Mecânica Clássica 2 (Sem. 2/2017): ED III- Movimento do Corpo Rígido

1. Rotações finitas e consecutivas em geral não comutam, isto é, alterar a ordem em que rotações sucessivas ao redor de diferentes eixos leva a configurações finais diferentes. Porém, as rotações de Euler comutam. Discuta as diferenças entre esses dois casos.

2. Considere um corpo rígido que gira com velocidade angular ω em torno de um ponto fixo O.

   1) Quantos graus de liberdade tem o sistema?

   2) Determine a velocidade $\mathbf{v}$ de um ponto do objeto na posição na posição $\mathbf{r}$ em relação ao ponto O.

   3) Se nessa posição do corpo tivéssemos apenas uma partícula de massa m_i, mostre que o momento angular seria $\mathbf{J}_i = m_i[\mathbf{r}_i^2\omega - (\mathbf{r}_i.\vec{\omega})\mathbf{r}_i]$

3. Usando este resultado, mostre que para o corpo rígido podemos escrever $\mathbf{J} = \mathbf{I}\tilde{\omega}$, onde $\mathbf{I}$ é o tensor de inércia, cujas componentes são $I_{ij} = \int \rho(\mathbf{r})(\mathbf{r^2}\delta_{\mathbf{ij}} - \mathbf{x_i x_j})\mathbf{dV}$, onde dV é o elemento de volume na posição $\mathbf{r}$.

   Podemos encontrar um sistema de coordenadas em que o tensor de inércia tem todas as suas componentes fora da diagonal nulas. Neste caso o sistema é chamado "eixos principais". Neste caso teremos $\mathbf{J} = I\vec{\omega}$, onde I é um escalar.

4. Encontre a equação característica para a determinação dos eixos principais.

5. Determine a velocidade angular ω nesse sistema de coordenadas formado pelos eixos principais.

6. Determine a direção dos eixos principais a partir da velocidade angular.

7. Determine a energia cinética de um corpo rígido em rotação.

8. Mostre que $I = I_c + Md^2$ onde I é o momento de inércia de um corpo que gira em torno de um eixo arbitrário, I_c é o momento de inércia do mesmo corpo girando em torno de um eixo paralelo ao anterior mas passando pelo centro de massa do sistema, M é a massa total do corpo e d é a distância entre os dois eixos. (Teorema dos eixos paralelos)

9. Obtenha a Lagrangeana de um corpo em rotação livre de forças externas.

10. Considere agora que existe um potencial externo que não depende da velocidade do corpo. Determine cada componente do torque sobre o sistema.

11. Descreva o movimento de um pião simétrico livre de torque.

12. Descreva o movimento de um pião simétrico sujeito à força peso.