Exercícios de MAP2321- 2017 | Lista 2

1. Considere o sistema de controle

$$\ddot{x} = u$$

onde $u(t)$ é constante por partes e pode valer só 1, -1 ou 0. Mostre que o ponto $(0,0)$ do espaço de estados pode ser atingido a partir de qualquer ponto (a,b) com apenas uma troca de controle. (As trocas de controle são os pontos de descontinuidade de $u(t)$). Usando esta estratégia com uma troca de controle, qual é o tempo necessário para atingir a origem a partir de $(1,2)$?

2. Achar o grammiano de controlabilidade em tempo $T = 2\pi$ do par (A,B) com

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \end{pmatrix} \text{ e } B = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

3. Um passeio no plano é realizado com as seguintes regras: a cada passo a partir da posição atual deve-se girar 90 graus e em seguida andar o quanto quiser na direção $(0,1)$ completando o passo. Escreve a equação para este sistema discreto e veja se é possível, a partir de uma posição qualquer (a,b) atingir a origem em, no máximo, cinco passos.

4. Considere o par de matrizes

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \text{ e } B = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Para $T > 0$ achar o grammiano de controlabilidade Q_T e calcular

$$\lim_{T \to \infty} Q_T$$

5. Mostrar que se W e V são dois subespaços vetoriais de $\mathbb{R}^n$ tal que $W^\perp = V^\perp$ então $W = V$.