

Prova - Teoria dos Jogos
FEA - USP - 6 de outubro de 2016

Prof. Gabriel Madeira

Responda 10 dos 11 itens a seguir - Duração: 100 minutos

Questão 1- Considere o seguinte jogo, na representação normal:

		Jogador 2				
		a	b	c	d	e
Jogador 1	A	3,4	0,4	1,3	-1,8	0,9
	B	5,0	3,1	0,-9	0,0	2,0
	C	4,0	1,0	2,2	0,0	1,1
	D	4,-1	0,0	5,-8	2,3	2,0
	E	2,3	-1,2	1,8	-1,9	0,7

(a) (1 ponto) Do ponto de vista do Jogador 1, quais estratégias são estritamente dominadas pela estratégia C?

(b) (1 ponto) Entre as demais estratégias do jogador 1 (as que não são estritamente dominadas por C), que estratégia jamais é melhor resposta? Esta estratégia é dominada por alguma estratégia pura? É dominada por alguma estratégia mista?

(c) (1 ponto) Quais estratégias puras sobrevivem à eliminação iterada de estratégias estritamente dominadas por estratégias PURAS?

(d) (1 ponto) Quais estratégias sobrevivem à eliminação iterada de estratégias que jamais são melhor resposta?

(e) (1 ponto) Determine todos os equilíbrios de Nash do jogo, tanto com estratégias puras quanto com estratégias mistas?

(f) (1 ponto) Argumente que, sob common knowledge e racionalidade, as estratégias descartadas ao longo do processo de eliminação iterada de estratégias dominadas jamais serão jogadas. Partindo-se deste raciocínio, quais estratégias do jogo acima podem ser jogadas pelos jogadores 1 e 2 sob as hipóteses de racionalidade e common knowledge.

Questão 2 - (Grupos de Interesse e Ação Coletiva) Cinco jogadores ($N=\{1,2,3,4,5\}$) podem participar de votações em que decide-se pela compra ou não de equipamentos pelo governo. Há cinco votações, sendo que, para cada jogador i há uma única votação dedicada exclusivamente à decisão sobre a compra ou não de um equipamento que é somente de seu interesse. Em cada votação, caso a maioria dos presentes vote pela compra do equipamento, ele será adquirido. Caso contrário (incluindo no caso de empate), o equipamento não será adquirido. Caso

o equipamento de interesse do indivíduo i seja adquirido, i recebe um benefício equivalente 1,3 unidades monetárias. Cada equipamento custa 1.5 unidades monetárias e, caso um deles seja adquirido, o custo será dividido entre os 5 indivíduos (ou seja, cada um deles paga 0.3 unidades monetárias por equipamento adquirido). O indivíduo pode comparecer ou não a cada votação. Comparecer a uma votação impõe a cada jogador um custo equivalente a 0.5 unidades monetárias.

Caso o jogador compareça a uma votação, ele pode votar favoravelmente ou não à aquisição do equipamento. Assim, para cada uma das 5 votações, o indivíduo tem as seguintes 3 alternativas: (i) não comparecer à votação; (ii) comparecer à votação e votar a favor da aquisição do equipamento em questão; e (iii) comparecer à votação e votar contra da aquisição do equipamento em questão. Dado o ambiente acima, o payoff do jogador i é dado por:

$$u_i = 1.3p_i - 0.5n_i - 0.3 \sum_{j=1}^5 p_j,$$

sendo que p_i é igual a 1 caso o equipamento de interesse do indivíduo i seja adquirido e zero caso ele não seja adquirido, e n_i é o número de votações frequentadas pelo indivíduo i .

As cinco votações são secretas e, em cada votação, ao votar, o indivíduo não sabe quais indivíduos que compareceram às votações e como eles votaram (ou seja, tudo se passa como se todas as ações e de todos os indivíduos fossem simultâneas).

- (a) (1 ponto) Quantas estratégias estão disponíveis para cada indivíduo?
- (b) (1 ponto) Mostre que qualquer estratégia em que i compareça à votação referente à compra de equipamento de interesse de um outro indivíduo, $j \neq i$, é estritamente dominada por uma outra estratégia.
- (c) (1 ponto) Seja f_{-i} o número de votos favoráveis à compra do equipamento de interesse de i pelos demais jogadores, e c_{-i} o número de votos contrários à compra do equipamento de interesse de i pelos demais jogadores. Qual a melhor resposta de i como função de $f_{-i} - c_{-i}$.
- (d) (1 ponto) Qual o único equilíbrio de Nash deste jogo?
- (e) (1 ponto) O equilíbrio de Nash derivado em (d) é Ótimo de Pareto? Caso não o seja, determine um perfil de estratégias que é melhor para todos os jogadores.