimo $c_1^A = 6$ e $c_1^B = 0$. A alocação eficiente é então $\begin{cases} c_1^A = 6 ; c_2^A = 0 \\ c_1^B = 0 ; c_2^B = 6 \end{cases}$

d) No eq. competitivo,

$c_1^A + c_1^B = 4 + 2$ (Market clearing do bem 1)

$\frac{2p_1 + 4p_2}{p_1} = 6 \rightarrow 6p_1 = 2p_1 + 4p_2 \rightarrow p_1 = p_2$

Definindo $\boxed{p_1 = 1}$, temos que $\vec{p} = (1,1)$ e

$c_1^A = 6$; $c_2^A = 0$; $c_1^B = 0$; $c_2^B = 6$ ∎

e) É válido porque, conforme podemos ver nas letras c) e d), o equilíbrio competitivo é ótimo de Pareto

2) max $u^A(c_1^A, c_2^A) = c_1^A + 2c_2^A$ s.a $p_1c_1^A + p_2c_2^A = 6p_1 + 6p_2$

BENS SUBSTITUTOS, logo:

$$c_1^A(p) \begin{cases} 0 & \text{se } p_2 < 2p_1 \\ \left(0, \frac{6p_1 + 6p_2}{p_1}\right) & \text{se } p_2 = 2p_1 \\ \left(\frac{6p_1 + 6p_2}{p_1}\right) & \text{se } p_2 > 2p_1 \end{cases}$$

$$c_1^B(p) \begin{cases} 0 & \text{se } p_2 < 2p_1 \\ \left(0, \frac{8p_1 + 8p_2}{p_1}\right) & \text{se } p_2 = 2p_1 \\ \left(\frac{8p_1 + 8p_2}{p_1}\right) & \text{se } p_2 > 2p_1 \end{cases}$$

b) Como as restrições orçamentárias valem na igualdade, a soma dos valores dos excessos de demanda agregada p/ cada bem será zero.

$$p_1 \cdot c_1^A + p_2 \cdot c_2^A = p_1 \cdot w_1^A + p_2 \cdot w_2^A \rightarrow$$

$$p_1 \cdot (c_1^A - w_1^A) + p_2 (c_2^A - w_2^A) = 0$$

Somando com a expressão análoga p/ B:

$$p_1 (c_1^A - w_1^A + c_1^B - w_1^B) + p_2 (c_2^A - w_2^A + c_2^B - w_2^B) = \emptyset$$

Logo a lei de Walras é válida.

c) Toda alocação nessa economia é Pareto eficiente.

d) Sim, pois qualquer equilíbrio competitivo será um ponto factível e, como dito na letra c), todo ponto factível é ótimo de Pareto

e) Sim, pois para atingir uma alocação eficiente X qualquer basta redistribuir os bens de modo que as dotações sejam iguais a X^A e X^B. Qualquer vetor de preços $\vec{p} = (p, 2p)$ suporta essa alocação como equilíbrio competitivo.